TEORIA DE LA PROBABILIDAD: NOCIONES FUNDAMENTALES

Guillermo Ramirez, Maura Vásquez y Adelmo Fernández*

2011

*Escuela de Estadística y Ciencias Actuariales de la Universidad Central de Venezuela

Índice general

Capítulo 3

Probabilidad Condicional

3.1. Probabilidad Condicional

En algunas ocasiones ocurre que al calcular la probabilidad de un cierto suceso A se tiene ya una información acerca del resultado del experimento aleatorio. Supongamos por ejemplo, que se conoce que ha ocurrido un cierto suceso B. Esta información adicional reduce el espacio muestral de Ω a B, y parece lógico pensar que ahora la probabilidad de A ha de ser diferente al caso en el cual no se conoce tal información. Estas probabilidades se denominan condicionales ya que están condicionadas por la ocurrencia del suceso B. Además, resulta más o menos claro que la probabilidad condicional de un suceso A dado el suceso B, debe ser una medida del grado de implicación de A proporcionado por B y ha de ser relativa a la probabilidad de B.

Para hallar la forma de la probabilidad condicional, nos basaremos en un razonamiento intuitivo acerca de las frecuencias relativas: Si en N pruebas de un experimento ha ocurrido N(B) veces el suceso B, y entre estas últimas ha resultado N(A∩B) veces el suceso A, tendremos las siguientes frecuencias relativas:

La frecuencia relativa del suceso B:

$$f(B) = \frac{N(B)}{N}$$

La frecuencia relativa del suceso intersección $A \cap B$:

$$f(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N}$$

La frecuencia relativa del suceso A dado el suceso B:

$$f(A/B) = \frac{N(A \cap B)}{N(B)}$$

y resulta claro que:

$$f(A/B) = \frac{N(A \cap B)/N}{N(B)/N} = \frac{f(A \cap B)}{f(B)}$$

Basándonos en este razonamiento, presentamos la siguiente definición formal.

Definicion 3.1.1 (Función de Probabilidad Condicional)**.** *Sea (Ω, $\mathcal{A}$, P) un espacio probabilizado, y sea B un suceso tal que P(B) > 0. Se define como función de probabilidad condicional dado el suceso B, a la función* $P(./B) : \mathcal{A} \to \mathcal{R}$ *tal que:*

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \textit{para todo } A \in \mathcal{A} \tag{3.1}$$

Obsérvese que esta función de probabilidad condicional viene expresada en términos de la función de probabilidad no condicional P.

Para verificar que la función así definida es una función de probabilidad, bastará con demostrar los tres axiomas de la definición 1.7.1.:

<u>Axioma 1</u>
Para cualquier suceso A de $\mathcal{A}$ se tiene que:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \geq 0 \tag{3.2}$$

ya que $P(B) > 0$ por hipótesis y $P(A \cap B) \geq 0$ por ser P una función de probabilidad.

<u>Axioma 2</u>
La probabilidad condicional del suceso Ω:

$$P(\Omega/B) = \frac{P(\Omega \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1 \tag{3.3}$$

Axioma 3
Si $A_1, A_2, \ldots$ es una colección infinita de sucesos mutuamente excluyentes de $\mathcal{A}$, entonces:

$$\begin{aligned} P(\cup A_i/B) &= \frac{P((\cup_{i=1}^{\infty} A_i) \cap B)}{P(B)} \\ &= \frac{P(\cup_{i=1}^{\infty}(A_i \cap B))}{P(B)} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{\infty} P(A_i \cap B)}{P(B)} \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i/B) \end{aligned} \tag{3.4}$$

Es importante observar que la función de probailidad no condicional es un caso particular de la funci on de probabilidad condicional, cuando el suceso que condiciona es el suceso seguro:

$$P(B/\Omega) = \frac{P(B \cap \Omega)}{P(\Omega)} = P(B)$$

Ejemplo 3.1.1. *Considere el experimento aleatorio que consiste en lanzar una moneda y luego un dado. Halle la probabilidad de obtener un 1 o un 2 en el dado, dado que salió cara en la moneda.*

El espacio muestral viene dado por:

$\Omega = \{(c,1),(c,2),(c,3),(c,4),(c,5),(c,6),(s,1),(s,2),(s,3),(s,4),(s,5),(s,6)\}$

Consideremos ahora los sucesos:

$A = \{\text{obtener un 1 o un 2 en el dado}\}$
$B = \{\text{obtener cara en la moneda}\}$

Si suponemos que es seguro que B ocurra, el espacio muestral se reduce al conjunto:

$B = \{(c,1),(c,2),(c,3),(c,4),(c,5),(c,6)\}$

Calculando la probabilidad de A sobre el nuevo espacio reducido:

$P(A) = P(\{(c,1),(c,2)\}) = 2/6$

De tal manera que existen dos maneras de obtener la probabilidad condicional de A dado B:

- Calculando P(A) respecto del espacio muestral reducido.
- Calculando P(A) y P(A ∩ B) respecto del espacio muestral original Ω, y aplicando la definición 3.1.1.

3.2. Teoremas del producto, de la probabilidad total y de Bayes

En esta sección veremos los teoremas básicos relativos al cálculo de las probabilidades condicionales.

Teorema 3.2.1 (Teorema del producto)**.** *Sea* $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ *un espacio probabilizado, y sea* A *un suceso tal que* $P(A) > 0$*. Entonces, para cualquier suceso* $B \in \mathcal{A}$ *se cumple que:*

$$P(A \cap B) = P(A)\ P(B/A)$$

Este teorema es una consecuencia directa de la definición 3.1.1.

Teorema 3.2.2 (Teorema de la probabilidad total)**.** *Sea* $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ *un espacio probabilizado, y sea* $C_1, C_2, \ldots C_n$ *una partición de* Ω*. Entonces, para cualquier suceso* $A \in \mathcal{A}$ *se cumple que:*

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(C_i)P(A/C_i)$$

Demostración. Por el teorema 1.7.6. se tiene que:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \cap C_i)$$

y por el teorema anterior:

$$P(A \cap C_i) = P(C_i \cap A) = P(C_i)\ P(A/C_i) \quad \text{con } P(C_i) > 0\ \forall i$$

así que:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(C_i)P(A/C_i)$$

□

Observamos aquí, que este teorema permite calcular probabilidades no condicionales utilizando probabilidades condicionales. Esto suele hacerse cuando nos ocupamos de sucesos cuya ocurrencia depende de la ocurrencia de otros sucesos anteriores.

Ejemplo 3.2.1. *Considérense 5 cajas numeradas del 1 al 5. Cada caja contiene 10 piezas. La caja i contiene i piezas defectuosas y (10 i) no defectuosas. Se selecciona una caja al azar y luego una pieza de la caja. ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuosa?*

Si denotamos el suceso A = {que la pieza seleccionada sea defectuosa}, es obvio que este suceso depende de la caja que haya sido seleccionada anteriormente.
Consideremos entonces la partición de Ω constituida por los sucesos:
$C_i = \{$ que la pieza provenga de la caja i $\}$, para i = 1, 2 ... 5
luego:

$$P(A/C_i) = \frac{i}{10} \text{ y } P(C_i) = \frac{1}{5} \quad \forall i = 1, 2 \dots 5$$

por tanto:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(C_i)P(A/C_i) = \sum_{i=1}^{5} \frac{i}{50} = \frac{15}{50} = 0{,}3$$

Es importante observar que si reuniésemos las piezas de las 5 cajas, obtendríamos precisamente 15 defectuosas de un total de 50. Tal resultado se debe a la equiprobabilidad de las cajas y constituye un caso particular de lo que se conoce como "muestreo bietápico".

El siguiente esquema, en forma de diagrama de árbol, constituye una representación conveniente de este tipo de problema:

Suceso de interés A	Sucesos de la partición C_i	Probabilidades a priori $P(C_i)$	Probabilidades condicionales $P(A/C_i)$	Productos $P(C_i)P(A/C_i)$
Seleccionar pieza defectuosa	seleccionar caja 1	1/5	1/10	1/50
	seleccionar caja 2	1/5	2/10	2/50
	seleccionar caja 3	1/5	3/10	3/50
	seleccionar caja 4	1/5	4/10	4/50
	selecionar caja 5	1/5	5/10	5/50
Suma		1		P(A)= 15/50

Los dos terorema siguientes constituyen generalizaciones del teorema del producto, y sus demostraciones se dejan como ejercicio.

Teorema 3.2.3. *Sea $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espacio probabilizado, y sean A y B sucesos tales que $P(A \cap B) > 0$. Entonces, para cualquier suceso $C \in \mathcal{A}$ se cumple que:*

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)\ P(B/A)\ P(C/A \cap B)$$

Teorema 3.2.4. *Sea $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espacio probabilizado, y sean $A_1, A_2 \dots A_{n-1}$ sucesos tales que la probabilidad de su intersección es mayor que cero. Entonces, para cualquier suceso $A_n \in \mathcal{A}$ se cumple que:*

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1 \cap A_2) \dots P(A_n/A_1 \cap A_2 \cap \dots A_{n-1})$$

A continuación veremos un teorema publicado en 1763 por el Reverendo Thomas Bayes, que podría catalogarse como uno de los más importantes en la teoría de la probabilidad. No solamente porque puede aplicarse a una amplia variedad de problemas, sino además porque constituye el punto de partida para el desarrollo de unos métodos inferenciales muy importantes denominados métodos bayesianos.

Teorema 3.2.5 (Teorema de Bayes)**.** *Sea $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espacio probabilizado, y sea $C_1, C_2, \dots C_n$ una partición de Ω. Entonces, para cualquier suceso A*

$\in \mathcal{A}$ *tal que* $P(A) > 0$, *se cumple que:*

$$P(C_i/A) = \frac{P(A/C_i)P(C_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A/C_j)P(C_j)}$$

Demostración. ▷
Por definición:

$$P(C_i/A) = \frac{P(A \cap C_i)}{P(A)}$$

por el teorema 3.2.1:

$$P(A \cap C_i) = P(C_i)\ P(A/C_i)$$

y por el teorema 3.2.2.:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(C_i)P(A/C_i)$$

sustituyendo:

$$P(C_i/A) = \frac{P(A/C_i)P(C_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(A/C_j)P(C_j)}$$

□

Suele llamarse a las probabilidades $P(C_i)$ "probabilidades a priori"o de las "causas", y a las probabilidades $P(C_i/A)$, "probabilidades a posteriori". Creemos sin embargo que la expresión "causas"es quizás poco apropiada, ya que los términos causa y efecto son inherentes a fenómenos determinísticos y no a fenómenos aleatorios como los que nos ocupan.

Ejemplo 3.2.2. *Consideremos de nuevo el ejemplo 3.2.1. Si una vez seleccionada la pieza se tiene que es defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la caja 5?*

Utilizando la misma notación anterior tenemos que la probabilidad buscada es:

$$P(C_5/A) = \frac{P(A/C_5)P(C_5)}{P(A)} = \frac{(5/10)(1/5)}{15/50} = \frac{1}{3} = 0{,}33$$

3.3. Independencia de sucesos

En general se dice que dos sucesos son independientes cuando la ocurrencia de uno de ellos no afecta la ocurrencia del otro. Intuitivamente estaríamos inclinados a decir que la ocurrencia del suceso B no afecta la ocurrencia del suceso A si P(A/B) = P(A), es decir si la ocurrencia del suceso B no afecta la probabilidad de A. De la misma forma podríamos decir que la ocurrencia del suceso A no afecta la ocurrencia del suceso B si P(A/B) = P(B).

Tales relaciones podrían utilizarse como definición de independencia de dos sucesos, pero ello tendría la desventaja de resultar una definición no simétrica y además estaría sujeta a que $P(A) > 0$ y $P(B) > 0$.

Ahora bien, si tales relaciones se cumplen, aplicando el teorema 3.2.1., tenemos:

$$P(A/B) = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(B)P(A/B) = P(B)P(A)$$

igualmente:

$$P(B/A) = P(B) \Rightarrow P(B \cap A) = P(A)P(B/A) = P(A)P(B)$$

de modo que podremos decir que los sucesos A y B son independientes cuando la probabilidad de su intersección es igual al producto de sus probabilidades. Tal definición es simétrica y válida aún cuando P(A) o P(B) sean nulas.

Definicion 3.3.1 (Independencia de dos sucesos)**.** *Sea* $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ *un espacio probabilizado, y sean* A *y* B *sucesos cualesquiera de* $\mathcal{A}$*. Se dice que* A *y* B *son independientes si y solo si* $P(A \cap B) = P(A)\ P(B)$*.*

Ejemplo 3.3.1. *Considere el experimento aleatorio que consiste en lanzar dos dados distinguibles. Estudie la independencia de los sucesos:*
$A = \{$*que salga un número par en el primer dado*$\}$
$B = \{$*que salga un número impar en el segundo dado*$\}$
$C = \{$*que la suma de ambos números sea par*$\}$

En primer lugar tenemos que:

$$\Omega = \{(1,1), (1,2), ..., (6,6)\}$$

es un espacio muestral finito y cuyos elementos son equiprobables.

Además, se tiene que:

$n(\Omega) = 6x6 = 36$	
$n(A) = 3x6 = 18$	ya que sólo hay tres números pares.
$n(B) = 6x3 = 18$	ya que sólo hay tres números impares.
$n(C) = 3x3 + 3x3 = 18$	o los dos números son pares, o los dos son impares.

En consecuencia:

$$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

A su vez:

$$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 3x3 = 9$$

y por tanto:

$$P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

de modo que:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B), P(A \cap C) = P(A)P(C) \text{ y } P(B \cap C) = P(B)P(C)$$

Sin embargo, si consideramos la intersección triple ocurre que:

$$P(A \cap B \cap C) = 0 \neq P(A)P(B)P(C) = \frac{1}{8}$$

de tal manera que podemos decir que los sucesos A, B y C son independientes dos a dos, pero no los tres simultáneamente. De allí la conveniencia de la siguiente definición:

Definicion 3.3.2 (Independencia de tres sucesos)**.** *Sea* $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ *un espacio probabilizado, y sean A, B y C sucesos cualesquiera de* $\mathcal{A}$*. Se dice que A, B y C son mutuamente independientes si y solo si:*

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A)P(B) \\ P(A \cap C) &= P(A)P(C) \\ P(B \cap C) &= P(B)P(C) \\ P(A \cap B \cap C) &= P(A)P(B)(C) \end{aligned}$$

En general, para más de tres sucesos tenemos la siguiente definición:

Definicion 3.3.3 (Independencia de n sucesos). *Sea $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espacio probabilizado, y sean $A_1, A_2 \ldots A_n$ sucesos cualesquiera de $\mathcal{A}$. Se dice que tales sucesos son mutuamente independientes si y solo si se verifica la regla del producto para todas las combinaciones posibles, es decir si se cumple para $i_j = 1, 2 \ldots n$ y $k = 2, 3 \ldots n$ que:*

$$P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \cdots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2})...P(A_{i_k})$$

Para probar entonces que n sucesos son independientes hay que demostrar las $2^n - n - 1$ condiciones anteriores. Conviene advertir sin embargo, que en muchas situaciones prácticas se procede en forma inversa: es el conocimiento del problema el que nos permite suponer la independencia de los sucesos, y sobre esta base podemos entonces aplicar las fórmulas correspondientes para calcular las probabilidades de las intersecciones.

Por último, vamos a enunciar un teorema que relaciona la condición de independencia de n sucesos con la condición de independencia de sus complementos:

Teorema 3.3.1 (Independencia de n sucesos). *Sea $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espacio probabilizado y sean $A_1, A_2 \ldots A_n$ sucesos independientes de $\mathcal{A}$. Entonces cualquier combinación de estos sucesos y sus complementos conforman sucesos independientes.*

Preguntas de reflexión

1. *¿A qué es igual $P(A/A)$?*
2. *¿A qué es igual $P(A/\bar{A})$?*
3. *¿Qué se quiere decir con que la independencia de sucesos es simétrica?*
4. *¿Son $\emptyset$ y Ω sucesos independientes?*
5. *En general, ¿pueden ser independientes un suceso y su complemento?*
6. *¿Qué significa que tres sucesos A, B y C sean mutuamente independientes?*
7. *En el contexto del teorema de Bayes, ¿qué se denominan probabilidades a priori y probabilidades a posteriori?*

3.4. Ejercicios 3.1

1. Demuestre que:

   i) $P(\bar{A}/B) = 1 - P(A/B)$

   ii) $P(A) = P(A/\bar{B})P(\bar{B}) + P(A/B)P(B)$

   iii) $P(A \cap B/C) = P(A/C)P(B/A \cap C)$

   iv) $P(A/B) > P(A) \Rightarrow P(B/A) > P(B)$

2. Demuestre que:

   i) $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B/A)P(C/A \cap B)$

   ii) $P(A_1 \cap A_2 \cdots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1 \cap A_2) \ldots P(A_n/A_1 \cap A_2 \cdots \cap A_{n-1})$

3. Una caja contiene 3 fichas negras y 7 blancas. Se selecciona aleatoriamente una ficha y se reemplaza por dos fichas del mismo color. Halle la probabilidad de obtener 3 fichas negras en 3 pruebas del experimento.

4. Dos tubos defectuosos se confunden con dos buenos. Los tubos se prueban uno a uno hasta encontrar los defectuosos. Halle la probabilidad de encontrar el último tubo defectuoso en la:

   i) Segunda prueba

   ii) Tercera prueba

   iii) Cuarta prueba

5. Se lanza una moneda cargada tal que P(Cara) = 2/3 y P(Sello) = 1/3. Si sale cara se escoge al azar un número del 1 al 9, y si sale sello se escoge un número del 1 al 5. Halle la probabilidad de que se escoja un número par.

6. Una caja contiene x fichas blancas e y fichas negras. Una segunda caja contiene z fichas blancas y r negras. Se selecciona aleatoriamente una ficha de la primera caja y se coloca en la segunda. Luego se selecciona aleatoriamente una ficha de la segunda caja. Halle la probabilidad de seleccionar una ficha blanca.

7. Una caja contiene b fichas blancas y n fichas negras. Se selecciona aleatoriamente una ficha de la caja, y se retira sin observar su color. Posteriormente se selecciona una segunda ficha. Demuestre que la probabilidad de que la segunda ficha seleccionada sea blanca es igual a la probabilidad de que la primera sea blanca. Comente.

8. De un juego completo de 28 fichas de dominó se ha extraído una al azar. Halle la probabilidad de que al seleccionar una segunda ficha, ésta pueda juntarse con la primera.

9. Se escoge al azar un número denotado por x_1, del conjunto $\{1,2,3,4\}$. Un segundo número, denotado por x_2, se escoge al azar del conjunto $\{1,2...x_1\}$. Calcule:

   i) $P(x_2 = 1/x_1 = i)$ i=1,2,3,4

   ii) $P(x_2 = 1)$

   iii) $P(x_1 = 2/x_2 = 1)$

10. Suponga que 5 de cada 100 hombres y 25 de cada 10.000 mujeres sufren daltonismo. Suponga además que hay el mismo número de mujeres que de hombres. Si se selecciona aleatoriamente una persona:

    i) Halle la probabilidad de que sea daltónico.

    ii) Una vez seleccionada una persona daltónica, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

11. En un examen objetivo se tiene que a cada pregunta se le anexan 5 posibles respuestas. Se estima que un estudiante conoce con seguridad el 50 % de las respuestas y es totalmente ignorante en el 10 % (estas preguntas las deja sin contestar). En el resto de las preguntas, el estudiante no está seguro y trata de adivinar.

    i) Halle la probabilidad de que un estudiante acierte una determinada respuesta.

    ii) Una vez que el estudiante ha acertado, ¿cuál es la probabilidad de que realmente conozca la respuesta?

12. Supóngase que la probabilidad de que en un juicio, el juez legue a un veredicto justo es 0.95. Supóngase además que de los individuos bajo juicio, el 99 % es culpable.

i) Halle la probabilidad de que un individuo sea declarado inocente.
ii) Una vez declarado inocente, ¿cuál es la probabilidad de que realmente sea inocente?

13. Una prueba de rayos x para detectar la tuberculosis arroja los siguientes resultados de confiabilidad: indica resultados positivos al 90 % de las personas enfermas y al 1 % de las personas sanas a las cuales se aplica. De una población con un 0.1 % de personas tuberculosas se selecciona una persona al azar.

    i) Halle la probabilidad de que el examen indique tuberculoso.
    ii) Una vez que la prueba resultó positiva, ¿cuál es la probabilidad de que la persona tenga realmente tuberculosis?

14. Una compañía de seguros de automóviles ha asegurado 35.000 conductores de clase A (riesgos buenos), 50.000 conductores de clase B (riesgos medios) y 15.000 conductores de clase C (riesgos malos). Las probabilidades de que un conductor de la clase A, B o C tenga uno o más accidentes durante un año son 0.01, 0.04 y 0.15 respectivamente. La compaña vende a la Sra. García una póliza de seguros, y en un año tiene un accidente. Halle la probabilidad de que la mencionada señora no sea un conductor de la clase B.

15. Demuestre que:

    i) Si A y B son sucesos independientes, entonces también son independientes: A y $\bar{B}$, $\bar{A}$ y $\bar{B}$, A y $\emptyset$, A y Ω.
    ii) Si A, B y C son sucesos independientes, entonces también son independientes: $\bar{A}$, B y C; $\bar{A}$, $\bar{B}$ y C; $\bar{A}$, $\bar{B}$ y $\bar{C}$.
    iii) Si A, B y C son sucesos independientes, entonces también son independientes: A y $(B - C)$.
    iv) Si A, B y C son sucesos independientes, entonces $P(C/A \cup B) = P(C)$.
    v) Si $P(B) = 1$ entonces A y B son independientes

16. Dos individuos A y B se enfrentan en un duelo. La probabilidad de que A acierte un disparo es 0.2 y la de B es 0.3. A dispara primero. El segundo disparo, de haberlo, puede ser hecho por cualquiera de los dos

con igual probabilidad. Puede haber un tercer disparo hecho por B si aún está vivo. Halle la probabilidad de que:

i) B mate a A.

ii) Ambos resulten ilesos.

17. Dos jugadores A y B se enfrentan en una competencia de tenis de 3 juegos, resultando ganador de la misma el que resulte vencedor en dos juegos. En cada partida, la probabilidad de que A gane es 3 veces mayor que la probabilidad de que B gane. Halle la probabilidad de que B resulte ganador de la competencia.

18. Se disputa un torneo de tenis entre 8 jugadores de igual habilidad. Para la primera eliminación los pares de oponentes se determinan al azar, y en cada una de las eliminatorias sucesivas los pares de adversarios se forman a azar entre los ganadores de la ronda anterior. Si A y B son 2 de los 8 jugadores, halle la probabilidad de que se enfrenten en una de las partidas.

19. Un tirador tiene una probabilidad p de dar en el blanco. Se le ofrecen 2 alternativas:

    i) Hacer un sólo disparo.

    ii) Hacer 3 disparos con la condición de dar por lo menos 2 veces en el blanco.

    ¿Cuál es la alternativa más favorable al tirador?

20. Considere un sistema compuesto por 10 subsistemas independientes. Si la probabilidad de que cada subsistema funcione es 0.99, halle la probabilidad de que el sistema funcione si:

    i) El sistema está conectado en serie, es decir, el sistema funciona si y solo si todos los subsistemas funcionan.

    ii) El sistema está conectado en paralelo, es decir, el sistema funciona si y solo si al menos uno de los subsistemas funciona.

PERSONAJES DE LA ESTADISTICA

Carl Gauss

Johann Carl Friedrich Gauss nació el 30 de abril de 1777 en Brunswick, Alemania. Fue un niño prodigio, de quien existen muchas anécdotas acerca de su asombrosa precocidad. Gauss tenía 14 años cuando conoció al duque de Brunswick, quien quedó fascinado por el muchacho, por lo que decidió hacerse cargo de todos los gastos de su educación. Al año siguiente de conocer al duque, Gauss ingresó al Collegium Carolinum para continuar sus estudios, y lo que sorprendió a todos fue su facilidad para las lenguas. Aprendió y dominó el griego y el latín en muy poco tiempo. En esa época ya había descubierto su ley de los mínimos cuadrados, lo que indica su temprano interés por la teoría de errores de observación y su distribución. Hizo sus primeros grandes descubrimientos mientras era apenas un adolescente y completó su obra maestra, Disquisitiones Arithmeticae a los veintin añoa, trabajo fundamental en el campo de la teoría de los números. Fue matemático, astrónomo y físico, y contribuyó significativamente en muy diversos campos: la teoría de números, el análisis matemático, la geometría diferencial, la estadística, el álgebra, la geodesia, el magnetismo y la óptica. Es considerado como uno de los matemáticos más importantes de todos los tiempos. En 1807 fue nombrado director del Observatorio de Gotinga, y en 1809 publica un trabajo en el que describe cómo calcular la órbita de un planeta. En 1823 publica un trabajo dedicado a la estadística, concretamente a la distribución normal cuya curva característica, denominada Campana de Gauss, es popular en disciplinas no matemáticas donde los datos son susceptibles de estar afectados por errores sistemáticos y casuales. Aunque a Gauss no le gustaba dar clases, algunos de sus alumnos resultaron destacados matemáticos, como Richard Dedekind y Bernhard Riemann. Murió en Gotinga el 23 de febrero de 1855, a la edad de 78 años.
