

## **INFORMACIÓN PARA EL LECTOR:**

Las figuras que pertenecen a cada capítulo se encuentran en archivos distintos. Por ejemplo, el archivo de figuras del “Capítulo 2”, es nombrado “Figuras\_cap2”.

Adicionalmente, las páginas de cada figura se enumera con letras, indicando el número de la página correspondiente en el texto. Por ejemplo, las figuras que se encuentran inmediatamente después de la página 50, se enumeran 50-a, 50-b, 50-c etc.

# **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

## **TRANSFORMACIÓN A DISTANCIA FUENTE – RECEPTOR NULA 2D EN MEDIOS DE VELOCIDAD VARIABLE**

Presentado ante la ilustre  
Universidad Central de  
Venezuela  
para optar por el Título  
de Ingeniero Geofísico  
por el Br. Oropeza Palacios, Ernesto Valentín

Caracas, octubre 2002.

# **TRABAJO ESPECIAL DE GRADO**

## **TRANSFORMACIÓN A DISTANCIA FUENTE – RECEPTOR NULA 2D EN MEDIOS DE VELOCIDAD VARIABLE**

TUTOR ACADÉMICO: Prof. Marco S. Figueroa V.

TUTOR INDUSTRIAL: Dr. Andrey A. Ortega G.

Presentado ante la ilustre  
Universidad Central de  
Venezuela  
para optar por el Título  
de Ingeniero Geofísico  
por el Br. Oropeza Palacios, Ernesto Valentín

Caracas, octubre 2002.

Caracas, 30 de octubre de 2002

Los abajo firmantes, miembros del jurado designados por el Consejo de Escuela de Geología, Minas y Geofísica, para evaluar el Trabajo Especial de Grado presentado por el Br. Ernesto Oropeza, titulado:

**TRANSFORMACIÓN A DISTANCIA FUENTE – RECEPTOR NULA  
2D EN MEDIOS DE VELOCIDAD VARIABLE**

Consideran que el mismo cumple con los requisitos exigidos por el plan de estudios conducente al Título de Ingeniero Geofísico, y sin que ello signifique que se hacen solidarios con las ideas expuestas por el autor, lo declaran APROBADO.

Prof. Marco Figueroa  
Jurado – Tutor Académico

Prof. Andrey A. Ortega  
Jurado – Tutor Industrial

Prof. Juan Infante  
Jurado

*A mi Familia*

## ***AGRADECIMIENTOS***

A Dios, por darme vida y salud, y por permitirme llegar hasta este momento

A Andrey Ortega, por haber confiado en mí y brindarme la oportunidad de aprender de él.

A Marco Figueroa, por haberse involucrado directamente en este trabajo y, además, brindarme sabios consejos

A mi mamá, papá y hermanos, por brindarme su apoyo en todo momento, y por su directa colaboración en la elaboración de este trabajo

A Gaby, quien llegó a mi vida en un momento inesperado, dándome la fuerza y el impulso para culminar este trabajo y, además, por su intervención directa en la mayoría de las etapas de mi tesis... de verdad GRACIAS!

A Robertico, por su apoyo incondicional en todo momento y por ser mi compañero en los buenos y malos momentos de ser tesisistas

Al personal de Intevep, Ricardo Plata, Jhonny, Héctor Pineda, José Manuel, Nieves Luz, Nieves Nevado, Ana María, Arturo, Sr. Freddy, Omar, Carlos, Jaime; por colocar su grano de arena en el desarrollo de este trabajo

A mis amigos, Miros, Marianne, Humbertico (Chiquitico), Luis, Francisco, Rosa y; especialmente, a Sylvia, Yeye y Meily; quienes compartieron conmigo la experiencia de ser tesisistas en Intevep. Además, quiero agradecer a Luis y Ariannella por ser tan colaboradores en el último momento de mi trabajo

Al Profesor José Cavada, por aportar su grano de arena en esta investigación

A Oswaldo Salazar por sus válidos comentarios y sus consejos

A Ricardo por haber “salvado” mi computadora en los momentos claves de la culminación de este trabajo

A Sabita, Mora y Anny, tanto por su amistad, como por su colaboración durante el desarrollo de este trabajo

A Kristopher, Karla (La Bruja), Lizcar y Héctor, por ser buenos amigos y por su siempre dispuesta ayuda

A los panas de Geofísica, Juan “Patilla”, Rómulo “El Repollino”, Omar “El Kiki” y Carlitos, amigos y compañeros de rumba, que cuando necesité de su ayuda nunca vacilaron en brindármela... saben que cuentan conmigo!

A mis abuelas, tíos, padrino y primos, por darme ánimo toda la vida

A Héctor ( mi compadre), Héctor Enrique (mi ahijado) y Judy (mi comadre): mi segunda familia

A mis amigos, Marjorie, Mariale, Ángel, Humberto, Víctor, Daniel (el cuñado), Patiño y Gonzalo quienes comenzaron la carrera de ingeniería conmigo y siempre se mantuvieron allí

A Oliver y su familia, Sr. Rubén, Sra. Gladis, Carlos y Rubén Darío, por haberme considerado, desde pequeño, como de su familia

A los Silva Luna, Marco, Ernesto, Mary, Juan Carlos, Carlos Ernesto, Juan Manuel y Arturo, por permitirme entrar en su casa y su familia

Al equipo de Rugby de la UCV, por enseñarme lo que es el trabajo en equipo, el compañerismo, la humildad y la unión. Especialmente, quiero agradecer a Emiliano, Irluz, Mutombo y Brenda por siempre estar pendiente de mí

...A todos GRACIAS.

**Oropeza P., Ernesto V.**

**TRANSFORMACIÓN A DISTANCIA FUENTE – RECEPTOR NULA 2D EN MEDIOS DE VELOCIDAD VARIABLE**

**Tutor Académico: Marco Figueroa. Tutor Industrial: Andrey A. Ortega. Tesis. Caracas, UCV. Facultad de Ingeniería. Escuela de Geología, Minas y Geofísica. Año 2002, 145p.**

**Palabras claves: Procesamiento de datos sísmicos, MZO, NMO, DMO y migración.**

**Resumen.** Convencionalmente, la transformación a distancia fuente-receptor nula se realiza mediante una corrección cinemática que remueve el efecto de la distancia fuente-receptor, (NMO), seguida de la que remueve el efecto del buzamiento, (DMO). Sin embargo, estas correcciones son analíticamente válidas para medios de velocidad constante.

Con el objetivo de incorporar variaciones laterales de velocidad se introduce el operador de migración a distancia f-r nula, (MZO), el cual es deducido analíticamente de la ecuación de onda y, además, presenta isomorfismo con la migración antes de apilamiento. Su implementación y análisis, es el propósito de este trabajo.

El código de MZO, falla cuando se subestima, significativamente, la velocidad cuadrática media. Adicionalmente, la sobreestimación de velocidad afecta a la imagen pero en menor grado. Con un error no mayor al 5% de la estimación de velocidad, se puede obtener una imagen clara los reflectores.

En análisis de datos sintéticos de un modelo proveniente de la Ensenada de Barcelona, el operador MZO migró, parcialmente, los eventos atribuidos a la falla principal y a la inversión del campo de velocidad, de mejor manera que la secuencia convencional, (NMO+DMO). Sin embargo, no se generó una sección de distancia f-r nula donde existen inversiones de velocidades, por lo que debe ser aplicada la migración antes del apilamiento. Para mayores profundidades baja la relación señal ruido, lo cual no corresponde a lo expuesto teóricamente, por lo que es posible que sea producto una extensión insuficiente en el número de muestras a potencia de dos.

Con los resultados obtenidos, se pudo determinar que los artefactos del operador son reducidos al extender en potencia de dos las dimensiones de los datos de interés y la apertura de migración es suficiente extensa como para permitir el desplazamiento del reflector buzamiento arriba.

# ÍNDICE

	Página
<b>RESUMEN</b> .....	vii
<b>CAPÍTULO 1.- INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>CAPITULO 2.- MARCO TEÓRICO</b>	
2.1 Conceptos previos.....	4
2.1.1 Geometría de reflexión y dominio de los datos. Método del punto medio en profundidad (i.e. CDP).....	4
2.1.2 Velocidades sísmicas .....	6
2.2 Procesamiento convencional de datos sísmicos.....	7
2.3 Corrección dependiente de la distancia fuente-receptor .....	13
2.4 Corrección dependiente del buzamiento.....	15
2.4.1 Corrección por efecto del buzamiento, (DMO), a través de la transformada de Fourier.....	17
2.5 Migración.....	24
2.5.1 Migración cero distancia f-r en el dominio frecuencia-número de onda.....	25
2.5.2 Migración antes de apilamiento.....	28
2.5.2.1 Ecuación raíz cuadrada doble .....	29
2.6 Migración a distancia fuente - receptor nula, (MZO).....	34
2.6.1 Variación lateral de velocidad .....	39
2.7 MZO mediante el método de fase estacionaria.....	42
2.7.1 Método de la fase estacionaria.....	42
2.8.1 Transformada de Fourier Discreta .....	46
2.9 Transformada de Fourier en $n$ dimensiones.....	48
2.10 Función Impulso .....	50
2.10.1 Transformada de Fourier de la función impulso.....	52
2.11 Método de interpolación Spline cúbico .....	53
<b>CAPITULO 3.- IMPLEMENTACIÓN DE NMO Y DMO</b>	
3.1 NMO para secciones de CMP común.....	56
3.2 NMO para secciones de distancia f-r común.....	59
3.3 Spline cúbico para NMO .....	61
3.4 Implementación de DMO por transformada de Fourier .....	63

3.5 Respuesta impulso del operador NMO + DMO .....	67
3.5.1 Sección de distancia f-r común impulso .....	68
3.5.2 Aplicación de NMO +DMO .....	69
<b>CAPÍTULO 4.- IMPLEMENTACIÓN DE MZO</b>	
4.1 MZO para velocidad lateralmente constante .....	72
4.2 MZO para velocidad lateralmente variable .....	76
4.3 Respuesta impulso del operador MZO .....	77
4.4 Errores en la velocidad del medio para el operador MZO.....	80
<b>CAPÍTULO 5.- APLICACIÓN DE MZO EN LA ENSENADA DE BARCELONA</b>	
5.1 Datos sísmicos sintéticos de la Ensenada de Barcelona .....	84
5.1.1 Geometría, parámetros de adquisición y organización de los datos .....	85
5.1.2 Clasificación de los datos por CMP y distancia f-r .....	86
5.2 Análisis de velocidades.....	87
5.3 Transformación a distancia f-r nula .....	90
5.3.1 Transformación a distancia f-r nula mediante NMO seguido de DMO .....	92
5.3.2 Transformación a distancia f-r nula mediante MZO .....	93
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>95</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>98</b>
<b>APÉNDICES.....</b>	<b>101</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Páginas
Figura 2. 1. Geometría de disparo o grabación.....	4a
Figura 2. 2. Dominios de los datos sísmicos.....	5a
Figura 2.3. Dominio de disparo común. ....	5b
Figura 2. 4. Dominio de la distancia f-r común. ....	6a
Figura 2. 5. Dominio del punto medio común (CMP).....	6b
Figura 2. 6 Geometría del dominio del punto medio común (CMP) para reflectores inclinados. ....	6c
Figura 2. 7. Trayectoria de la reflexión sobre un horizonte para calcular la velocidad.....	7a
Figura 2. 8. Secuencia de procesamiento convencional de datos sísmicos. ....	7b
Figura 2. 9. Trayectoria de un rayo que incide sobre una interfase plana. ....	11a
Figura 2. 10. Dilatación de la ondícula por NMO. ....	11b
Figura 2. 11. Trayectoria de un rayo que incide sobre una interfase inclinada. ....	15a
Figura 2. 12. Reflectores mapeados en el dominio de Fourier.....	19a
Figura 2. 13. Migración teórica de una interfase plana ....	25a
Figura 2. 14. Reflexiones no hiperbólicas. ....	27a
Figura 2. 15. Función discreta.. ....	42a
Figura 2. 16. Distribución de las frecuencias para la transformada de Fourier discreta. ...	47a
Figura 2. 17 Espectro de amplitud para la función impulso. ....	53a
Figura 2. 18. Elementos de una función discreta para la interpolación spline cúbico.....	53b
Figura 3. 1. Hipérbola de reflexión para un CMP común.....	57a
Figura 3. 2 Efectos de la interpolación por <i>SPLINECUBIC</i> .....	58a
Figura 3. 3. Diagrama de flujo para NMOCPDOM.....	59a
Figura 3. 4. Corrección de NMO para una sección de punto medio común mediante <i>NMOCPDOM</i> . ....	59b
Figura 3. 5. Diagrama de flujo para NMOOFDOM. ....	60a
Figura 3. 6. Corrección de NMO para una sección de distancia f-r común mediante <i>NMOOFDOM</i> .....	61a
Figura 3. 7. Diagrama de flujo para DMOOFDOM. ....	65a
Figura 3. 8. Efecto del suavizado en un sismograma.....	65b
Figura 3. 9. Salida del HANN SIN. ....	65c
Figura 3. 10. Salida del HANN COS.....	66a
Figura 3. 11. Esquema de la matriz de dos dimensiones de entrada a <i>DMOOFDOM</i> . ....	66b
Figura 3. 12. Sismograma de un reflector inclinado corregido por DMO mediante <i>DMOOFDOM</i> .....	67a
Figura 3. 13. Reflector elíptico en un medio de velocidad constante v.....	68a
Figura 3. 14. Distintos punto de reflexión para un reflector elíptico.....	68b
Figura 3. 15. Ondícula de Ricker convolucionada para generar los sismogramas sintéticos mostrados y el impulso.. ....	69a
Figura 3. 16. Sismogramas sintéticos del impulso.....	69b
Figura 3. 17. Respuesta impulso de DMO mediante <i>DMOOFDOM</i> .....	70a
Figura 3. 18. Migración en profundidad de la respuesta impulso de DMO. ....	70b

Figura 3. 19. Respuesta impulso de DMO contrastada con su migración escalada en tiempo..	70c
Figura 4. 1. Diagrama de flujo para <i>MZOCONSVEL</i> .	73a
Figura 4. 2. Diagrama de flujo para <i>MZOVARIVEL</i> .	73b
Figura 4. 3. Esquema del campo de velocidades que entra a <i>MZOVARIVEL</i> .	76a
Figura 4. 4 Respuesta impulso del operador MZO mediante <i>MZOCONSVEL</i> utilizando 64 muestras de $k_h$ , y extendiendo las muestras por trazas a 4096.	77a
Figura 4. 5. Respuesta impulso del operador MZO mediante <i>MZOCONSVEL</i> utilizando 512 muestras de $k_h$ , y extendiendo las muestras por trazas a 2048.	78a
Figura 4. 6. Respuesta impulso del operador MZO mediante <i>MZOCONSVEL</i> utilizando 512 muestras de $k_h$ , y extendiendo las muestras por trazas a 4096.	78b
Figura 4.7. Respuesta impulso del operador MZO mediante <i>MZOCONSVEL</i> .	78c
Figura 4. 8. Respuesta impulso del operador MZO comparada con la respuesta teórica.	78d
Figura 4. 9. Comparación de amplitudes entre la respuesta impulso de MZO y respuesta impulso de NMO+DMO.	78e
Figura 4. 10. Migración en profundidad de Gazdag de la respuesta impulso de MZO.	79a
Figura 4. 11. Migración del de la respuesta impulso por MZO escalada en tiempo junto a la respuesta impuso de MZO.	79b
Figura 4. 12. Modelo de reflector buzante usado para corregir por MZO a distintas velocidades.	80a
Figura 4. 13. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/sag).	80b
Figura 4. 14. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 25 % mas alta que la velocidad del medio (3125 m/sag).	80c
Figura 4. 15. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 15% más alta que la velocidad del medio (2875 m/sag).	80d
Figura 4. 16. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 5% más alta que la velocidad del medio (2625 m/sag).	80e
Figura 4. 17. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 25% más baja que la velocidad del medio (1875 m/sag).	80f
Figura 4. 18. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 15% más baja que la velocidad del medio (2125 m/sag).	80g
Figura 4. 19. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 5% más baja que la velocidad del medio (2375 m/sag).	80h
Figura 4. 20. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg).	81a
Figura 4. 21. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 25% más alta que la velocidad del medio (3125 m/seg).	81b
Figura 4. 22. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 15% más alta que la velocidad del medio (2875 m/seg).	81c
Figura 4. 23. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 5% más alta que la velocidad del medio (2625 m/seg).	81d
Figura 4. 24. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 25% más baja que la velocidad del medio (1875 m/seg).	81e
Figura 4. 25. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 15% más baja que la velocidad del medio (2125 m/seg).	81f

Figura 4. 26. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 5% más baja que la velocidad del medio (2375 m/seg). .....	81g
Figura 4. 27. Error en la corrección temporal contra error de estimación de la velocidad del medio. ....	81h
Figura 4. 28. Desplazamiento del CMP por efecto del buzamiento contra error de estimación de la velocidad del medio. ....	82a
Figura 4. 29. Sección apilada con la velocidad del medio (2500 m/seg). ....	82b
Figura 4. 30. Sección apilada con la velocidad 15% más alta que la velocidad del medio (2875 m/seg). ....	82c
Figura 4. 31. Sección apilada con la velocidad 15% más baja que la velocidad del medio (2125 m/seg). ....	82d
Figura 4. 32. Sección de distancia f-r común igual a 525 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg). ....	82e
Figura 4. 33. Sección de distancia f-r común igual a 1025 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg). ....	82f
Figura 4. 34. Sección de distancia f-r común igual a 2025 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg). ....	82g
Figura 4. 35. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg). ....	82h
Figura 4. 36. Sección de distancia f-r común igual a 4025 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg). ....	82i
Figura 4. 37. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 25% más alta que la velocidad del medio (3125 m/seg). ....	83a
Figura 4. 38. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 15% más alta que la velocidad del medio (2875 m/seg). ....	83b
Figura 4. 39. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 5% más alta que la velocidad del medio (2625 m/seg). ....	83c
Figura 4. 40. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 25% más baja que la velocidad del medio (1875 m/seg). ....	83d
Figura 4. 41. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 15% más baja que la velocidad del medio (2125 m/seg). ....	83e
Figura 4. 42. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 5% más baja que la velocidad del medio (2375 m/seg). ....	83f
Figura 5. 1. Modelo de velocidad para la Ensenada de Barcelona. ....	84a
Figura 5. 2. Esquema para la configuración de disparo. ....	85a
Figura 5. 3 Diagrama de cobertura. ....	85a
Figura 5. 4. Intervalo del modelo de velocidades escogida para realizar las transformaciones a distancia f-r nula. ....	86a
Figura 5. 5. Semblanza para el CMP ubicado en el kilómetro 11 del transecto. ....	89a
Figura 5. 6. Semblanza para el CMP ubicado en el kilómetro 16 del transecto. ....	89b
Figura 5. 7. Semblanza para el CMP ubicado en el kilómetro 20 del transecto. ....	89c
Figura 5. 8. Semblanza para el CMP ubicado en el kilómetro 24 del transecto. ....	89d
Figura 5. 9. Semblanza para el CMP ubicado en el kilómetro 28 del transecto. ....	89e
Figura 5. 10. Campo de velocidad media cuadrática del modelo de la Ensenada de Barcelona a través de análisis de semblanza. ....	89f
Figura 5. 11. Sección de CMP común para el CMP ubicado a 11 kilómetros del transecto y su corrección por NMO por <i>NMOCMPDOM</i> . ....	89g

Figura 5. 12. Sección de CMP común para el CMP ubicado a 16 kilómetros del transecto y su corrección por NMO por <i>NMOCMPDOM</i> .....	89h
Figura 5. 13. Sección de CMP común para el CMP ubicado a 20 kilómetros del transecto y su corrección por NMO por <i>NMOCMPDOM</i> .....	89i
Figura 5. 14. Sección de CMP común para el CMP ubicado a 24 kilómetros del transecto y su corrección por NMO por <i>NMOCMPDOM</i> .....	89j
Figura 5. 15. Sección de CMP común para el CMP ubicado a 28 kilómetros del transecto y su corrección por NMO por <i>NMOCMPDOM</i> .....	89k
Figura 5. 16. Sección de distancia f-r igual a 440 metros.....	91a
Figura 5. 17. Sección de distancia f-r igual a 1240 metros.....	91a
Figura 5. 18. Sección de distancia f-r igual a 2440 metros.....	91b
Figura 5. 19. Sección de distancia f-r igual a 3640 metros.....	91b
Figura 5. 20. Sección de distancia f-r nula exacta. ....	91c
Figura 5. 21. Sección de distancia f-r común igual a 440 metros transformada a sección de distancia f-r nula por NMO y por NMO+DMO. ....	92a
Figura 5. 22. Sección de distancia f-r común igual a 1240 metros transformada a sección de distancia f-r nula por NMO y por NMO+DMO. ....	92b
Figura 5. 23. Sección de distancia f-r común igual a 2440 metros transformada a sección de distancia f-r nula por NMO y por NMO+DMO. ....	92c
Figura 5. 24. Sección de distancia f-r común igual a 3640 metros transformada a sección de distancia f-r nula por NMO y por NMO+DMO. ....	92d
Figura 5. 25. Capo de velocidad media cuadrática para la aplicación de <i>MZOVARVEL</i> . ..	93a
Figura 5. 26. Sección de distancia f-r común igual a 440 metros transformada a sección de distancia f-r nula por MZO. ....	93b
Figura 5. 27. Sección de distancia f-r común igual a 1240 metros transformada a sección de distancia f-r nula por MZO. ....	93c
Figura 5. 28. Sección de distancia f-r común igual a 3240 metros transformada a sección de distancia f-r nula por MZO. ....	93d

# *CAPÍTULO 1*

## *INTRODUCCIÓN*

Los métodos sísmicos de prospección, se han convertido en la mejor herramienta utilizada para conocer las estructuras y propiedades del subsuelo. Un levantamiento sísmico consta de tres etapas fundamentales: la adquisición, el procesamiento y la interpretación de los datos. Su finalidad es reproducir los rasgos geológicos del subsuelo mediante una imagen, generada en el procesamiento y, así, reducir de manera significativa la incertidumbre para reconstruir las estructuras geológicas de la zona de estudio. De esta manera, en la medida que sea más clara la imagen del subsuelo, se obtendrá mayor información.

El procesamiento de datos sísmicos, cobra relevante importancia, ya que su producto final es la imagen del subsuelo, a la cual será atribuida las características geológicas en la etapa de interpretación. Sin importar lo avanzado de las técnicas de adquisición, si con el procesamiento de datos no se genera una imagen con gran exactitud, se generarán interpretaciones incorrectas.

Convencionalmente, para obtener una imagen del subsuelo, se genera una sección de incidencia normal apilada y, para ello, se aplica la corrección por efecto de la distancia fuente-receptor, (NMO), y la corrección por efecto del buzamiento, (DMO). Posteriormente, se realiza la migración de los datos en profundidad, después del apilamiento.

En la corteza terrestre, se encuentran distintos tipos de rocas, dispuestas en varias estructuras, y en consecuencia, ésta se comporta como un medio anisótropo. Tal anisotropía, causa variaciones de la velocidad de propagación de las ondas. Así, la velocidad del medio rocoso se encuentra afectada por: (i) el tipo de roca y/o su edad, (ii) la presión litoestática, consecuencia de la profundidad, (iii) la presencia de estructuras como fallas, pliegues y domos, y (iv) la presencia de fluidos; entre otros factores.

Las correcciones por efecto de la distancia fuente-receptor y por efecto del buzamiento son, analíticamente, deducidas para medios de velocidad constante y, por lo tanto, pierden exactitud cuando son aplicadas en medios de velocidad variable.

La mejor manera de obtener una imagen sísmica en medios de velocidad variable es la migración antes de apilamiento, cuyo algoritmo es deducido a partir de la ecuación de onda.

Sin embargo, este proceso es muy extenso, en cuanto a los cálculos, ya que requiere mayor volumen de datos que la migración después de apilamiento. Una alternativa para obtener imágenes sísmicas en este tipo de medios, es la migración a distancia fuente-receptor nula, (i.e, MZO o migration to zero offset), desarrollada por Popovici (1995).

La migración a distancia fuente-receptor nula, (MZO), es un operador que transforma una sección de distancia fuente-receptor común en una sección de incidencia normal. Éste es, analíticamente deducido de la ecuación de onda y, por lo tanto, trata correctamente la cinemática de la corrección de NMO+DMO y, además, es consistente en amplitud con la ecuación raíz cuadrada doble, involucrada en la migración antes de apilamiento. En medios de velocidad constante, el MZO es equivalente a aplicar la corrección por NMO seguido de la corrección por DMO.

El algoritmo de MZO, propuesto por Popovici, (1995), opera tanto para medios de velocidad variable en profundidad, como para medios de velocidad lateralmente variable y, además, es menos extenso que la migración antes de apilamiento, en cuanto al volumen de cálculos, (Popovici, 1995).

En otro orden de ideas, Venezuela posee áreas prospectivas de hidrocarburos que se encuentran en zonas geológicamente afectadas por estructuras complejas, con presencia de corrimientos, fallas y pliegues, que colocan en contacto rocas con propiedades sumamente variables. Sin embargo, en estas áreas se han realizado imágenes sísmicas asumiendo capas de rocas con isotropía, lo cual no corresponde a la realidad.

Si se considera la anisotropía en los medios a prospectar, se pueden generar imágenes más resolutivas del subsuelo, para que así se tomen las decisiones correspondientes a la explotación de hidrocarburos.

Con el desarrollo e implementación de operadores MZO 2D en medios de velocidad variable, se da pie a la extensión a 3D de la técnica y, posteriormente, incluirla en las secuencias convencionales de procesamiento de datos sísmicos.

En el desarrollo de este trabajo, se realizará la implementación de operadores para obtener secciones de distancia fuente-receptor nula. En primer lugar, se implementará la corrección por efecto de la distancia fuente-receptor, (NMO), basada en la cinemática de la trayectoria de los rayos de propagación de las ondas y, como complemento, se implementará la corrección por efecto del buzamiento, (DMO), a través de transformada de Fourier, cuya

técnica fue desarrollada por Hale, en su trabajo “DMO by Fourier transform” (Hale, 1984). Por último, se realizará la implementación de la migración a distancia fuente-receptor nula propuesta por Popovici, (1995), tanto para velocidad lateralmente constante como para velocidad lateralmente variable, lo que constituye el objetivo principal de esta tesis. Estas implementaciones, serán realizadas en lenguaje de programación Fortran y, algunas actividades se realizarán en Matlab<sup>®</sup>.

De esta manera, para alcanzar el objetivo principal de esta tesis, se plantea una serie de objetivos específicos, los cuales se enumeran a continuación:

1. Generar una estructura matemática programable para operadores MZO.
2. Codificar el operador MZO, en lenguaje Fortran, para medios de velocidad variable.
3. Verificar el código con datos sintéticos generados.
4. Optimizar el tiempo de cómputo del código .

En el capítulo 2 de este trabajo, se abordan los aspectos conceptuales de fondo, acerca de la derivación del operador de migración a distancia fuente-receptor nula, además, se incluyen diversos tópicos que conciernen al procesamiento de datos sísmicos. En el capítulo 3, se describe la implementación de la corrección por distancia fuente-receptor, (NMO), y la corrección por efecto del buzamiento, (DMO). Aquí, se ofrecen detalles de la codificación, y se muestran resultados obtenidos de su aplicación sobre datos sintéticos. En el capítulo 4, se describe todo lo relativo a la implementación del operador MZO, detallando su codificación en lenguaje Fortran, y mostrando ejemplos de su aplicación sobre datos sintéticos, como la respuesta impulso. Además, se muestra la respuesta del código para errores en la velocidad del medio, con lo que se pretende establecer un rango de error permisible. Por último, en el capítulo 5, se realizan secciones de distancia fuente-receptor nula del modelo sísmico de la Ensenada de Barcelona, (realizado por la pericia de Adquisición y Modelado sísmico de Intevp), a través de los distintos operadores implementados, para así determinar el funcionamiento del código desarrollado en datos que, aunque sintéticos, muestran determinadas estructuras del subsuelo.

## *CAPÍTULO 2*

### *MARCO TEÓRICO*

#### **2.1 Conceptos previos**

##### **2.1.1 Geometría de reflexión y dominio de los datos. Método del punto medio en profundidad (i.e. CDP)**

Junto con Schneider (1984) enunciamos que el método del punto común en profundidad (i.e. CDP) es una técnica de adquisición y procesamiento de datos sísmicos la cual transforma campos grabados por estudios sísmicos en imágenes de las capas geológicas de la tierra por debajo de la línea de estudio.

El inicio del método del CDP consiste en la recolección de los datos o fase de adquisición. En esta sección se definirán términos básicos de la geometría de adquisición y las diferentes formas en las cuales se organizan los datos.

Los datos grabados de campo, pueden ser organizados según los diferentes elementos de la geometría de adquisición. De esta manera, cada elemento representa un dominio distinto.

Una simple configuración de disparo en dos dimensiones, es suficiente para ilustrar varios dominios usados comúnmente para procesar y analizar datos sísmicos. La Figura 2.1 muestra una geometría básica de grabación en un perfil 2D, donde la dirección hacia abajo es la profundidad  $z$ , y en el eje  $x$  se distribuyen un conjunto de receptores equidistantes entre sí. Esta figura ilustra el punto medio como el que equidista, en la línea de estudio, de un punto de disparo y uno de recepción particular, e igualmente la distancia desde el punto de disparo hasta el receptor, es decir la distancia  $f-r$  (i.e. offset).

Cabe destacar que en el método del punto común en profundidad (CDP), en cada disparo o grabación, las coordenadas del punto de disparo y las del grupo de receptores a lo largo de su eje son objeto de estudios. A su vez, el punto de disparo y el grupo de receptores son desplazados a lo largo del eje antes de una nueva grabación, con un incremento igual a la separación entre puntos de disparo, para así obtener un alto grado solapamiento en la cobertura del subsuelo.

De esta manera, la iluminación de un punto por distintas grabaciones es necesaria para mejorar la relación señal-ruido cuando se procesen los datos.

La geometría de disparo utilizada en el método del punto común en profundidad (CDP), puede ser graficada como coordenadas del punto de disparo contra las de los receptores en un gráfico ortogonal en bidimensional, como se ilustra en la Figura 2.2, en la cual se muestran diferentes disparos con respecto a un grupo de receptores paralelos al eje de coordenadas de los receptores. Adicionalmente, en esta figura se muestran los distintos dominios u organización de los datos que son usados en el procesamiento sísmico.

Es menester puntualizar que la sección de disparo común, es la manera de recolectar los datos en el estudio sísmico de campo y representa la grabación de un disparo o el dominio del disparo. De esta manera, en cada punto de recepción se capta durante un determinado tiempo, la respuesta de la tierra a la perturbación que genera un disparo, la cual se considera como traza sísmica. Ésta se puede definir como la convolución de la ondícula que entra al subsuelo con su respectiva serie de reflectividad. Además, las secciones de disparo común poseen tantas trazas como receptores en cada disparo grabado. La Figura 2.3 ilustra la configuración que representa las sección de disparo común sobre un reflector horizontal.

Otro dominio, aunque no muy usado en el procesamiento de datos sísmicos, es el de los receptores, mostrado en la Figura 2.2 por la colección de puntos paralelos al eje de los disparos, y se define como el recolector (i.e. gathers) de todas las trazas en un punto de recepción para un determinado número de disparos.

Adicionalmente, existen dos dominios muy importantes para el análisis de datos sísmicos. Ellos son implementados por la rotación de los ejes de disparos y receptores mediante la transformación de coordenadas siguientes:

$$h = \frac{r - f}{2} \tag{2.1}$$

y

$$y = \frac{r + f}{2} \tag{2.2}$$

donde  $h$ , que es la distancia f-r media, en la ecuación 2.1 representa el eje de la distancia f-r e  $y$ , en la ecuación 2.2 al eje del punto medio, tal como se muestra en la Figura 2.2.

De esta manera, la sección de distancia f-r común es la colección de todas las trazas cuyo par disparo-receptor, poseen la misma distancia entre sí. Además, está representado en la

Figura 2.2 por el conjunto de puntos paralelos al eje del punto medio, por lo que cada traza corresponde al punto medio del par disparo-receptor correspondiente. En la Figura 2.4 se ilustra las trayectorias de la configuración geométrica para la organización de este tipo de secciones.

Por otro lado, la sección de punto medio común es el recolector de todas las trazas cuyo par disparo-receptor tienen el mismo punto medio. Obsérvese que en la Figura 2.2, está representada por el conjunto de puntos paralelos a el eje de la distancia f-r, por lo que cada traza pertenece a una distancia f-r distinta.

En la Figura 2.5 se ilustra la geometría de la configuración de las secciones de punto medio común, también llamada colección de puntos comunes en profundidad (CDP).

Cuando los reflectores son horizontales las reflexiones en la sección de punto medio común provienen del mismo punto del reflector. Por el contrario, cuando existe un reflector buzante, los puntos, en los cuales inciden los rayos correspondientes a distintos pares fuente-receptor, no coinciden, tal como se muestra en la Figura 2.6. Nótese que el punto de reflexión se encuentra en zonas más someras a medida que aumente la distancia f-r.

### **2.1.2 Velocidades sísmicas**

En otro orden de ideas, la velocidad sísmica es una propiedad del medio, y se refiere a la rapidez de propagación de una onda sísmica, sin implicar ninguna dirección en particular. Estrictamente hablando, el término velocidad está mal empleado, sin embargo, de lo que en esta tesis se trata es del valor absoluto o magnitud de una cantidad física vectorial. Además, en la praxis geosísmica se acostumbra a connotar los siguientes significados:

Por velocidad interválica,  $(v_i)$ , se entiende la discriminación en una escala sísmica o en un gráfico velocidad contra tiempo, es decir, la velocidad con la que se propagan las ondas en cada intervalo  $\Delta t_i; \forall i = 1, 2, \dots, n$ .

Luego, la velocidad ponderada respecto al tiempo  $(\bar{v})$  se considera desde la superficie hasta un horizonte particular, es decir, para  $n$  capas. Estas velocidades son obtenidas a través de un registro de velocidades en el pozo, (i.e. checkshot), calculando los tiempos de viaje  $\Delta t_i$  de las ondas sísmicas desde dicho horizonte.

Con los tiempos de viaje medidos para varias capas de diferente grosor, la velocidad ponderada está dada por:

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

2.3

Por otro lado, el cálculo de velocidad ponderada supone una trayectoria de mínimas distancias entre la fuente, el punto de reflexión y el receptor, como se aprecia en la Figura 2.7a.

La velocidad cuadrática media, (i.e. RMS velocity o root mean square velocity), se define como la raíz del valor medio cuadrático de la velocidad, y se designa por  $v_{cm}$ , (i.e.  $v_{RMS}$ ). Por ende, si el valor medio cuadrático está dado por

$$\bar{v}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2 \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}$$

entonces,

$$v_{cm} = \sqrt{\bar{v}^2}.$$

2.4

Es menester puntualizar que la trayectoria de los rayos para esta velocidad, supone el cumplimiento del principio de Fermat, (mínimo tiempo de viaje), como se muestra en la Figura 2.7b y de la que se puede obtener, (Yilamaz, 1987), la ecuación de tiempos de viaje en función de la distancia f-r y la velocidad  $v_{cm}$ :

$$t(x)_n^2 = t(0)_n^2 + \frac{x^2}{v_{cm_n}^2},$$

2.5

donde  $t(0)_n$  denota el tiempo ida y vuelta para distancia f-r nula y  $x$  expresa la distancia f-r.

## 2.2 Procesamiento convencional de datos sísmicos

Junto con Manzoni, (2000), afirmamos que en la praxis geofísica, adoptada por la Industria Petrolera Venezolana, actualmente se efectúa la secuencia básica que se muestra en el diagrama de la Figura 2.8.

A continuación, se discutirá, brevemente, cada una de las etapas descritas en el diagrama de flujo, presentado en la Figura 2.8; en ciertos casos, dependiendo de la naturaleza e importancia de la etapa involucrada, se abordará ésta en forma funcional-cuantitativa de ésta.

Primeramente, en el preprocesamiento se editan y organizan los datos de campo. Actualmente los datos de campo están “demultiplexados”, es decir, están organizados por disparo, (secciones de disparo común, sección 2.1.1). Además, estos datos se transcriben en formatos convenientes para realizar el procesamiento sísmico.

Luego se editan las trazas, de manera tal que las ruidosas o muertas, se eliminan y las que poseen polaridades invertidas, se corrigen.

Seguidamente, se aplica una función de recuperación de ganancias para corregir la pérdida de amplitud por divergencia esférica. Finalmente, se toma en cuenta la geometría de adquisición o los datos.

En consecuencia, cada una de las trazas sísmicas, pueden ser modeladas como la convolución de la respuesta impulsiva de la tierra con la ondícula sísmica (Sengbush, Lawrence y Mc Donal (1961).

Según Champeney, (1973), se define la convolución de dos funciones  $f(x)$  y  $g(x)$  como la composición de ambas, y su expresión matemática viene dada por

$$f(x) \otimes g(x) := \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1)g(x-x_1)dx_1.$$

2. 6

Adicionalmente, el intercambio de las funciones no altera el resultado de la convolución por lo que se puede afirmar que

$$f(x) \otimes g(x) = g(x) \otimes f(x),$$

2. 7

lo cual se puede verificar mediante un simple cambio de variables  $x_2 = x - x_1$ .

De tal manera, Convolucionar dos funciones es una manera de combinarlas en una sola, y a menudo el efecto es el de ensanchar una por medio de la otra (Andrade, 2001).

Es importante destacar que, la ondícula sísmica tiene varias componentes:

1. Ondícula de la fuente
2. Respuesta instrumental

### 3. Reflexiones superficiales

### 4. La respuesta de los geófonos

La respuesta impulsiva de la tierra comprende, además de las reflexiones primarias, todos los posibles múltiples o reverberaciones originadas en las discontinuidades litológicas y variaciones en las propiedades físicas de las rocas.

Adicionalmente, junto con Champeney ,(1976), enunciamos que la correlación cruzada entre dos funciones,  $f(x)$  y  $g(x)$ , es una función de  $x$  escrita alternativamente como  $\rho_{fg}(x)$  o como  $f(x)*g(x)$ , y se define por

$$\rho_{fg}(x) = f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(x_1)g(x_1 + x) dx_1,$$

donde  $f^*(x_1)$  significa la conjugada compleja de la función.

En consecuencia, la función de autocorrelación es una medida de semejanza entre los valores de una misma función,  $f(x)$ , a causa de la diferencia entre valores de la variable por el aumento de  $x$ . Por lo tanto, es, simplemente un caso especial de la correlación cruzada, cuando  $f(x) = g(x)$ , entonces, la autocorrelación se define como:

$$\rho_{fg}(x) = f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(x_1)f(x_1 + x) dx_1.$$

Por otro lado, la deconvolución o inverso de la convolución, es el proceso matemático que reduce o elimina la energía reverberante y devuelve la forma de cada ondícula en la señal. En este esquema inverso, es extremadamente conveniente considerar al estrato de la tierra, como un “filtro” entre la fuente sísmica y el receptor. Por lo tanto, aquí juega el rol de un filtro inverso que trata de obtener a partir de la señal de salida proveniente de la tierra, la señal de entrada o impulso generada por un disparo en superficie.

Genéricamente el término filtro, se usa para connotar aquel utensilio, que es capaz de realizar una separación efectiva de la información deseada, de la no deseada, contenida en una señal sísmica. Dicha interpretación es usada siempre que se realice un proceso de deconvolución (Garland, 1971). Específicamente desde el punto de vista ingenieril, un filtro está normalmente caracterizado por la respuesta  $g(t)$  en el dominio temporal, cuando existe una excitación unitaria, (unit spike),  $\delta(t)$ , donde

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq 0, \\ \infty & \text{si } t = 0, \end{cases}$$

con

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t) dt = 1, \quad \varepsilon > 0.$$

Entonces, la salida del filtro, para cualquier otra entrada, estipulada como  $f(t)$ , está entonces dada por,

$$h(t) = \int_0^t f(\tau)g(t - \tau)d\tau,$$

lo cual en algunas notaciones canónicas se expresa como  $f * g(t)$ , para denotar “composición de dos funciones”. En geofísica, exclusivamente, la función de salida  $h(t)$  está dada por el sismograma; la función fuente  $f(t)$ , comúnmente, es desconocida; las propiedades del estrato terrestre, están contenidas en la función respuesta  $g(t)$ . Tales propiedades podrían incluir la dispersión geométrica de la energía, la atenuación inelástica y la introducción de ondas reflejadas y/o críticamente refractadas para ciertos tiempos dados, con amplitudes específicas. Si  $g(t)$  se puede extraer a partir del sismograma,  $h(t)$ , entonces ésta nos provee con ciertas generalidades acerca de la estructura del estrato terrestre; por ejemplo, los horizontes reflejantes se transcriben en términos de pulso tipo  $\delta(t)$ , cuya altura “neta” sería proporcional al coeficiente de reflexión pertinente, para ciertos tiempos específicamente discretos. Conversamente, se pueden implementar , sismogramas sintéticos por medio de calcular una  $g(t)$  que responda a un modelo dado, y ejecutando la convolución para la forma de fuente asumida como hipótesis.

Por otro lado, la operación inversa, para obtener  $g(t)$ , se conoce como DECONVOLUCIÓN. Dicho proceso, es convenientemente representado y ejecutado en el dominio de la frecuencia, (compleja), por medio del uso de transformada de Laplace, definida como,

$$F(i\omega) := \int_R f(t)e^{-i\omega t} dt.$$

Por ende, la convolución se implementa a través de la multiplicación de las transformadas:

$$H(i\omega) = F(i\omega)G(i\omega),$$

de la cual la DECONVOLUCIÓN se implementa por medio de la división, es decir,

$$G(i\omega) = \frac{H(i\omega)}{F(i\omega)}.$$

En la práctica, dichas operaciones se pueden complicar por la presencia de ruido en el sismograma, y por el hecho de que funciones tales como  $h(t)$ , son normalmente aproximadas a través de valores digitales para intervalos discretos de tiempo.

En consecuencia, el objetivo principal de aplicar la operación de deconvolución, es entonces: remover los efectos del filtrado de los equipos de grabación sísmica, eliminar las reverberaciones de la señal sísmica y mejorar la forma de la ondícula disminuyendo su anchura y por tanto haciéndola más resolutive.

Básicamente existen dos tipos de deconvolución:

- I. Deconvolución Impulsiva (Spike Decon), (Yilmaz, 1987)
- II. Deconvolución Predictiva (GAP o Predictive Decon), (Yilmaz, 1987)

Deconvolución Impulsiva es el tipo normal de deconvolución empleada y su objetivo es, (tal como lo indica su nombre), el de comprimir las ondículas de respuesta y por ende, reducir las reverberaciones. La deconvolución impulsiva nivela el espectro de amplitud, tanto de los componentes coherentes con la señal, como el ruido sísmico.

Deconvolución Predictiva es la técnica que utilizando un intervalo dado sobre el eje del tiempo de la función de autocorrelación, comprendido entre la frecuencia máxima y el 1er y 2º cruce con cero, atenúa selectivamente eventos periódicos. Ella permite contraer y especificar el grado de resolución en la ondícula deseada.. Con este intervalo se pretende especificar la parte de la ondícula que se desea preservar y la parte que se desea atenuar.

Siguiendo con el esquema de la Figura 2.8, en la organización de CMP, los datos son transformados desde coordenadas disparo-receptor hasta coordenadas CMP-distancia f-r, es decir construir las secciones de distancia f-r común y las secciones de punto medio común. Antes de este paso es necesario tener en cuenta la información de la geometría de adquisición.

Por otro lado, del análisis de velocidad se selecciona la función de velocidad como función del tiempo, lo cual se necesita para efectuar las correcciones dinámicas. Usualmente, los análisis de velocidades no se ejecutan sobre todos los datos de una línea sísmica. En su lugar, se toman porciones de datos sobre la línea, las cuales permitirán tener puntos de

control de velocidad, las cuales a su vez, servirán para todos los datos sísmicos que la conforman. Es importante puntualizar que, con el análisis de velocidad, se puede determinar la velocidad que logra corregir cada evento geológico primario, de manera tal que se pueda llevar éste a una posición donde la reflexión obtenida fuese equivalente a la de tener a la fuente en el mismo sitio que el receptor (cero distancia f-r). A esta velocidad se le denomina velocidad de apilamiento.

En consecuencia, para efectuar la corrección por distancia fuente-receptor, (NMO), se requiere conocer las velocidades de apilamiento para cada tiempo de reflexión en el subsuelo. Junto con Yilmaz, (1987), enunciamos que para ello existen tres métodos:

- I. Apilado de velocidad constante, (Constant velocity stack o C.V.S)
- II. Grupos de puntos comunes en profundidad de velocidad constante (Constant velocity gather o CVG)
- III. Análisis de velocidades (VELAN)

El apilado de velocidad constante consiste en el apilamiento de un conjunto de puntos comunes de profundidad, con una velocidad constante y detectar cuál reflector está marcado con mayor intensidad. Si se logra el apilamiento del reflector, se identifica el tiempo de reflexión, y la velocidad respectiva. Este tratamiento se realiza para el mismo grupo de puntos comunes en profundidad incrementando las velocidades hasta que aparezcan todos los reflectores presentes en el grupo seleccionado.

El método de puntos comunes en profundidad con velocidad constante consiste en aplicación de diferentes velocidades a las trazas sísmicas con un punto común en profundidad que, a diferencia del CVS, no es a un grupo de ellos.

Dado que un punto común en profundidad debe contener la misma información repetida, tantas veces como trazas lo conformen, la horizontalidad en el evento considerado es el único elemento para medir la efectividad de la velocidad aplicada.

El análisis de velocidades, (VELAN) consiste en estimar la horizontalidad o coherencia presente en el grupo de puntos comunes en profundidad seleccionados y presentarla en forma de contornos del cuadrado de las amplitudes, lo cual es proporcional a la energía cinética. Esta técnica utiliza como información de entrada la generada por los métodos CVS y CVG. Cuando un evento geológico ha sido corregido dinámicamente, se debe esperar una alta coherencia de la reflexión, en el apilado de sus trazas. De esta manera, se

indican en un gráfico, tridimensional, el cuadrado de las amplitudes en función de la velocidad de apilamiento y el tiempo, y así, los mayores valores del cuadrado de las amplitudes determinan la velocidad en función del tiempo con las que se va a realizar el apilamiento.

La siguiente etapa del procesamiento convencional de datos sísmicos, es la corrección por distancia fuente – receptor (i.e. NMO o normal move out), con la cual los datos toman la apariencia tal, como si el disparo y la recepción se realizaran en el mismo punto y, al apilar se suman eventos correspondientes a un mismo CDP (Ver sección 2.3).

Luego de la corrección por NMO, se realizan las correcciones estáticas, las cuales son pasos realizados antes de sumar las trazas con los que se pretende eliminar el efecto de la topografía, la capa de baja velocidad y la posición de los receptores. Las correcciones más comunes son: estáticas de elevación, estáticas de refracción y estáticas residuales. Las estáticas por refracción o primeras llegadas tienen por objeto, eliminar el retardo que sufre la onda sísmica al atravesar la capa meteorizada, ubicada en los primeros metros por debajo de la superficie terrestre, y que degradan la calidad de los datos sísmicos. También se incluye en este proceso, llevar los datos a un plano de referencia o datum en la jerga geosísmica. Las correcciones estáticas por elevación permiten realizar el procesamiento de la línea sísmica en un plano de referencia determinado, ya que cuando ésta es diseñada en el campo, se toman los valores de coordenadas X, Y y los valores Z de elevación para cada una de las estaciones de disparo y de recepción sobre la superficie terrestre.

Finalmente, la migración es un proceso, mediante el cual los eventos observados son transportados a su verdadera posición espacial (Gazdag, 1984). Adicionalmente, las difracciones son colapsadas en las secciones apiladas usando la velocidad del medio. Este concepto se abordará, ampliamente, en la sección 2.5 de este capítulo.

### **2.3 Corrección dependiente de la distancia fuente-receptor**

Como es conocido, la energía reflejada de una interfase es captada por distintos receptores en tiempos que dependen de la distancia f-r de cada uno de ellos. La corrección por dicho retardo hace que los tiempos de llegada de las reflexiones sean los mismos e iguales al tiempo ida y vuelta que se observaría si la fuente y el receptor se ubicaran en el mismo punto, es decir, para distancia f-r igual a cero. La corrección dependiente de la distancia

fuente-receptor (NMO, i.e. normal move out) es una dilatación del eje del tiempo para hacer que todos los sismogramas luzcan como sismogramas de distancia f-r nula (Claerbout,1985).

En la Figura 2.9, se muestra la trayectoria de: (i) un rayo que incide sobre una interfase plana cuando la distancia f-r media es h, con velocidad intervállica v, y (ii) un rayo que incide sobre la misma interfase, con la misma v, pero con distancia f-r nula, es decir, con la fuente y el receptor colocados en un mismo punto común en profundidad, (CMP). Por ende, si el tiempo a lo largo de la primera trayectoria es t, el correspondiente a la segunda es  $t_n$ , (es decir corrección por NMO), entonces al tomar en cuenta la geometría en cuestión se puede mostrar,(Yilmaz, 1997) que la cinemática involucrada da lugar a

$$t_n^2 = t^2 - \frac{4h^2}{v^2}.$$

2. 8

Una consecuencia de la corrección por distancia f-r, (NMO), involucrada, se evidencia en la distorsión de la ondícula corregida debido a la dilatación temporal. La ecuación 2. 8 asegura la corrección teórica de los tiempos de llegada a tiempos de cero distancia f-r. De esta manera, cuando la corrección por distancia f-r, (NMO), se realiza sobre trazas sísmicas, cada muestra de ella representa la amplitud de la reflexión a un tiempo determinado, entonces, la dilatación temporal se efectúa para los tiempos correspondientes a dichas muestras, y como la distorsión es no lineal, se producen los efectos mostrados en la Figura 2.10. Este efecto se hace más pronunciado cuando la corrección por distancia, (NMO), es mayor, es decir, cuando la distancia f-r es grande y el tiempo de reflexión es pequeño.

Por otro lado, el efecto de dilatación en las trazas de las muestras corregidas, induce un aumento en el espaciamiento entre éstas. Por lo tanto, si se mantiene el nivel de muestreo, consecuentemente se alterará la forma de la ondícula. En consecuencia, será necesario hacer uso de ciertos métodos de interpolación; en particular, el de interpolación cúbica (ver sección 2.8).

## 2.4 Corrección dependiente del buzamiento

En la sección anterior se enunció la ecuación 2. 8, con la cual se calcula el tiempo de incidencia normal sobre una interfase plana. En esta sección, se generalizará dicha ecuación para cualquier buzamiento de la interfase.

Como se indica en la Figura 2.11a cuando la interfase posee un ángulo de inclinación se produce un desplazamiento del punto común en profundidad, (CDP), sobre la interfase, buzamiento arriba; y de igual manera se desplaza el punto en superficie desde donde se produciría la reflexión de incidencia normal, el cual corresponde al punto medio común, (CMP), en una interfase horizontal.

De esta manera, en la Figura 2.11b se muestra: (i) un rayo que incide sobre una interfase inclinada, con buzamiento  $\phi$ , cuando la distancia f-r media es h, con velocidad interválica v, (ii) un rayo que incide sobre la misma interfase, con la misma v, pero con distancia f-r nula, (iii) un rayo que incide sobre la misma interfase, en el mismo punto en el cual incide (i), y (iv) un rayo de incidencia vertical sobre la interfase, en el punto en el cual incide (i). Así, el tiempo a lo largo de la primera trayectoria es t, el tiempo a lo largo de la segunda es  $t_o$ , el tiempo a la largo de la tercera es  $\tau_o$  y el tiempo a lo largo de la última trayectoria es  $t_m$ . Al proceder de igual manera que para la ecuación de la corrección por distancia fuente receptor, (NMO), es decir, siguiendo la geometría y en atención a las leyes cinemáticas que ahora prevalecen, de la Figura 2.11b se obtiene la siguiente ecuación, cuya deducción se encuentra en el apéndice 2.1.

$$t_o^2 = t^2 - \frac{4h^2 \cos^2 \phi}{v^2},$$

2. 9

la cual adopta la forma, al recordar que  $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$

$$t_o^2 = t^2 - \frac{4h^2}{v^2} + \frac{4h^2 \sin^2 \phi}{v^2}.$$

2. 10

Si se observan los dos primeros términos de la ecuación 2. 10, se nota que constituyen a la ecuación 2. 8, para la corrección por efecto de la distancia fuente receptor, (NMO), por lo cual se rescribe la ecuación 2. 10 como

$$t_o^2 = t_n^2 + \frac{4h^2 \text{sen}^2 \phi}{v^2},$$

2. 11

donde el segundo término expresa la corrección dependiente del buzamiento  $\phi$  (Scheider 1984).

La corrección dependiente del buzamiento (DMO, i.e. dip moveout) es una prolongación de la corrección por distancia fuente-receptor, (NMO), usada cuando existen buzamientos, (Popovici, 1995). Nótese que para capas planas  $\phi$  es igual a cero y el término que representa a la corrección dependiente del buzamiento, (DMO), desaparece.

Como se comentó en la sección 2.1, en presencia de una capa inclinada el punto medio común, (CMP), no coincide con el punto común en profundidad, (CDP) de un reflector plano. La ecuación 2. 9 da el tiempo de incidencia normal desde el punto medio común, cuando en realidad se ilumina al punto común en profundidad. En la Figura 2.11a se muestra la trayectoria de incidencia normal sobre el punto común en profundidad, la cual se encuentra desplazada del punto medio común, ubicada en  $y=y_o$  y con un tiempo ida y vuelta  $\tau_o$ .

Para enfatizar la deducción de la relación entre  $t_n$  y  $\tau_o$  se puede escribir la ecuación 2. 11 en la forma

$$t_o = t_n A,$$

2. 12a

$$\text{donde } A = \sqrt{1 + \frac{4h^2 \text{sen}^2 \phi}{v^2 t_n^2}}, \quad (2.12b)$$

y luego se puede mostrar, (ver apéndice 2.2), que la relación espacial entre las trayectorias de incidencia normal en superficie y sobre la interfase viene dada por

$$y_o = y_n - \frac{x}{\cos \phi}$$

2. 13

donde  $x$  es la distancia sobre el reflector entre el punto de reflexión de la trayectoria de incidencia normal asociada al punto medio,  $y_n$ , (ver Figura 2.11b), y el punto de reflexión de la trayectoria similar, asociada a  $y_o$ , (ver Figura 2.11b).

$$x = \frac{2h^2 \cos \phi \operatorname{sen} \phi}{vt_o}.$$

2. 14

Por otro lado, la relación entre  $\tau_o$  y  $t_o$  se puede calcular de la geometría y cinemática implícita en la misma figura y viene dado por

$$\tau_o = t_o - \frac{2x \operatorname{tg} \phi}{v}.$$

2. 15

Finalmente, al sustituir las ecuaciones 2. 12 y 2. 14 en 2. 15, se obtiene  $\tau_o$  en función del tiempo corregido por distancia fuente-receptor

$$\tau_o = t_n A - \frac{4h^2 \operatorname{sen}^2 \phi}{v^2 t_n A},$$

2. 16

con lo cual, al factorizar por  $t_n$ , y usar la expresión para  $A$  se puede escribir

$$\tau_o = \frac{t_n}{A}.$$

2. 17

Las ecuaciones 2. 13 y 2. 17 sintetizan espacial y temporalmente el efecto del buzamiento. Sin embargo, es menester puntualizar que estas correcciones se efectúan con la finalidad de localizar las llegadas de las reflexiones con incidencia normal. En datos reales las llegadas son representadas por ondículas con cierto intervalo de muestreo y generalmente el buzamiento es desconocido. En la siguiente sección se desarrolla la corrección dependiente del buzamiento, (DMO), a través de transformada de Fourier, para lo cual se consideran las dos correcciones antes mencionadas.

#### **2.4.1 Corrección por efecto del buzamiento, (DMO), a través de la transformada de Fourier**

Como se ha descrito hasta ahora, la corrección por buzamiento, DMO, es un proceso que depende del parámetro  $\phi$ , el cual es “a priori” desconocido.

Por otro lado, como es ampliamente conocido, (Kolmogorov (1972); Sneddon (1979); y Achenbach (1980)), desde el punto de vista matemático, una transformada integral se puede entender como la aplicación de un espacio funcional X, en otro Y de la misma índole. Esto implica, que el operador integral:

$$\int_{\Omega} dx K(y|x) \equiv \int_a^b K(y|x) dx,$$

2. 18

(donde el núcleo de la transformación  $K(y|x)$  es una función continua en el cuadrado:  $a \leq y \leq b$ ,  $a \leq x \leq b$ ), “aplica” a las funciones  $f(x) \in C [a,b]$  en el espacio de funciones Y mediante la expresión,

$$f(y) = \int_{\Omega} dx K(y|x) f(x),$$

2. 19

válida para  $\forall f(y) \in Y \subset C [a,b]$ .

De la expresión 2. 18, se intuye que “Heurísticamente”, la  $f(y)$  se puede visualizar como la misma función  $f(x)$  original, pero expresada en otra base, tal vez más cómoda, para abordar un problema de contorno particular. En tal sentido, observamos que si el objeto  $|f\rangle$  representase un “vector columna” infinito, el cual caracteriza alguna propiedad o campo material, entonces dicha propiedad, multiplicada escalarmente, con el “vector fila” infinito  $\langle x|$ , da lugar al producto escalar

$$\langle x|f\rangle \equiv f(x),$$

2. 20

el cual representaría, obviamente, los diferentes valores que la propiedad material asumiría en la recta  $[a,b]$ . Por ende, la variable x juega el rol de una base específica sobre la cual proyectamos a la magnitud física  $|f\rangle$ . En consecuencia, si rescribimos la expresión 2. 19, consistentemente con la notación definida en 2. 20, tendríamos:

$$\langle y|f\rangle = \int_{\Omega} dx K(y|x) \langle y|f\rangle,$$

2. 21

o mejor aún, si caracterizamos un operador identidad por medio de la relación complitud:

$$I \equiv \int_{\Omega} dx |x\rangle\langle x|, \tag{2. 22}$$

entonces es obvio que,

$$|f\rangle = \int_{\Omega} dx |x\rangle\langle x|f\rangle, \tag{2. 23}$$

y en consecuencia,

$$\langle y|f\rangle = \int_{\Omega} dx \langle y|x\rangle\langle x|f\rangle. \tag{2. 24a}$$

De aquí se desprende, (Cushing, 1975), que si identificamos al núcleo  $k(y|x)$  como

$$\langle y|f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{iyx} \tag{2. 24b}$$

y al conjunto  $\Omega$  como la recta real  $R = (-\infty, +\infty)$ , entonces la ecuación 2. 19 se tornaría en

$$\langle y|f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_R dx e^{iyx} \langle x|f\rangle. \tag{2. 25}$$

Esto es, la misma propiedad material  $|f\rangle$ , ahora proyectada sobre la base  $|y\rangle$ , por medio de la transformada de Fourier.

El método de corrección por buzamiento a través de la transformada de Fourier, se torna útil frente a la eliminación de la dependencia de éste sobre el parámetro  $\phi$ , puesto que en el dominio número de onda-frecuencia, todas las reflexiones provenientes de un reflector inclinado, con valores en el dominio espacio-temporal, se aplican sobre una recta radial, como se ilustra en la Figura 2.12. En esta sección se indica cómo obtener sismogramas sintéticos corregidos por buzamiento, (DMO).

En general, un sismograma sintético es un registro simulado de una señal real (Phinney,1977). En general, para medios en los cuales las propiedades materiales, varían únicamente con la profundidad, los métodos de la física matemática, nos capacitan a construir representaciones exactas, para la respuesta del medio sometido a una excitación

dada. De donde para obtener dicho sismograma (sintético), se necesita, primeramente, una representación teórica adecuada. Dicha representación teórica, será de la forma,

$$\phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_k(\omega, z) A(k, \omega) dk d\omega$$

donde,  $\Psi_k(\omega, z)$  denotan soluciones elementales para propagación de ondas armónicas; tanto  $\Psi_k$  como  $A$ , se deben escoger de manera tal que satisfagan la fuente impulsiva y las condiciones de contorno y por propiedad material, entendemos un campo escalar como el de presiones acústicas.

Según Hale, quien desarrolló la metodología en cuestión, (Hale, 1984a), la obtención de los sismogramas de incidencia normal desde el punto medio común, se realiza usando la corrección de la ecuación 2. 12. Por ende, siguiendo la misma metodología se realizó la prolongación del método, para garantizar los sismogramas con reflexiones normales sobre el CDP.

La relación entre reflexiones de distancia f-r nula y el buzamiento del reflector, según Hale (1984b), se escribe como

$$\frac{\Delta t_o}{\Delta y} = \frac{2 \text{sen} \phi}{v},$$

2. 26a

que, como se ha mencionado, en el dominio frecuencia-número de onda la ecuación 2.26<sup>a</sup> se representa como una línea radial (Hale, 1984), dada por

$$\frac{k_y}{\omega_o} = \frac{2 \text{sen} \phi}{v},$$

2. 26b

El sismograma, para reflexiones normales sobre el punto común en profundidad, se puede representar por el campo de presiones  $p_o(\tau_o, y_o, h)$  y su transformada de Fourier viene dada por

$$p_o(k_y, \omega_o, h) = \iint p_o(y_o, \tau_o, h) e^{i(k_y y_o - \omega_o \tau_o)} dy_o d\tau_o,$$

2. 27a

de manera tal que su inversa sea,

$$p_o(y_o, \tau_o, h) = \frac{1}{4\pi^2} \iint p_o(k_y, \omega_o, h) e^{-i(k_y y_o - \omega_o \tau_o)} dk_y d\omega_o,$$

2. 27b

donde las integrales involucradas se toman, cada una, sobre la recta real  $R=(-\infty, +\infty)$ . Pero, en atención a un conocido Teorema del análisis, (Buck, 1956), tenemos

$$\iint_{D=T(D)} f(x, y) dx dy = \iint_D f[T(u, v)] J(u, v) |du dv|,$$

2.27c

donde T es una transformación continua hasta sus primeras derivadas parciales,

$$T: \begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v) \end{cases},$$

y biunívoca, tal que  $|J(u, v)| \neq 0$  en el recinto D contenido en el espacio  $U \times V$ ; D' es la imagen de D, (bajo la transformación T), cerrada y contenida en el espacio  $X \times Y$ ;  $f(x, y)$  es definida como continua en D'.

Obsérvese que si  $f(x, y) = 1$  para comenzar, entonces la (2.27c) da lugar a

$$\iint_{D=T(D)} dx dy = \iint_D |J(u, v)| du dv,$$

2.27d

lo cual GEOMÉTRICAMENTE implica que el área,  $A(T(D))$ , es igual al área en el recinto D, siempre y cuando multipliquemos al elemento diferencial,  $ds(D)$ , por el factor  $|J(u, v)|$  e integremos sobre  $ds(D)$ . Así las cosas, ello implica que  $dA(T(D)) = |J| ds(D)$ , con lo cual:

$$|J| := \frac{dA(T(D))}{dS(D)}.$$

2.27e

Por otro lado, como es ampliamente conocido en teoría de campos, cualquier propiedad material de índole escalar, debe permanecer INVARIANTE frente a la transformación de coordenadas, (Yilmaz, 2001). En consecuencia, el teorema en cuestión, nos garantiza la plausibilidad física de hipotetizar: el campo acústico de presiones  $p_o(y_o, t_o; h)$ , (h es un parámetro), debe ser igual al campo acústico después de corregido por distanciamiento f-r. Esto implica que usando la (2.13) en conjunción con la (2.14) y (2.26b), obtenemos por un lado, la expresión

$$y_o = y_n - \frac{h^2 k_y}{t_o \omega_o},$$

que junto con la (2.12), da lugar a

$$y_o = y_n - \frac{h^2 k_y}{t_n A \omega_o}.$$

2.28a

De otra manera, al hacer uso de la (2.16), conjuntamente con la (2.26b) obtenemos la expresión directa:

$$\tau_o = t_n A - \left( \frac{k_y h}{\omega_o} \right)^2 \frac{t_n^{-1}}{A}.$$

2.28b

Por lo tanto, la hipótesis de trabajo arriba enunciada, engendra la definición,

$$\begin{aligned} p_o(y_o, \tau_o; h) &\equiv p_o[y_o(y_n, t_n), \tau_o(t_n); h] \\ &:= p_n(y_n, t_n; h). \end{aligned}$$

2.28c

En consecuencia, identificamos al integrando,

$$f(x, y; h, k_y, \omega_o) = p_o(y_o, \tau_o; h) e^{i(k_y y_o - \omega_o \tau_o)},$$

y  $D^7 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , etc..., entonces del teorema enunciado resulta evidente que la (2.27a) se torna en

$$p_o(k_y, \omega_o; h) = \iint p_n(y_n, t_n, h) e^{i \left[ k_y \left( y_n - \frac{h^2 k_y}{t_n A \omega_o} \right) - \omega_o \left( \frac{t_n}{A} \right) \right]} |J(y_n, t_n)| dy_n dt_n,$$

2.28d

donde,

$$|J(y_n, t_n)| = \begin{vmatrix} \frac{\partial y_o}{\partial y_n} & \frac{\partial y_o}{\partial t_n} \\ \frac{\partial \tau_o}{\partial y_n} & \frac{\partial \tau_o}{\partial t_n} \end{vmatrix}.$$

2.28e

Haciendo uso de las ecuaciones (2.28a,b) resulta que

$$|J| = A + \left( \frac{k_y h}{\omega_o t_n} \right)^2 \frac{1}{A},$$

y al usar la (2.12b) en conjunción con la (2.26b), obtenemos

$$A^2 - 1 = \left( \frac{k_y h}{\omega_o t_n} \right)^2, \tag{2.28f}$$

con lo cual, el Jacobiano se torna en

$$|J| = \frac{2A^2 - 1}{A}. \tag{2.28g}$$

Es interesante puntualizar que esta expresión es del orden de magnitud:  $\cong A$ . En consecuencia, si  $A > 1$ ,

$$dy_n dt_n |J| \cong dy_n (A dt_n),$$

lo cual dilataría la “escala temporal  $t_n$ ” solamente, (dado que  $|\partial y_o / \partial y_n| = 1$ ), en forma consistente con la expresión “dilatación del tiempo”, antes usada.

Sin embargo, es menester recalcar que en este trabajo, (por motivos ulteriores), se ha adoptado la expresión propuesta por Liner (1990) y ofrecida por Yilmaz (2001) para el Jacobiano:

$$|J| := \frac{2A^2 - 1}{A^3} \cong \frac{1}{A},$$

el cual tiene el efecto de contraer la escala temporal  $t_n$ , en lugar de dilatarla. Así las cosas, al realizar todas estas sustituciones en la ecuación 2.27a se obtiene la ecuación para la corrección por efecto del buzamiento a través de la transformada de Fourier

$$p_o(k_y, \omega_o, h) = \iint \left[ \frac{2A^2 - 1}{A^3} \right] p_n(y_n, t_n, h) e^{i \left[ k_y \left( y_n - \frac{h^2 k_y}{t_n A \omega_o} \right) - \omega_o \left( \frac{t_n}{A} \right) \right]} dy_n dt_n. \tag{2.28}$$

Finalmente, se efectúa la transformada inversa de Fourier 2-D, (ecuación 2.27b), de la ecuación (2.28), para generar el campo de presiones acústicas  $p_o(\tau_o, y_o, h)$ , ejecutando así la corrección por DMO por transformada de Fourier, la cual adopta la forma,

$$p_o(y_o, \tau_o, h) = \frac{1}{4\pi^2} \iiint \left[ \frac{2A^2 - 1}{A^3} \right] p_n(y_n, t_n, h) e^{i \left[ k_y \left( y_n - \frac{h^2 k_y}{t_n A \omega_o} \right) - \omega_o \left( \frac{t_n}{A} \right) \right]} e^{-i(k_y y_o - \omega_o \tau_o)} dk_y d\omega_o dy_n dt_n. \quad 2.29$$

La respuesta impulso para la corrección por DMO es una elipse cuya ecuación canónica es

$$\frac{y_o^2}{h^2} + \frac{\tau_o^2}{t_n^2} = 1, \quad 2.30$$

que se puede deducir a partir de la Figura 2.11 y su deducción analítica a partir de la ecuación 2.29 se puede apreciar en el apéndice 2.3.

## 2.5 Migración

En un modelo en profundidad en la Figura 2.13a, las reflexiones provenientes de una interfase con buzamiento  $\bar{\theta}$ , cuando la fuente y el receptor están ubicados en la misma posición en superficie, la trayectoria fuente-CDP-receptor es perpendicular a la interfase. Sin embargo, una sección de distancia f-r nula ubica estas trazas en la posición en la que está el par fuente-receptor, generando una imagen que no representa exactamente al reflector grabado.

Por otro lado, la migración es un proceso que permite desplazar las reflexiones grabadas, a la posición en la que se encuentran los puntos comunes en profundidad, (CDP's), generando así una imagen que representa geológicamente, las estructuras del subsuelo, (Gazdag y Sguazzero, 1984).

En la Figura 2.13b se muestra la migración la sección de incidencia normal de un reflector C'D' para reconstruirlo en profundidad; los pares fuente-receptor están ubicados en A y B. De las características geométricas observadas en esta figura, se pueden destacar varios efectos de la migración sobre las secciones grabadas:

1. El ángulo de buzamiento del segmento CD,  $\bar{\theta}$ , es mayor que el buzamiento del segmento C'D',  $\theta$ , de la sección distancia f-r nula, implicando que la migración aumenta la inclinación de los receptores.
2. La longitud del segmento CD es menor que la del segmento C'D', por lo que la migración acorta el tamaño de los reflectores.
3. La migración produce un movimiento de los reflectores en dirección buzamiento arriba.

La migración del reflector mostrado en la Figura 2.13b está calibrada en tiempo. De esta manera, para obtener una imagen en profundidad, el eje del tiempo es transformado mediante la expresión

$$z = \frac{v t_m}{2},$$

donde  $t_m$  representa el tiempo ida y vuelta medido verticalmente desde la superficie libre, (ver Figura 2.11).

En esta sección se ha explicado el principio de migración de secciones de distancia f-r nula. Sin embargo, se puede obtener una sección migrada a partir de una sección de distancia f-r común o también denominada migración antes de apilamiento. En las próximas secciones se explicarán dos tipos de migración: migración antes de apilamiento y migración cero distancia f-r, ambas en el dominio frecuencia-número de onda debido la relevancia de dichos parámetros en este trabajo.

### **2.5.1 Migración cero distancia f-r en el dominio frecuencia-número de onda**

La migración cero distancia f-r se ejecuta a partir de una sección apilada (distancia f-r nula) y representa la vía mas rápida para generar una imagen del subsuelo en profundidad, (Gazdag y Sguazzero, 1984).

El campo de presiones acústicas,  $p(y,t,z=0)$ , representa una sección de distancia f-r nula y  $p(k_y,\omega,z=0)$  es su imagen bajo la transformada integral de Fourier. La ecuación de extrapolación de onda en este dominio viene dada por (Gazdag y Sguazzero, 1984).

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{2i\omega}{v} \left[ 1 - \left( \frac{k_x v}{2\omega} \right)^2 \right]^{1/2} p(k_y, \omega, z).$$

2. 31

El objetivo de la migración cero distancia f-r es obtener el campo de presiones  $p(y,t=0,z)$ , ( $t=0$  indica una observación ejecutada en una profundidad cualquiera), a partir del campo de presiones,  $p(y,t,z=0)$ , observado en superficie. Se asume que para un paso de extrapolación, desde una profundidad  $z$  hasta  $z + \Delta z$ , la velocidad es constante, ( $v(\xi)=cte$ ),  $z \leq \xi < z + \Delta z$ ; por lo tanto, la solución de la ecuación 2. 31 es inmediata, dando lugar a,

$$p(k_y, \omega, z + \Delta z) = p(k_y, \omega, z) e^{\frac{2i\omega}{v} \left[ 1 - \left( \frac{k_y v}{2\omega} \right)^2 \right]^{1/2} \Delta z},$$

2. 32

donde  $p(k_y, \omega, z)$  es la sección de distancia f-r nula extrapolada a una profundidad  $z$ . Esta solución analítica, expresa que  $p(k_y, \omega, z)$  es extrapolado desde  $z$  hasta  $z + \Delta z$  por medio de un incremento de fase, en el plano complejo, para un determinado valor del campo de presiones. Por lo tanto, este método de migración está basado en desplazamientos o corrimientos de la fase (i.e., phase shift).

Luego haciendo uso de la transformada inversa de Fourier, DISCRETIZADA, con respecto a  $k_y$  y una suma con respecto a  $\omega$ , se obtiene el campo de presiones  $p(y,t=0,z)$  a partir del campo  $p(k_y, t, z)$ , el cual se puede expresar mediante

$$p(y, t = 0, z) = \sum_{k_y} \sum_{\omega} p(k_y, \omega, z) e^{ik_y y}.$$

2. 33

La ecuación 2. 32 es válida sólo bajo la asunción de que la velocidad es constante para un  $\Delta z$ , por lo que en el método de corrimiento de fase, el medio puede ser discretizado en  $\Delta z$ , para incorporar variaciones verticales de velocidad ( $v=v(z)$ ). De esta manera, puede ser aceptable el migrar con una velocidad constante sobre todo el dominio de interés. La hipótesis de velocidad uniforme permite el desarrollo de un algoritmo para la migración en el dominio frecuencia-número de onda.

Por otro lado, podemos re-escribir la ecuación 2. 32 en forma diferente por medio de regresar la ecuación 2. 31 y primeramente observar que si  $p=p(k_y, \omega, z)$ , entonces:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial k_y} dk_y + \frac{\partial p}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial p}{\partial z} dz,$$

2. 34a

con lo cual, en principio, la solución general de la ecuación 2. 32 debe ser de la forma

$$\frac{dp}{p} = kdz + F(k_y, \omega),$$

2. 34b

donde,  $k_z = \frac{2\omega}{v} \left[ 1 - \left( \frac{k_y v}{2\omega} \right)^2 \right]^{1/2}$ .

En consecuencia, al integrar ésta desde  $z=0$  hasta  $z=z$ , se debe obtener

$$p(k_y, \omega, z) = p(k_y, \omega, z=0) e^{ik_z z},$$

2. 35

donde  $k_z$  representa la relación de dispersión de propagación de la onda en dirección  $z$ . Al usar la ecuación 2. 35, la sección migrada  $p(y, t=0, z)$  se obtiene a partir de  $p(k_y, \omega, z=0)$  por medio de la siguiente expresión,

$$p(y, t=0, z) = \iint d\omega dk_y p(k_y, \omega, z=0) e^{i(k_z z + k_y y)},$$

2. 36

lo cual corresponde a la ecuación 2. 33 al sustituir las sumatorias por integrales. Esta ecuación, en el desarrollo subsecuente, será utilizada sin tomar en cuenta la transformada de Fourier sobre  $k_y$ , motivo por el cual la escribiremos de la siguiente manera

$$p(k_y, t=0, z) = \int d\omega p(k_y, \omega, z=0) e^{ik_z z}.$$

2. 37

En resumen, la migración cero distancia f-r en el dominio frecuencia-número de onda consta de tres pasos:

1. Transformada de Fourier del campo grabado en superficie.
2. Integración sobre  $\omega$  y extrapolación del campo de presiones para cada profundidad.
3. Transformada inversa de Fourier sobre  $k_y$  para obtenerla sección migrada.

La migración con este método sólo puede ser aplicada a medios homogéneos y velocidad constante. Para medios velocidad variable, las secciones de cero distancia f-r de entrada

para la migración pueden presentar problemas debido a las difracciones, reflexiones no hiperbólicas y otros efectos, (ver Figura 2.14). En la siguiente sección, se explica la migración antes de apilamiento la cual trata correctamente este tipo de medios.

### 2.5.2 Migración antes de apilamiento

Como su nombre lo indica, el objetivo de este tipo de migración es generar una sección sísmica en profundidad  $p(t=0, h=0, y, z)$  a partir de secciones de distancia f-r común  $p(t, y, h)$  en un solo paso, (Yilmaz, 1979).

Cuando el subsuelo presenta altos gradientes laterales de velocidad debido a estructuras como fallas, domos e intrusiones de cuerpos de alta velocidad, las reflexiones para un punto medio común se tornan no hiperbólicas (ver Figura 2.14), efecto conocido como buzamientos conflictivos, (i.e. “conflicting dips”). La velocidad para corregir por distancia f-r en un agrupamiento por punto medio bajo este efecto varía para un mismo tiempo, por lo que la calidad de la sección apilada es pobre.

La migración cero distancia f-r requiere de entrada una sección apilada, por lo que se espera que no sea válida cuando se está en presencia de buzamientos conflictivos con diferentes velocidades de apilamiento. De allí que cobra mucha importancia la aplicación de la migración antes de apilamiento, en la cual se obtiene una imagen en profundidad, para cada sección de distancia f-r común y al apilar se obtiene finalmente la sección migrada.

La migración antes de apilamiento con velocidad constante en coordenadas propias de distancia f-r – punto medio común y expresada en el dominio frecuencia-número de onda, viene dada por

$$p(t = 0, k_y, h = 0, z) = \int d\omega \int dk_h e^{ik_z(\omega, k_y, k_h)z} p(\omega, k_y, k_h, z = 0),$$

2. 38

donde  $p(\omega, k_y, k_h, z=0)$  es la transformada de Fourier del campo de presiones grabado en superficie  $p(t, y, h, z=0)$  y  $e^{ik_z(\omega, k_y, k_h)z}$  es el núcleo y será explicado en la sección 2.5.2.1. Para obtener la imagen de la sección migrada se debe hacer la transformada inversa de Fourier sobre  $k_y$ .

La migración antes de apilamiento representa el mejor método disponible para generar una imagen del subsuelo en un medio de velocidad variable (Gazdag, 1984).

Desafortunadamente, dicho método es muy costoso en términos de tiempo de cómputo y requiere gran cantidad de datos.

La teoría de la migración antes de apilamiento esta basada en la ecuación raíz doble cuadrada,  $k_z(\omega, k_y, k_n)$  en la ecuación 2. 38. Yilmaz, (1979), describe en detalle la deducción de este operador. En la siguiente sección se desarrolla la ecuación de raíz cuadrada doble para dos dimensiones y así describir completamente la migración antes de apilamiento en el dominio frecuencia-número de onda.

### 2.5.2.1 Ecuación raíz cuadrada doble

El objetivo de esta sección es mostrar como se deduce la ecuación de raíz cuadrada doble que está presente en la fase de la migración antes de apilamiento, para en las secciones posteriores se realizan las respectivas comparaciones con el operador de interés para este trabajo que es la migración a distancia f-r nula, (MZO).

Partiendo de la ecuación de onda en dos dimensiones:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{v} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2},$$

2. 39

donde  $p=p(t,x,z)$  representa el campo escalar de presiones y  $v=v(x,z)$  velocidad, y;  $p$  puede ser expresada con la representación de una doble serie de Fourier.

$$p(t, y, z) = \sum_{k_x} \sum_{\omega} p(\omega, k_x, z) e^{i(k_x x - \omega t)}.$$

2. 40

Sustituyendo 2. 40 en 2. 39 se obtiene,

$$\sum_{k_x} \sum_{\omega} \left[ \frac{\partial^2 p(\omega, k_x, z)}{\partial z^2} - k_x^2 p(\omega, k_x, z) + \frac{1}{v(x, z)} \omega^2 p(\omega, k_x, z) \right] e^{i(k_x x - \omega t)} = 0.$$

2. 41

Considerando invariabilidad en la velocidad lateral se puede hacer uso de la transformación:

$$k_z^2 + k_x^2 = \frac{\omega^2}{v^2},$$

con lo cual,

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2}.$$

2. 42

Debido a la linealidad de la ecuación 2. 39, obviamente el principio de superposición se debe cumplir, (ver ecuación 2. 40), para campos de presiones  $p(\omega, k_x, z)$  diferentes de la solución trivial, entonces:

$$\frac{\partial^2 p(\omega, k_x, z)}{\partial z^2} - k_x^2 p(\omega, k_x, z) + \frac{1}{v} \omega^2 p(\omega, k_x, z) = 0,$$

2. 43

de lo cual resulta evidente que,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = - \left[ \frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2 \right] p,$$

2. 44

y en consecuencia al usar 2. 42, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = -k_z^2 p; p = p(\omega, k_z(k_x; v), z).$$

2. 45

La solución analítica de la ecuación 2. 45 es de la forma

$$p = p_1 e^{ik_z z} + p_2 e^{-ik_z z}; k_z : \text{cons.}$$

2. 46

para encontrar la solución de la ecuación 2. 44 se necesitaría dos condiciones de borde.

Generalmente, se tiene información del campo de presiones en superficie, ( $z=0$ ), como una condición de borde. Sin embargo, es posible resolver sólo en dirección ascendente desde el reflector usando el principio del “reflector explosivo”, lo cual es otra forma de visualizar el principio de Huyghen.

Por ende, si se conoce el campo de presiones a cierta profundidad, se puede propagar hacia atrás o hacia delante en tiempo. En este caso se puede propagar en profundidad (eje  $z$ ) hacia abajo o hacia arriba, es decir, dependiendo de la dirección de  $k_z$ .

Para entender como determinar la dirección de propagación, se deben analizar los valores y signos de  $k_z$ .

Primeramente, la función  $e^{i(k_z z + k_x x - \omega t)}$  representa una onda contenida en un plano xz, cuando  $t=t$ . Ignorando el término  $k_x x$ , que representa las variaciones laterales, podemos introducir una función para la fase que dependa de  $z$  y  $t$ :  $\Phi(z,t) = k_z z - \omega t$ .

Por otro lado, la fase es constante a lo largo de un plano de onda, pudiendo escribirse como:

$$k_z z = \omega t + \text{const.}$$

En consecuencia, cuando el plano de onda se desplaza hacia abajo,  $k_z$  y  $z$  son ambos positivos. Consecuentemente, dado que  $t \geq 0$ , siempre, entonces  $\omega := 2\pi\nu \geq 0$   $\omega t$  siempre será positivo definido. Por el contrario, cuando el plano de onda se desplaza hacia arriba,  $k_z$  tiene signo contrario a  $z$  y por ende  $k_z z < 0$ . Por lo tanto, cuando  $k_z z$  crece a expensas del tiempo la onda plana desciende; cuando  $k_z z$  decrece a expensas del tiempo la onda plana asciende. En efecto, si usamos la solución 2. 46, multiplicada por  $e^{-i\omega t}$ , entonces:

$$p_\omega(z,t) = p_1 e^{i(k_z z - \omega t)} + p_2 e^{-i(k_z z + \omega t)},$$

es decir, el primer término en el miembro de la derecha representa una onda plana propagada hacia abajo y el segundo, una onda plana hacia arriba.

De lo anterior se desprende que podemos definir,

$$p_o = p(\omega, k_x, z = 0) = \begin{cases} p_1 e^{ik_z z} & ; |\omega| < 0 \\ p_2 e^{-ik_z z} & ; |\omega| > 0, \end{cases}$$

donde  $p_o = p(\omega, k_x, z = 0)$  es la presión de campo en superficie.

Luego, haciendo uso de los datos grabados en superficie, se puede propagar a cualquier profundidad con la anterior ecuación, la cual escrita en una forma más compacta sería:

$$p(\omega, k_x, z) = p(\omega, k_x, z = 0) e^{-i \text{sign}(|\omega|) k_z z}.$$

2. 47

El objetivo de la migración cero-distancia f-r es estimar  $p(t=0, k_x, z)$  a partir de  $p(t, k_x, z=0)$ . Esta operación se efectúa en dos pasos. En el paso de continuación ascendente, se busca la presión  $p(t, k_x, z)$  de la presión conocida en superficie  $p(t, k_x, z=0)$ , y el paso de imagen, en el cual se extrae  $p(t=0, k_x, z)$  de  $p(t, k_x, z)$ .

La ecuación 2. 47 puede ser usada para calcular el campo de presiones a una profundidad cualquiera ( $z_0+z$ ), a partir de una profundidad en la cual éste es conocido ( $z_0$ ). Para  $z>0$  el campo de presiones debe ser propagado hacia atrás en tiempo y para  $z<0$  hacia delante.

Para variaciones de la velocidad en profundidad  $v(z)$ ,  $k_z$  es aproximadamente constante para pequeñas variaciones de profundidad  $\Delta z$ , en el cual podemos considerar la velocidad constante. Por ende, bajo esta hipótesis, la ecuación 2. 47 se puede escribir como

$$p(k_x, z_0 + \Delta z, \omega) = p(k_x, z_0, \omega) e^{-i \text{sign}(\omega) k_z \Delta z}, \quad 2. 48$$

y puede ser usada para extrapolar ascendente o descendentemente, el campo de presiones para pequeños intervalos de profundidad.

La ecuación 2. 43 tiene soluciones armónicas espaciales, solamente para valores reales de  $k_z$ , por lo cual se requiere la siguiente condición

$$\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2 \geq 0.$$

Por otro lado, realizando la transformada inversa de Fourier de la expresión 2. 47 para funciones discretas, se obtiene la solución general en tiempo y espacio.

$$p(t, x, z) = \sum_{k_x} \sum_{\omega} p(\omega, k_x, z_0) e^{-i \text{sign}(\omega) k_z z} e^{i(k_x x - \omega t)}. \quad 2. 49$$

En el caso de un experimento sísmico con arreglo de fuentes y receptores, se puede hacer la continuación descendente de disparos y receptores separadamente. El corrimiento de fase (i.e. phase shift) a determinada profundidad, puede ser escrito como la suma de los corrimientos de fase para la posición de las fuentes y los receptores.

El corrimiento de fase en la ecuación 2. 49 sería:

$$k_z(\omega, k_r, k_f) z = -\text{sign}(|\omega|) \left[ \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - k_r^2} + \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - k_f^2} \right] z, \quad 2. 50$$

donde  $k_f$  y  $k_r$  representan los números de onda para fuentes y receptores, respectivamente.

La ecuación 2. 50 se puede expresar en términos de los números de onda, cónsonos con las coordenadas “distancia f-r - punto medio común”, mediante las conocidas transformaciones:

$$y = \frac{x_r + x_f}{2},$$

$$h = \frac{x_r - x_f}{2},$$

de las cuales, sumando y restando obtenemos,

$$h + y = x_g,$$

$$h - y = x_s.$$

Por otro lado, como las amplitudes de un sismograma en coordenadas f-r son iguales en coordenadas y-h, entonces invocando a la invarianza del campo escalar frente a las anteriores transformaciones:

$$p(s, g) = p'(y, h).$$

2. 51

Por lo tanto las derivadas del campo de presiones, se deben transformar como se indica a continuación

$$\frac{\partial p}{\partial x_s} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial p'}{\partial y} - \frac{\partial p'}{\partial h} \right),$$

2. 52

$$\frac{\partial p}{\partial x_g} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial p'}{\partial y} + \frac{\partial p'}{\partial h} \right).$$

2. 53

Luego, si hacemos uso del operador integral de Fourier, es evidente que si acordamos en designar

$$p(k_f, k_r) = TFP(f, r),$$

2. 54a

$$p'(k_y, k_h) = TFP'(y, h),$$

2. 54b

entonces al aplicar dicho operador a la 2. 51, ésta da lugar a

$$p(k_f, k_r) = p'(k_y, k_h),$$

2. 54c

Por ende, al recordar la identidad

$$TF\left[\frac{\partial}{\partial l} f(l, m)\right] = ik_l F(k_l, k_m),$$

si

$$TF[f(l, m)] = F(k_l, k_m),$$

entonces, al Fourier – transformar las expresiones 2. 52 y 2. 53, obtenemos respectivamente,

$$ik_s p(k_s, k_g) = \frac{1}{2} [ik_y p'(k_y, k_h) - ik_h p'(k_y, k_h)]$$

$$ik_g p(k_s, k_g) = \frac{1}{2} [ik_y p'(k_y, k_h) + ik_h p'(k_y, k_h)]$$

de las cuales al usar la ecuación 2.54c, finalmente se obtienen las relaciones,

$$k_s = \frac{k_y - k_h}{2},$$

2. 55

$$k_g = \frac{k_y + k_h}{2}.$$

2. 56

Sustituyendo 2. 55 y 2. 56 en 2. 50 se obtiene la raíz cuadrada doble y el corrimiento de fase total en coordenadas distancia f-r – punto medio común.

$$k_z(\omega, k_y, k_h)z = -\text{sign}(|\omega|) \left[ \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{k_y + k_h}{2}\right)^2} + \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{k_y - k_h}{2}\right)^2} \right] z.$$

2. 57

## 2.6 Migración a distancia fuente – receptor nula, (MZO)

El proceso de migración caracterizadas por las siglas inglesas, MZO, que en lo sucesivo entenderemos como colocación de eventos (geológicos) en puntos donde las coordenadas de la fuente y el receptor coinciden, (i.e. distanciamiento f-r nulo), se transcribe matemáticamente, como un operador que transforma una sección de distancia f-r común en una sección de cero distancia f-r, que combinado con la migración cero distancia f-r representa una alternativa a la migración antes del apilamiento menos costosa en lo que a

cálculos se refiere. Para medios de velocidad constante es equivalente a realizar la corrección por efecto de la distancia f-r, NMO, seguido de la corrección por efecto del buzamiento, DMO, (Popovici, 1995).

Con la finalidad de no recargar el discurso en este trabajo, adoptaremos pragmáticamente las siglas, MZO, cada vez que hagamos referencia al operador en si, cuyo contexto ya hemos definido.

El operador MZO trata de manera correcta la extrapolación del campo de presiones incorporando la ecuación “raíz cuadrada doble”, cuya deducción parte de la ecuación de onda (ver ecuación 2. 39), y permite un tratamiento matemático para variaciones laterales de velocidad.

En las secciones siguientes se mostrará la deducción de la forma de este operador, la cual se basa en su isomorfismo con el operador de migración antes de apilar.

Primeramente, recordemos que la migración antes de apilamiento (ecuación 2. 38) representa la condición de imagen para distancia f-r nula y tiempo cero.

Concomitadamente, la migración cero distancia f-r con velocidad constante (ecuación 2. 37) se puede expresar como

$$p(t = 0, k_y, z) = \int d\omega_o e^{ik_z(\omega_o, k_y)z} p(\omega_o, k_y, z = 0), \quad 2. 58$$

donde  $\omega_o$  es la frecuencia para la sección de cero distancia f-r, por lo que la fase viene dada por

$$k_z(\omega_o, k_y) = -2\text{sign}(|\omega_o|) \sqrt{\frac{\omega_o^2}{v^2} - \frac{k_y^2}{4}}. \quad 2. 59$$

Es importante puntualizar que la expresión 2. 58, no es una transformada de Fourier, ya que la exponencial no es un núcleo de Fourier. En efecto, al examinar el miembro de la derecha en ésta, primeramente, es obvio que debido a la exigencia de positividad,

$$\frac{\omega_o^2}{v^2} - \frac{k_y^2}{4} \geq 0,$$

antes impuesta, entonces cuando la  $|\omega_o|$  barre los valores especificados entre los límites  $(-\infty, +\infty)$ ,  $|\omega_o|$  estará restringido FUERA DE LA BANDA entre el intervalo cerrado

$\left[-\frac{vk_y}{2}, +\frac{vk_y}{2}\right]$ . Por lo tanto, resulta trivial que el operador integral en 2. 58 no transforma al campo  $p(\omega_0, k_y)$  sobre toda la recta matemática  $R=(-\infty, +\infty)$ , sino sólo en las regiones  $\left(-\infty, -\frac{vk_y}{2}\right)$  y  $\left(+\frac{vk_y}{2}, +\infty\right)$ . En consecuencia, la expresión 2. 58, sólo es válida para todo valor de  $k_y$ , comprendido entre  $\left[-\frac{2|\omega_0|}{v}, +\frac{2|\omega_0|}{v}\right]$ , (Kolmogorov y Fómin, 1972).

Por hipótesis, (Popovici, 1995), se asume que el resultado de la migración antes de apilamiento y la migración cero distancia f-r es el mismo, es decir que

$$p(t=0, k_y, h=0, z) = p(t=0, k_y, z),$$

y en consecuencia, de la 2. 58 se puede escribir la siguiente igualdad

$$p(t=0, k_y, h=0, z) = \int d\omega_0 e^{ik_z(\omega_0, k_y)z} p(\omega_0, k_y, z=0).$$

Por tanto podemos igualar la relación de dispersión para migración antes de apilamiento y migración a cero distancia f-r, (i.e. ecuaciones 2. 59 y 2. 57).

$$k_z(\omega, k_y, k_h) = k_z(\omega_0, k_y), \text{ (Hale, 1983)}$$

$$-2\text{sign}(|\omega_0|) \sqrt{\frac{\omega_0^2}{v^2} - \frac{k_y^2}{4}} = -\text{sign}(|\omega|) \left[ \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{k_y + k_h}{2}\right)^2} + \sqrt{\frac{\omega^2}{v^2} - \left(\frac{k_y - k_h}{2}\right)^2} \right],$$

y despejando  $\omega$  se obtiene la expresión

$$\omega = \omega_0 \left[ 1 + \frac{v^2 k_h^2}{4\omega_0^2 - v^2 k_y^2} \right]^{1/2}.$$

2. 60

Para simplificar la ecuación 2. 60 se definen:

$$H_o = \frac{vk_h}{2\omega_0} \quad \text{y} \quad Y_o = \frac{vk_y}{2\omega_0},$$

la cual se puede escribir:

$$\omega = \omega_0 \left[ 1 + \frac{H_o^2}{1 - Y_o^2} \right]^{1/2},$$

El Jacobiano de la transformación será  $d\omega/d\omega_0$ , el cual toma la siguiente forma:

$$J = \left[ \frac{d\omega}{d\omega_o} \right] = \left( 1 + \frac{H_o^2}{1 - Y_o^2} \right)^{-1/2} \left( 1 - \frac{H_o^2 Y_o^2}{(1 - Y_o^2)^2} \right).$$

Tomando en cuenta la migración antes de apilamiento (ecuación 2. 38) y realizando el cambio de variable 2. 60, la ecuación de migración antes de apilamiento se obtendría a través de los siguientes pasos:

$$p(t = 0, k_y, h = 0, z) = \int dk_h \int d\omega e^{ik_z(\omega, k_y, k_h)z} p(\omega, k_y, k_h, z = 0),$$

$$p(t = 0, k_y, h = 0, z) = \int dk_h \int d\omega_o e^{ik_z(\omega_o, k_y)z} [J] \bar{p}(\omega_o, k_y, k_h),$$

$$p(t = 0, k_y, h = 0, z) = \int d\omega_o e^{ik_z(\omega_o, k_y)z} \int dk_h [J] \bar{p}(\omega_o, k_y, k_h),$$

$$p(t = 0, k_y, h = 0, z) = \int d\omega_o e^{ik_z(\omega_o, k_y)z} p(\omega_o, k_y),$$

2. 61

lo cual representa el campo de presiones a distancia f-r nula y donde hemos puesto,

$$p(\omega_o, k_y) = \int dk_h [J] \bar{p}(\omega_o, k_y, k_h).$$

2. 62

Esto es, la ecuación 2. 61 representa la migración cero distancia f-r y la ecuación 2. 62 representa una vía para obtener la sección de distancia f-r nula de una sección agrupada por CMP.

Luego, aplicando la transformada inversa de Fourier en tiempo a  $p_o(\omega_o, k_y)$  y sustituyendo la ecuación 2. 62 se obtiene la expresión

$$p_o(t_o, k_y) = \int d\omega_o e^{-i\omega_o t_o} p_o(\omega_o, k_y),$$

$$p_o(t_o, k_y) = \int d\omega_o e^{-i\omega_o t_o} \int dk_h [J] \bar{p}(\omega_o, k_y, k_h),$$

$$p_o(t_o, k_y) = \int dk_h \int d\omega_o e^{-i\omega_o t_o} [J] \bar{p}(\omega_o, k_y, k_h).$$

2. 63

Finalmente, en la ecuación 2. 63 se puede invertir la transformación 2. 60, en términos de  $\omega$ , por tanto el campo  $p(\omega_o, k_y, k_h)$  volverá a representarse de la forma  $p(\omega, k_y, k_h)$ , sustituyendo  $d\omega_o [J]$  por  $d\omega$  y expresando  $\omega_o$  en función de  $\omega$ , es decir, (ver apéndice 2.4)

$$\omega_o = \frac{\omega}{2} \left[ \sqrt{(1 - Y)^2 - H^2} + \sqrt{(1 + Y)^2 - H^2} \right],$$

donde,

$$Y = Y(\omega) = \frac{vk_y}{2\omega} \quad \text{y} \quad H = H(\omega) = \frac{vk_h}{2\omega},$$

y así se obtiene la ecuación para la migración a distancia f-r nula

$$p_o(t_o, k_y) = \int dk_h \int d\omega e^{-\frac{i\omega}{2} [\sqrt{(1-Y)^2 - H^2} + \sqrt{(1+Y)^2 - H^2}]} t_o p(\omega, k_y, k_h),$$

2. 64

La ecuación para la migración a cero distancia f-r es deducida a partir de la ecuación de onda 2. 39 y por tanto trata de manera correcta la cinemática del operador [NMO+DMO] y es consistente en amplitud con la ecuación de raíz cuadrada doble.

La ecuación 2. 64 es muy similar a la que corresponde a la migración antes de apilamiento, ya que ambas operan sobre la transformada de Fourier del campo de presiones  $p(\omega, k_y, k_h)$ , poseen una integración doble en  $k_h$  y  $\omega$ , y el exponencial complejo contiene la suma de dos raíces cuadradas en su fase. Sin embargo, la continuación del campo de presiones para la migración a distancia f-r nula se ejecuta en tiempo, a diferencia de la “migración antes de apilamiento” la cual lo hace en profundidad. Esta diferencia implica que la función de velocidad en la migración a distancia f-r nula debe variar en tiempo y no en profundidad, como en la “migración antes de apilamiento”, resultando más conveniente ya que, como la velocidad es estimada a partir de los datos adquiridos en superficie, se necesitan menos suposiciones de las estructuras del subsuelo.

Para particularizar el operador MZO, a una distancia f-r particular se considera el campo de presiones  $p(t, y, h)$  igual a cero, excepto para una distancia f-r media  $h_o$ . Este resultado es equivalente a introducir una delta de Dirac en coordenadas peculiares a la distancia f-r, que multiplique a  $p(t, y, h)$  y al transformar por Fourier el campo en el dominio frecuencia-número de onda se escribiría como

$$p(\omega, k_y, k_h) = e^{-ik_y h_o} p_{h_o}(\omega, k_y, h_o),$$

2. 65

como consecuencia de aplicar las propiedades de integración de la delta de Dirac.

Al sustituir el campo  $p(\omega, k_y, k_h)$  en la ecuación 2. 64, se puede expresar el operador MZO como

$$p(t_o, k_y, h_o) = \int d\omega p(\omega, k_y, h_o) \int dk_h e^{-i\omega_o(\omega, k_y, k_h)t_o - ik_h h_o},$$

2. 66

con el cual se realiza la migración a distancia f-r nula para secciones de distancia f-r común por separado.

### 2.6.1 Variación lateral de velocidad

Parafraseando a Popovici (1995), se puede enunciar que el tratamiento de la velocidad variable para el operador MZO (ecuación 2. 64) es similar al realizado para este tipo de variaciones sobre el operador de migración antes de apilamiento (ecuación 2.32), basándose en el isomorfismo que presentan estas ecuaciones, ya que ambas contemplan una integración doble sobre el número de onda de la distancia f-r y la frecuencia respectivamente, operan sobre el campo de presiones transformado por Fourier y principalmente, contemplan la doble raíz cuadrada en el factor de fase.

Por otro lado, la ecuación de migración antes de apilamiento doble raíz cuadrada, a pesar que esta definida para velocidad variable en profundidad, puede ser usada para medios con fuertes variaciones de velocidad utilizando una interpolación mas fase de cambio (i.e. PSPI, Phase-shift plus interpolation) o una corrección denominada split-step. El método de split-step está basado en aplicar una corrección de cambio de fase al campo de presiones extrapolado, corrección que intenta compensar por las variaciones laterales de velocidad.

Para la migración a cero distancia f-r, la idea de una corrección split-step apareció primero en el algoritmo de Gazdag y Sguazzero (1984), pero esto no se hizo una técnica autosuficiente hasta que Stoffa (1990) invirtió el orden del algoritmo permitiendo que la corrección sea aplicada solo una vez.

La técnica PSPI de Gazdag y Sguazzero (1984) se aplica en la migración en el dominio de CMP-frecuencia angular  $(y, \omega)$ , y consiste en realizar la extrapolación del campo de presiones para cada  $\Delta z$  en dos etapas. En la primera etapa, el campo de presiones dado a una profundidad  $z$  es extrapolado a una profundidad  $z + \Delta z$ , por el método de cambios de fase, usando  $n$  velocidades de referencia,  $v_1, v_2, \dots, v_n$ , el cual viene dado por

$$e^{-i\frac{\omega}{v_i}\Delta z}, \forall i = 1, 2, \dots, n,$$

donde  $v_i$  representa el rango de velocidad a la profundidad  $z$ . Por ende, en este paso se generan  $n$  campos de onda extrapolados para  $z+\Delta z$ . Posteriormente, en la segunda etapa, se construye el campo de presiones definitivo para la profundidad  $z + \Delta z$  interpolando los  $n$  campos de ondas de referencia antes calculados. Previamente a realizar la extrapolación del campo de presiones, éste es multiplicado por un factor de fase correspondiente a la velocidad en el punto  $(y,z)$  sobre el cual se hace la corrección, y viene dado por

$$e^{-i \frac{\omega}{v(y,z)} \Delta z},$$

entonces, cuando el medio es de velocidad constante estos factores se anulan.

Por otro lado, y en el mismo orden de ideas, un algoritmo similar fue desarrollado por Stoffa (1990), donde la corrección de fase está contenida en un solo término dado por

$$e^{i \left( \frac{1}{v_m} - \frac{1}{v(y,z)} \right) \omega \Delta z}.$$

2. 67

Como se mencionó en la sección 2.5.2, para la migración antes de apilamiento, las dos raíces cuadradas representan específicamente el término de extrapolación para la fuente y para el receptor. El término de corrección de fase incluye una función de velocidad lateralmente variable,  $v_r(y,z)$  para la continuación del campo de presiones en la posición de los receptores y  $v_s(y,z)$  para la posición de las fuentes, por lo que la ecuación 2. 67 se puede escribir como

$$e^{i \left( \frac{2}{v_m} - \frac{1}{v_s(y_s,z)} - \frac{1}{v_r(y_r,z)} \right) \omega \Delta z}.$$

Sin embargo, la ecuación de migración antes de apilamiento está definida en las coordenadas del CMP-distancia  $f-r$ , mientras que la velocidad lo está en las coordenadas fuente-receptor, por lo que es necesario realizar la transformación de coordenadas según las ecuaciones 2.1 y 2.2 de la sección 2.1. Así la corrección split-step puede ser expresada como

$$e^{i \left( \frac{2}{v_m} - \frac{1}{v(y-h,z)} - \frac{1}{v(y+h,z)} \right) \omega \Delta z},$$

2. 68

donde en cada punto medio  $y$ , se usa la velocidad en  $y-h$  (posición de la fuente) y la velocidad en  $y+h$  (posición del receptor). Así la migración antes de apilamiento split-step se puede expresar como

$$p(t=0, k_y, h=0, z) = \int d\omega e^{i\left(\frac{2}{v_m} \frac{1}{v(y-h,z)} - \frac{1}{v(y+h,z)}\right)\omega \Delta z} \int dk_h e^{ik_z(\omega, k_y, k_h)z} p(\omega, k_y, k_h, z=0), \quad 2.69$$

en la cual se puede notar que para medios de velocidad constante el término exponencial se anula y la ecuación 2.69 toma su forma original.

De acuerdo con Popovici (1995), la corrección split-step puede ser aplicada a la migración a cero distancia f-r (ecuación 2.64) de la misma manera en la que es aplicada para la migración antes de apilamiento, con la diferencia de que el término para la corrección de fase split-step es expresado en tiempo y no en profundidad, implicando que el campo de velocidad se presente en estas mismas coordenadas. De esta manera, el término de corrección split-step para MZO viene dado por

$$e^{i\left(\frac{2}{v_m} \frac{1}{v(y-h,t)} - \frac{1}{v(y+h,t)}\right)\omega \Delta t}, \quad 2.70$$

el cual es aplicado para cada  $\Delta t$ , y  $v$  representa el campo de velocidad par la posición de la fuente y el receptor respectivamente. Así, la ecuación del operador MZO puede se puede expresar como

$$p_o(t_o, k_y) = \int dk_h \int d\omega e^{i\left(\frac{2}{v_m} \frac{1}{v(y-h_o, t_o)} - \frac{1}{v(y+h_o, t_o)}\right)\omega} e^{-i\frac{\omega}{2}[\sqrt{(1-Y)^2-H^2} + \sqrt{(1+Y)^2-H^2}]} t_o p(\omega, k_y, k_h), \quad 2.71$$

y más específicamente la ecuación de MZO para una distancia f-r particular, se puede escribir, de manera organizada como

$$p(t_o, k_y, h_o) = \int d\omega e^{i\left(\frac{2}{v_m} \frac{1}{v(y-h_o, t_o)} - \frac{1}{v(y+h_o, t_o)}\right)\omega} p(\omega, k_y, h_o) \int dk_h e^{-i\omega_o(\omega, k_y, k_h)t_o - ik_h h_o}. \quad 2.72$$

Finalmente, esta forma del operador MZO es lo que sugiere una mejor aproximación para construir secciones de cero distancia f-r, que la manera convencional constituida por los operadores de NMO seguido de DMO.

## 2.7 MZO mediante el método de fase estacionaria

Junto con Popovici (1995), se puede exponer que el operador MZO para una particular distancia f-r implica solucionar una integral sobre  $k_h$  la cual viene dada por

$$I(\omega, k_y, t_o, h_o) = \int dk_h e^{-i\omega_o(\omega, k_y, k_h)t_o - ik_h h_o},$$

2. 73

donde la fase de la exponencial es

$$\phi(k_h) = -\frac{vt_o}{4} \text{sign}(\omega) \left[ \sqrt{\left(\frac{2\omega}{v} - k_y\right)^2 - k_h^2} + \sqrt{\left(\frac{2\omega}{v} + k_y\right)^2 - k_h^2} \right] - k_h h_o.$$

2. 74

Una alternativa para la solución de dicha integral es la aproximación por fase estacionaria la cual es explicada en detalle en esta sección.

### 2.7.1 Método de la fase estacionaria

Según Bath (1968), el método de la fase estacionaria es muy usado en la evaluación de integrales que presentan la siguiente forma:

$$u = \int_a^b \varphi(x) e^{if(x)} dx,$$

2. 75

donde la función circular  $e^{if(x)} = \cos(f(x)) + i \text{sen}(f(x))$  varía a través de un largo número de períodos, mientras  $\varphi(x)$  cambia comparativamente suave. Por ejemplo, si  $f(x)$  cambia por  $2\pi$ , entonces se supone que  $\varphi(x)$  varía solo una pequeña fracción de ella misma. De esta manera, el integrando se aproxima a una constante a  $\varphi(x)$  multiplicado por una función  $e^{if(x)}$  que varía rápidamente entre  $-1$  y  $1$ . Por lo tanto, interferencias destructivas entre varias contribuciones a la integral harán que ésta se anule, exceptuando para aquellos valores de  $x$  para los cuales  $f(x)$  se comporta asintóticamente o estacionario. Los valores estacionarios no se cancelan unos con otros en general, de hecho, ellos no están simétricamente distribuidos alrededor de cero, para cualquier función  $f(x)$ . Para los valores estacionarios de  $x$ , el integrando es aproximadamente una constante.

Considerando  $x = \alpha + \xi$ , donde  $f(x)$  es estacionario para  $x = \alpha$ , y  $\xi$  es pequeño, es decir, considerando la vecindad del punto  $x = \alpha$ , el cual es el rango donde la integral tiene contribuciones. Adicionalmente, desarrollando  $f(x)$  en series de Taylor se puede expresar como

$$f(x) = f(\alpha + \xi) = f(\alpha) + \xi f'(\alpha) + \frac{\xi^2}{2!} f''(\alpha) + \frac{\xi^3}{3!} f'''(\alpha) + \dots$$

2. 76

Se supone que  $\alpha$  se encuentra dentro del rango de integración, en consecuencia, se pueden extender los límites de integración a infinito, es decir,  $a$  tendiendo a  $-\infty$  y  $b$  a  $\infty$ , lo cual es permitido ya que las contribuciones a la integral provienen de la vecindad del punto  $x = \alpha$ . Adicionalmente, tomando los tres primeros términos en la ecuación 2. 75 y anulando la primera derivada, debido a que  $f(x)$  es constante en  $x = \alpha$ , dicha ecuación se aproxima como

$$f(x) = f(\alpha + \xi) \approx f(\alpha) + \frac{\xi^2}{2!} f''(\alpha)$$

2. 77

y, de esta manera, la integral 2. 75 se puede escribir como

$$u = \varphi(\alpha) e^{if(\alpha)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{1}{2}if''(\alpha)\xi^2} d\xi,$$

y en una forma más explícita

$$u = \varphi(\alpha) e^{if(\alpha)} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{1}{2} f''(\alpha)\xi^2\right) d\xi + i \int_{-\infty}^{\infty} \text{sen}\left(\frac{1}{2} f''(\alpha)\xi^2\right) d\xi \right],$$

y como las funciones correspondientes a ambas integrales son pares respecto a  $\xi$ , esta expresión se puede escribir como

$$u = \varphi(\alpha) e^{if(\alpha)} \left[ 2 \int_0^{\infty} \cos\left(\frac{1}{2} f''(\alpha)\xi^2\right) d\xi + i 2 \int_0^{\infty} \text{sen}\left(\frac{1}{2} f''(\alpha)\xi^2\right) d\xi \right],$$

2. 78

Para evaluar las integrales en la ecuación 2. 78 se utiliza la siguiente igualdad, descritas por Dwight (1957) y Jeffreys (1946):

$$\int_0^{\infty} \cos\left(\frac{1}{2} \beta x^2\right) dx = \int_0^{\infty} \text{sen}\left(\frac{1}{2} \beta x^2\right) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}},$$

entonces la ecuación 2. 78 se puede escribir como

$$u = \varphi(\alpha) e^{if'(\alpha)} (1+i) \sqrt{\frac{\pi}{f''(\alpha)}}$$

también, recordando que  $e^{\pm i(\pi/4)} = (1 \pm i) / \sqrt{2}$ , finalmente, se puede escribir la ecuación de aproximación de fase estacionaria, la cual viene expresado por la ecuación

$$u = \frac{\varphi(\alpha) \sqrt{\pi}}{\sqrt{\left| \frac{1}{2} f''(\alpha) \right|}} e^{i[f(\alpha) \pm \pi/4]}$$

2. 79

donde el signo de la exponencial depende si el signo de la segunda derivada de  $f(x)$  es positivo o negativo.

En consecuencia, se puede hacer una analogía, entre la fase estacionaria descrita por Bath (19xx) y la integral sobre  $k_h$  que interviene en el operador MZO, donde  $\varphi(x)$  es constante e igual a uno y la función  $f(x)$  está representada por  $\phi(k_h)$ . Entonces la integral 2. 73 se puede aproximar a la expresión dada por

$$I(k_h') \approx \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\left| \frac{1}{2} \phi''(k_h') \right|}} e^{i[\phi(k_h') + \text{sign}(\phi''(k_h'))\pi/4]}$$

2. 80

donde  $k_h'$  es el valor estacionario en el eje de  $k_h$  y, Junto con Popovici (1995), se enuncia que la segunda derivada de la fase viene dada por

$$\phi''(k_h) = \frac{vt_o}{4} \text{sign}(\omega) \left[ \frac{\left( \frac{2\omega}{v} - k_y \right)^2}{\left[ \left( \frac{2\omega}{v} - k_y \right)^2 - k_h \right]^{3/2}} + \frac{\left( \frac{2\omega}{v} + k_y \right)^2}{\left[ \left( \frac{2\omega}{v} + k_y \right)^2 - k_h \right]^{3/2}} \right]$$

En la ecuación 2. 80 el tiempo, la velocidad, la frecuencia y el número de onda  $k_y$  son parámetros y como el signo de la segunda derivada es igual al signo de la frecuencia angular, finalmente, la aproximación por fase estacionaria para la integral 2. 73 se puede expresar como

$$I(k_h') \approx \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\left| \frac{1}{2} \phi''(k_h') \right|}} e^{[\phi(k_h') + \text{sign}(\omega)\pi/4]}$$

2. 81

El problema de esta forma es calcular el o los valores de  $k_h$ , que haga estacionaria a la fase o, lo que es equivalente encontrar las raíces de la primera derivada de  $f(k_h)$ , la cual viene dada por

$$\phi'(k_h) = -h_o + \frac{vt_o}{4} \text{sign}(\omega)k_h \left[ \frac{1}{\left[ \left( \frac{2\omega}{v} - k_y \right)^2 - k_h \right]^{1/2}} + \frac{1}{\left[ \left( \frac{2\omega}{v} + k_y \right)^2 - k_h \right]^{1/2}} \right]$$

Sin embargo, se puede notar que la segunda derivada de la fase nunca se anula, ya que esta consiste en una suma de términos positivos, lo que asegura que la curvatura no cambie, y en consecuencia la existencia de máximo un punto sobre  $k_h$  estacionario.

### 2.8 Transformada de Fourier datos muestreados discretamente.

Comúnmente los fenómenos físicos no se registran de forma continua, sino que lo hacen en intervalos de tiempo definidos que se conoce como rata de muestreo. Por consiguiente, la función que representa al fenómeno físico puede ser expresada como

$$h_k = h(t_k), t_k = k\Delta t, k = 0,1,2,\dots, N-1$$

2. 82

donde  $\Delta t$  es el intervalo de muestreo y  $N$  el número finito de muestras (ver Figura 2.15).

Para cada intervalo de muestreo existe una frecuencia especial llamada frecuencia crítica de Nyquist, dada por

$$f_c = \frac{1}{2\Delta}$$

2. 83

La importancia de la frecuencia de Nyquist es que si una función  $h(t)$ , muestreada a un intervalo  $\Delta$ , pasa a ser de banda limitada en frecuencias menores en magnitud que la frecuencia de Nyquist, esto es,  $H(f) = 0$ , para todo  $|f| \geq f_c$ ; entonces la función  $h(t)$  esta

completamente determinada por sus muestras. Cuando la función  $h(t)$  no es de banda limitada por la frecuencia de Nyquist la densidad del espectro de amplitud es movido falsamente de este rango de frecuencia produciendo el fenómeno de aliasing. Cada frecuencia fuera del rango  $(-f_c, f_c)$  está en aliasing y tres formas de evitarlo son:

- Muestreando con un intervalo tal que:  $\Delta \leq \frac{1}{2f_c}$
- Aplicando filtros antialias
- Usando un muestreo no uniforme

### 2.8.1 Transformada de Fourier Discreta

La transformada de Fourier discreta calcula la función dada en la ecuación 2. 82 en el dominio de la frecuencia para sus  $N$  puntos muestreados. En esta sección se desarrollará la forma de las ecuaciones 2.5h y 2.5i, (ver apéndice 2.5), para este tipo de funciones. Para simplificar los cálculos, se supone que el número de muestras es par.

Para  $N$  número de muestras de la función de entrada  $h(t)$  se obtienen  $N$  números independientes de su transformada  $H(f)$  dentro del rango de las frecuencias de Nyquist limitados en este caso por

$$f_n = \frac{n}{N\Delta}, \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} \tag{2. 84}$$

los valores extremos corresponden a los límites inferior y superior del rango de frecuencias de Nyquist. Se puede notar que según la ecuación 2. 84 se tienen  $N+1$  muestras y no  $N$ , esto es a causa de que los valores extremos de  $n$  no son independientes, de hecho son iguales; sin embargo los demás valores si lo son, reduciendo la cuenta a  $N$  valores.

Una vez definido el rango de frecuencias de manera discreta se puede aproximar la transformada de Fourier (ver apéndice 2.5) a una suma discreta. Para esto se utilizará la forma de la transformada con  $f=\omega/2\pi$ , y finalmente se escribe como

$$H(f_n) \approx \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i f_n t_k} \Delta = \Delta \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i k n / N} \tag{2. 85}$$

donde se sustituyeron las ecuaciones 2. 82 y 2. 84. La ecuación 2. 85 representa la transformada de Fourier discreta de  $N$  puntos de  $h_k$ , que se denotará por

$$H_n = \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i k n / N}$$

2. 86

La relación entre la transformada discreta de Fourier de una cantidad finita de números y sus transformada de Fourier continua cuando son vistas como muestras de una función continua muestreada a un intervalo  $\Delta$  puede ser rescrita como

$$H(f_n) \approx \Delta H_n$$

2. 87

con  $f_n$  dada por 2. 84

Se puede observar que la ecuación  $H_n = \sum_{k=0}^{N-1} h_k e^{2\pi i k n / N}$  es periódica en  $n$  con período  $N$ , por lo que

$$H_{-n} = H_{N-n}, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

2. 88

lo que permite que  $n$  en  $H_n$  varíe desde 0 hasta  $N-1$  (un período completo). Entonces,  $n$  y  $k$  (en  $h_k$ ) varía exactamente en el mismo rango.

Cuando esta conversión es hecha se puede recordar que la frecuencia cero corresponde a  $n=0$ , las frecuencias positivas ( $0 < f < f_c$ ) corresponde a los valores  $1 \leq n \leq N/2-1$ , las frecuencias negativas ( $-f_c < f < 0$ ) corresponden a  $N/2+1 \leq n \leq N-1$ . El valor  $n = N/2$  corresponde tanto a  $f=f_c$  como a  $f=-f_c$ . En la Figura 2.16 se muestra la distribución de frecuencias en su respectivo eje.

Las propiedades de la transformada discreta de Fourier son exactamente iguales a las de la transformada de Fourier continua y se puede ver en la sección 2.7.1 de este capítulo.

Finalmente, el equivalente a la transformada inversa de Fourier en su forma discreta viene dada por

$$h_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} H_n e^{-2\pi i k n / N}$$

2. 89

que es equivalente a la transformada directa y su calculo requiere de pequeñas modificaciones en relación a ésta.

## 2.9 Transformada de Fourier en $n$ dimensiones

En las secciones anteriores se describió la transformada de Fourier en una dimensión, específicamente en el dominio del tiempo. La extensión a dimensiones superiores cobra importancia para ubicaciones espaciales principalmente, y se hace de manera natural.

Para escribir las integrales de Fourier en  $n$  dimensiones de manera general, se expresará la transformada de Fourier en una dimensión como:

$$h(x) \leftrightarrow H(y) \tag{2.90}$$

en analogía a la ecuación 2.5j, (ver apéndice 2.5).

Si la función  $h$  tiene su dominio multidimensional la expresión 2. 90 se puede expresar como

$$h(x_1, x_2, \dots, x_n) \leftrightarrow H(y_1, y_2, \dots, y_n) \tag{2.91}$$

y por ende la transformada de Fourier se expresa como

$$H(y_1, y_2, \dots, y_n) = \int \int \dots \int h(x_1, x_2, \dots, x_n) e^{-i(x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n)} dx_1 dx_2 \dots dx_n \tag{2.92}$$

y su respectiva transformada inversa

$$h(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int \int \dots \int H(y_1, y_2, \dots, y_n) e^{i(x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n)} dy_1 dy_2 \dots dy_n \tag{2.93}$$

Una manera interesante de rescribir las ecuaciones 2. 92 y 2. 93 es equivalentemente a las ecuaciones 2.5h y 2.5i, (ver apéndice 2.5),

$$H(y_1, y_2, \dots, y_n) = FT^{-x_1 y_1} FT^{-x_2 y_2} \dots FT^{-x_n y_n} \{h(x_1, x_2, \dots, x_n)\} \tag{2.94}$$

$$h(x_1, x_2, \dots, x_n) = FT^{+x_1 y_1} FT^{+x_2 y_2} \dots FT^{+x_n y_n} \{H(y_1, y_2, \dots, y_n)\} \tag{2.95}$$

donde para el caso  $FT^{-xlyl}$  y  $FT^{+xlyl}$  representa la transformada unidimensional (directa e inversa respectivamente), con  $x_l$  y  $y_l$  como variables conjugadas, por ende cada integral de 2. 92 y 2. 93 opera independientemente sobre cada coordenada.

Como se mencionó al principio de esta sección la transformada de Fourier multidimensional cobra importancia ya que a menudo en aplicaciones físicas una transformada tridimensional es usada, en la cual  $x_1, x_2, y x_3$  son las componentes cartesianas de un vector, y  $y_1, y_2 y y_3$  las del vector resultante de la transformada. Si se llama un vector espacial  $r$  con componentes  $x, y, z$ ; y  $k$  el vector de número de onda con componentes  $k_x, k_y, k_z$ ; se puede usar la siguiente notación para el respectivo par de Fourier:

$$H(k) = FT^{-k.r} \{h(r)\} = \iiint h(r) e^{-ik.r} dr \tag{2. 96}$$

$$h(r) = FT^{+k.r} \{H(k)\} = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint H(k) e^{ik.r} dk \tag{2. 97}$$

$$h(r) \leftrightarrow H(k) \tag{2. 98}$$

donde  $k.r = k_x x + k_y y + k_z z$  y las integrales están sobre todos los valores del respectivo vector. Con  $r$  representando un vector posición,  $e^{ik.r}$  es la representación compleja para una onda plana armónica estática en tres dimensiones de número de onda  $k$  y con frentes de onda perpendicular a  $k$ . La ecuación 2. 97 entonces representa la posibilidad de expresar una cantidad  $h(r)$  variando de cualquier manera con la posición, como una suma integral de variaciones de una onda plana armónica, todas las longitudes de onda y direcciones comienzan a ser consideradas.

Al incluir la variable tiempo, las ecuaciones 2. 96 y 2. 97 pasan a ser transformadas en cuatro dimensiones y se pueden expresar:

$$H(k, \omega) = FT^{-k.r-\omega t} \{h(r, t)\} = \iiint \int h(r, t) e^{-i(k.r+\omega t)} dr dt \tag{2. 99}$$

$$h(r,t) = FT^{+k.r+\omega t} \{H(k,\omega)\} = \frac{1}{(2\pi)^4} \iiint H(k,\omega) e^{i(k.r+\omega t)} dk d\omega$$

2. 100

$$h(r,t) \leftrightarrow H(k,\omega)$$

2. 101

donde, como de ha expresado antes,  $\omega$  es la frecuencia angular.

Estas ecuaciones representan la posibilidad de expresar una función dependiente del tiempo de la posición  $h(r,t)$  como una suma de tiempos de viaje de ondas planas armónicas considerando todas las longitudes de onda, direcciones y frecuencias. Puesto que  $e^{\pm i(k.r+\omega t)}$  representa una onda viajando en la dirección de  $k$  negativa,  $e^{\pm i(k.r-\omega t)}$  lo hace para la dirección positiva, que son algunos casos para usar una convención para los escoger los signos del exponente.

### 2.10 Función Impulso

La función impulso unitario  $\delta(t)$ , también conocida como función delta, se puede definir de varias maneras. Generalmente se expresa mediante la relación,

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq 0, \\ \infty & \text{si } t = 0 \end{cases}$$

2. 102

y

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t) dt = 1, \quad \varepsilon > 0.$$

2. 103

La ecuación 2. 102 indica que  $\delta(t)$  es cero excepto en  $t = 0$ , donde se hace infinita de tal manera que se cumple 2. 103 La función delta se puede definir en términos de las propiedades de sus integrales.

Si se supone que la función  $\phi(t)$  es una función continua, que se anula fuera de algún intervalo finito, entonces la función  $d$  se define como una función simbólica por la relación,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \phi(t) dt = \phi(0)$$

2. 104

La expresión 2. 104 no tiene significado común de una integral definida, sino que la integral, así como la función  $\delta(t)$ , están definidas por el número  $\phi(0)$  asignado a la función  $\phi(t)$ .

Con esta interpretación, resulta que  $\delta(t)$  se puede tratar como si fuera una función ordinaria, excepto que nunca se hablará del valor de  $\delta(t)$ , pero si de los valores de las integrales en que aparece  $\delta(t)$ .

Generalizando la función impulso es posible escribirla como una función desplazada, es decir, que el impulso ocurra para  $t = 0$ , por lo que 2. 102 y 2. 103 se pueden escribir como:

$$\delta(t - t_o) = \begin{cases} 0 & \text{si } t \neq t_o, \\ \infty & \text{si } t = t_o \end{cases}$$

2. 105

y

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_o) \phi(t) dt = \phi(t_o)$$

2. 106

La integración en las ecuaciones 2. 106 y 2. 103 están sobre una región finita o infinita de  $t$  que encierra la posición del impulso. La ecuación 2. 106 se cumple tanto para desplazamientos de la función delta, como para desplazamientos de la función prueba ( $\phi(t)$ ), que se puede expresar como:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_o) \phi(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \phi(t - t_o) dt = \phi(t_o)$$

2. 107

que se puede demostrar fácilmente mediante un cambio de variable  $\tau = t - t_o$ .

La función impulso  $\delta(r)$  es obviamente una extensión de la forma unidimensional, que hasta ahora se ha estudiado, a  $n$  dimensiones dadas por el vector  $r$ . La función impulso multidimensional cumple con las mismas definiciones antes mencionadas, es decir

$$\delta(r - r_o) = \begin{cases} 0 & \text{si } r \neq r_o, \\ +\infty & \text{si } r = r_o \end{cases}$$

2. 108

y

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(r - r_o) \phi(r) dr = \phi(r_o)$$

2. 109

Sin embargo, más formas de la función impulso son posibles sin tener analogías con la forma unidimensional. Si se considera una función que es nula en todo su dominio excepto en una línea, un plano o cualquier superficie definida; debe ser considerada como una función impulso y su correcto debe ser establecido por considerarla como un caso particular de una función ordinaria.

### 2.10.1 Transformada de Fourier de la función impulso

La transformada de fourier de la función impulso se puede calcular mediante la ecuación 2.5j, (ver apéndice 2.5), ya que se considera a esta como una función ordinaria y esta dada por

$$FT^{-}\{\delta(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) e^{-i\omega t} dt$$

2. 110

Al aplicar la propiedad 2. 106 se llega a la definición

$$FT^{-}\{\delta(t)\} = e^{-i\omega t} \Big|_{t=0} = 1$$

2. 111

de donde la transformada de la función impulso es la unidad. Es evidente que la función impulso tiene una densidad espectral uniforme en todo el intervalo de frecuencias.

La transformada inversa de Fourier se calcula mediante la ecuación 2.5h (ver apéndice 2.5) y se obtiene

$$\delta(t) = FT^+ \{1\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} d\omega,$$

2. 112

se debe observar que la integración ordinaria de  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} d\omega$  no tiene significado en este caso; en vez de ello, se debe interpretar la transformada inversa como una función generalizada, es decir que dicha integración converge hacia  $\delta(t)$  en el sentido de una función generalizada.

Cumpliendo con la propiedad de desplazamiento de la función impulso se puede escribir su transformada de Fourier como

$$FT^- \{\delta(t-t_o)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_o) e^{-i\omega t} dt = 1 e^{-i\omega t_o},$$

2. 113

lo interesante de este resultado es que el espectro de amplitud para la función delta ( $|FT^- \{\delta(t)\}|$ ), es independiente al desplazamiento que esta tenga, manteniéndose constante e igual a la unidad para todas las frecuencias (ver figura 2.17).

### 2.11 Método de interpolación Spline cúbico

En el procesamiento de datos sísmicos la interpolación cobra mucha importancia ya que son muy usados datos discretos y estos no son obtenidos en los intervalos uniformes necesarios para posteriores cálculos. El remuestreo, la corrección por NMO (ver sección 2.3) y el análisis de velocidad son algunos de los pasos que utilizan la interpolación como herramienta. El spline cúbico es un método de interpolación muy usado debido al ajuste suave sobre los puntos considerados.

El objetivo en spline cúbico es derivar un polinomio de tercer orden en cada intervalo entre un par de puntos considerados, esto es

$$f_i(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i,$$

2. 114

así, para  $n + 1$  puntos de los datos ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ), se tienen  $n$  intervalos,  $n - 1$  nodos o puntos comunes a dos intervalos (ver Figura 2.18) y por ende  $4n$  constantes desconocidas a

calcular, lo que requiere de  $4n$  condiciones para hacerlo, recordando que un sistema de  $4n$  incógnitas requiere de  $4n$  ecuaciones linealmente independientes para calcularlas. Estas condiciones son:

1. Los valores de la función deben ser iguales al número de intervalos ( $2n-2$  condiciones)
2. Los polinomios consecutivos en un nodo (2 condiciones)
3. Las primeras derivadas en un nodo son iguales ( $n-1$  condiciones)
4. Las segundas derivadas en un consecutivos son iguales ( $n-1$  condiciones)
5. Las segundas derivadas en los puntos extremos son cero (2 condiciones)

La condición 5 sugiere que en los puntos extremos la curva ajustada es una línea recta. Esta especificación hace que el método sea llamado spline cúbico natural. Si los valores de la segunda derivada no son ceros, es decir, que el ajuste tiene alguna curvatura, se debe especificar su valor para así no alterar el balance entre condiciones e incógnitas.

La suma de todas las condiciones mencionadas anteriormente es  $4n$ , lo necesario para establecer un sistema de ecuaciones de  $4n$  incógnitas con  $4n$  ecuaciones.

La derivación del spline cúbico esta basada en que en cada par de intervalos están conectados por un polinomio cúbico y la segunda derivada dentro de cada intervalo es una línea recta. La segunda derivada de la ecuación 2. 114 puede ser representada por un polinomio de interpolación de Lagrange de primer orden:

$$f_i''(x) = f_i''(x_{i-1}) \frac{x - x_i}{x_{i-1} - x_i} + f_i''(x_i) \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}},$$

2. 115

donde  $f_i''(x)$  es el valor de la segunda derivada en cualquier punto  $x$  dentro del  $i$ -ésimo intervalo. En consecuencia, esta ecuación es una línea recta que contiene la segunda derivada en los extremos de un intervalo.

La ecuación 2. 115 puede ser integrada dos veces para obtener una expresión para  $f_i(x)$ . Sin embargo, esta expresión contendrá dos constantes de integración desconocidas. Estas constantes pueden ser evaluadas ya que  $f(x)$  debe ser igual a  $f(x_{i-1})$  en  $x_{i-1}$  e igual a  $f(x_i)$  en  $x_i$ . Realizando estas evaluaciones la ecuación cúbica resulta:

$$f_i(x) = \frac{f_i''(x_{i-1})}{6(x_i - x_{i-1})}(x_i - x)^3 + \frac{f_i''(x_i)}{6(x_i - x_{i-1})}(x - x_{i-1})^3$$

$$+ \left[ \frac{f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} - \frac{f''(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})}{6} \right] (x_i - x)$$

$$+ \left[ \frac{f(x_i)}{x_i - x_{i-1}} - \frac{f''(x_i)(x_i - x_{i-1})}{6} \right] (x - x_{i-1}).$$

2. 116

Esta expresión es más complicada que la expresión 2. 115, sin embargo, contiene solo dos coeficientes desconocidos, la segunda derivada en los extremos de los intervalos,  $f''(x_{i-1})$  y  $f''(x_i)$ . Entonces, si se puede determinar la segunda derivada correcta para cada intervalo la ecuación 2. es el polinomio cúbico que interpola cada intervalo.

Las segundas derivadas pueden ser evaluadas al aplicar la condición de que la primera derivada debe ser continua entre dos intervalos:

$$f_{i-1}'(x_i) = f_i'(x_i)$$

2. 117

La ecuación 2. 116 puede ser diferenciada para dar una expresión para la primera derivada. En esta se hace para el  $(i-1)$ -ésimo y  $i$ -ésimo intervalo y se igualan según la ecuación 2. 117 resulta la siguiente relación:

$$(x_i - x_{i-1})f''(x_{i-1}) + 2(x_{i+1} - x_{i-1})f''(x_i) + (x_{i+1} - x_i)f''(x_{i+1})$$

$$= \frac{6}{x_{i+1} - x_i} [f(x_{i+1}) - f(x_i)] + \frac{6}{x_i - x_{i-1}} [f(x_{i-1}) - f(x_i)]$$

2. 118

Si la ecuación 2. 118 es escrita para todos los nudos entre intervalos, resultan  $n-1$  ecuaciones con  $n+1$  segundas derivadas desconocidas. Sin embargo, esto es un spline cúbico natural y como se dijo anteriormente en los nodos de los extremos las segundas derivadas son ceros y el problema se reduce a  $n-1$  segundas derivadas desconocidas. Adicionalmente, se puede observar que el sistema de ecuaciones será tridiagonal. De esta manera, no solo se reduce el número de ecuaciones sino que se puede expresar de una forma que es muy fácil de resolver.

## ***CAPÍTULO 3***

### ***IMPLEMENTACIÓN DE NMO Y DMO***

En esta sección, se detallará la implementación de la corrección por NMO y DMO, correspondientes al procesamiento convencional de datos sísmicos, explicando la metodología y el uso de los códigos realizados para tal fin.

La implementación de la corrección por NMO se realiza aplicando la ecuación 2.6 sobre dos tipos de secciones: Sección de distancia f-r común y sección de CMP común. De la misma manera, la corrección por DMO se realiza aplicando la ecuación 2.23 discutida en el capítulo 2.

Finalmente, se muestra el funcionamiento de las correcciones implementadas, generando la respuesta impulso para medios de velocidad constante.

#### **3.1 NMO para secciones de CMP común**

Las secciones de CMP común poseen cierto número de trazas con distinta distancia f-rs cada una. Así mismo, estas secciones poseen un determinado número de muestras por traza, donde cada muestra representa un valor de amplitud. Para aplicar la corrección por NMO sobre este tipo de secciones, se “traza” la hipérbola sobre el sismograma. Dicha hipérbola es calculada con la siguiente ecuación,

$$t = \sqrt{t_n^2 + \frac{4h^2}{v^2}},$$

3. 1

determinando el tiempo de reflexión ida y vuelta, ( $t$ ), para cada distancia f-r dada, usando una velocidad ( $v$ ). El tiempo  $t_n$ , es el tiempo ida y vuelta para la trayectoria correspondiente a una distancia f-r nula, el cual es desconocido, y representa el objetivo de la corrección por NMO. Normalmente, la primera traza de este tipo de secciones no es de distancia f-r nula. Sin embargo, para realizar la corrección por NMO,  $t_n$  será el tiempo de cada muestra, donde primera muestra corresponde a  $t_n = 0$ , así

$$t_{n_i} = (i-1)dt, \text{ para } i=1,2,3,\dots,m,$$

3. 2

donde  $m$  es el número de muestras por traza en el sismograma, y  $dt$  el intervalo de muestreo. La ecuación 3. 2 denota que se trazarán tantas hipérbolas como muestras por trazas existan.

La hipérbola, representa el tiempo ida y vuelta de reflexión en función de la distancia f-r (ver Figura 3.1a), donde la velocidad es un parámetro. Para cada hipérbola trazada, se calcula un tiempo de reflexión por traza, y en el sismograma tiene un valor del campo de onda (ver Figura 3.1b). A su vez, el campo de onda está representado por una matriz  $C$ , de dimensiones  $m \times l$ , donde  $m$  representa las muestras por traza y  $l$  el número trazas para distintas distancias f-r. A cada tiempo de reflexión, para una traza en particular, le corresponde una muestra, y su relación se puede calcular por:

$$j = \left( \frac{t}{dt} \right) + 1,$$

3. 3

donde  $j$  representa el número de la muestra.

En estos términos, la corrección por NMO es un desplazamiento, o reubicación, de una muestra de la matriz campo de presiones. Una vez calculado el tiempo de reflexión según su hipérbola se calcula el tiempo para distancia f-r nula, según la ecuación 2.6 (ver sección 2.3 del capítulo 2). A este tiempo, le corresponde un número de muestra para una matriz  $C'$ , (que representa al campo de presiones corregido). El mismo está definido por una expresión análoga a la ecuación 3.3

$$k = \left( \frac{t_n}{dt} \right) + 1.$$

3. 4

Finalmente, se copia el mismo valor del la matriz  $C$  en esta posición de la matriz  $C'$ , para la misma columna.

Veamos un ejemplo. En un sismograma dado, su décima columna corresponde a una traza para la distancia f-r de 500 m, el intervalo de muestreo es de 2 milisegundos y la velocidad del medio 2000 m/seg. Si consideramos la hipérbola para la muestra número 501, el tiempo de reflexión calculado según la ecuación 3.2 sería:

$$t = \sqrt{(1\text{seg})^2 + \frac{4(500\text{m})^2}{(2000\text{m}/\text{seg})^2}} = 1.118 \text{ seg},$$

donde  $t_n$  ha sido calculado según la ecuación 3.2. Usando la ecuación 3.3 a este tiempo corresponde el número de fila 560 en la matriz  $C$ . Entonces, la corrección por NMO para este tiempo y distancia f-r, se calcularía

$$t_n = \sqrt{(1.118\text{seg})^2 - \frac{4(500\text{m})^2}{(2000\text{m}/\text{seg})^2}} \approx 1 \text{ seg}.$$

De esta manera, a este tiempo le correspondería la muestra 501, en la traza número 10 del sismograma corregido en la matriz  $C'$ ; esto es

$$C_{560,10} = C'_{501,10}.$$

Como se mencionó anteriormente, la velocidad es un parámetro para los cálculos en esta corrección y para el CMP considerado está representada por un vector que tiene tantas muestras como las trazas del sismograma. Así mismo, cada hipérbola considerada se calcula con una velocidad que corresponde a la misma muestra, es decir, para la  $i$ -ésima hipérbola se calcula con la  $v = v_i$ .

La implementación de la corrección por NMO se limita a las muestras por trazas que se tienen, ya que al calcular los tiempos de reflexión según la hipérbola, (sobre cierta muestra), éstos son mayores que el tiempo correspondiente a la última muestra de la respectiva traza. Como el cálculo de los tiempos de reflexión se hace desde la distancia f-r menor hasta la distancia f-r mayor, éste debe detenerse cuando el número de la muestra considerada sea mayor al número de la última muestra que exista.

Por otro lado, dos hipérbolas consecutivas tienen una diferencia en tiempo igual al intervalo de muestreo en la traza de referencia. No obstante, pero a medida que éstas van interceptando a las trazas de mayores distancia f-r, la diferencia va aumentando. De allí que hay muestras que no son consideradas en la corrección, lo cual produce una deformación de las ondículas para distancias f-r grandes.

Otro posible efecto que genera la implementación de esta corrección, proviene del redondeo de la división en la ecuación 3.4. Allí se puede obtener el mismo número de muestra, por lo cual, dos muestras de una misma traza que han sido corregidas, no tendrán una diferencia en tiempo igual al intervalo de muestreo, esto ocasiona severos daños en la forma de las ondículas (como se aprecia en la Figura 3.2b), debido al valor nulo asignado a

la muestra respectiva en la matriz  $C'$ . Este problema se resuelve interpolando la traza antes de asignarla a la matriz corregida por NMO, usando el método spline cúbico (ver sección 2.9 del capítulo 2). Este procedimiento será discutido en la sección 3.3.

Para hacer la implementación de la corrección por NMO se realizó un código en el lenguaje Fortran, el cual se llama *NMOCMPDOM* ( ver apéndice 3.1). El mismo, es una subrutina y como tal necesita de un programa principal para organizar los datos de entrada. El diagrama que describe este código se puede apreciar en la Figura 3.3.

Los datos de entrada a *NMOCMPDOM* son la sección de CMP común y la velocidad, (en función del tiempo), para este punto. Adicionalmente, se debe ingresar el número de trazas, el número de muestras, la distancia f-r de cada traza y el ángulo de inclinación en grados para un reflector, (que para el caso de la corrección por NMO, es igual a cero). Otros parámetros que se le deben ingresar al código son las dimensiones de la matriz de entrada que contiene al sismograma de la sección.

El código contiene dos lazos principales, uno externo que controla las trazas que serán corregidas, y uno interno para el calcular el tiempo corregido por NMO y el valor de su respectiva muestra. Fuera de este lazo interno se realiza la interpolación de la traza, haciendo un llamado a la subrutina para tal actividad, la cual será detallada en la sección 3.3. Al salir del lazo externo se han completado todas las trazas que componen la sección corregida por NMO y pone fin a la subrutina *NMOCMPDOM*.

Cabe destacar que esta subrutina puede ser utilizada en un lazo de un programa principal, por lo que es necesario eliminar varios datos que se utilizan internamente, y pueden ir variando en distintas circunstancias.

En la Figura 3.4 se muestra un ejemplo de los resultados del código *NMOCMPDOM*, el cual fue aplicado sobre una sección de CMP común de una interfase plana, en un medio de velocidad constante igual a 2600 m/seg, y la distancia f-r máxima igual a 6000 metros.

### **3.2 NMO para secciones de distancia f-r común**

Para corregir las secciones de distancia f-r común por NMO es necesario conocer la velocidad del medio en tiempo-CMP y la distancia f-r. Se debe recordar que en estas secciones cada traza corresponde a un CMP. A diferencia de la corrección para secciones de CMP común, en estas secciones se corrigen todas las muestras de cada una de las trazas,

pero las demás operaciones son exactamente iguales a la corrección descrita en la sección 3.1.

El tiempo de cada muestra de la traza representa el tiempo de reflexión ida y vuelta usado en la ecuación 2.6, de la cual surge la siguiente restricción:

$$t^2 - \frac{4h^2}{v} \geq 0,$$

lo cual implica que las primeras muestras de las trazas no serán consideradas para la corrección.

El campo de velocidad de entrada debe ser una matriz de iguales dimensiones, con el mismo intervalo de muestreo en tiempo y la misma distancia entre trazas que la sección de distancia f-r común. Además, cada muestra será corregida con la velocidad que ocupe el mismo elemento en la respectiva matriz.

La operación es realizada para cada traza comenzando por la de menor CMP hasta la correspondiente al último CMP considerado en esta implementación. Además, se pueden copiar las columnas que representan las trazas corregidas en otra matriz o rescribirlas en la misma matriz.

Por otro lado, existen amplitudes, que pertenecen a muestras consecutivas de una misma traza, que una vez que se ha corregido el tiempo que les corresponde por NMO, son ubicadas en una muestra tal que produce deformaciones en la ondícula, por lo que cada traza debe ser interpolada mediante spline cúbico y su implementación es discutida en la sección 3.3.

La implementación de la corrección por NMO sobre una sección de distancia f-r común se realizó según el diagrama mostrado en la Figura 3.5 y fue programada en la subrutina *NMOOFDOM*, escrita en el lenguaje Fortran (ver apéndice 3.2). La diferencia con respecto a la implementación para secciones de CMP común es que como entrada se requiere el campo de velocidades para todos los CMP; además, que se consideran todas las muestras de cada traza para la corrección.

En el código *NMOOFDOM*, las trazas corregidas e interpoladas sustituyen a la traza original, ya que, generalmente, los datos de entrada son corregidos una sola vez por NMO a diferencia de una sección de CMP común que puede tener varias correcciones a distintas velocidades, tal y como se hace para el análisis de velocidades.

Ahora bien, los datos de entrada para la subrutina *NMOOFDOM* son similares a los de la subrutina *NMOCMPDOM*. La sección de distancia f-r común se ingresa a la subrutina especificando la distancia f-r, el número de trazas (CMP's) y el número de muestras; esta sección debe estar contenida en una matriz cuyas dimensiones deben ser también especificadas, ya que no necesariamente las trazas y muestras de interés coinciden con ellas. El campo de velocidades entra a la subrutina como una matriz de dimensiones iguales a las muestras en tiempo de la matriz que contiene la sección, pero cuyas dimensiones pueden ser mayores en lo que a trazas se refiere, (siempre y cuando los datos de interés de la sección de distancia f-r común y el campo de velocidades posean iguales posiciones). En la Figura 3.6 se muestra un ejemplo de una sección de distancia f-r común de 1000 m, corregida mediante el uso de *NMOOFDOM*, la misma corresponde a un reflector plano buzante, en un medio de velocidad constante igual a 2500 m/seg.

### 3.3 Spline cúbico para NMO

Las trazas que han sido corregidas por NMO, según su intervalo de muestreo, tendrán muestras que no provienen del sismograma de la sección respectiva antes de la corrección, sino, que están entre dos muestras, (consecutivamente corregidas), que tienen una diferencia en tiempo mayor al intervalo de muestreo. Esto hace que las trazas corregidas sean severamente deformadas como se muestra en la Figura 3.2.

Al realizar la corrección por NMO, y una vez realizadas las discriminaciones de las muestras que serán corregidas, se obtienen dos vectores, uno con la información de los tiempos ida y vuelta corregidos por NMO  $t_n$  y otro con el valor de las amplitudes del campo de presión correspondiente, ( $a$ ). Estos vectores tendrán un número de muestras  $m$  menor al de la traza original, y la diferencia de tiempos entre dos muestras varía directamente proporcional a la distancia f-r, e inversamente proporcional al tiempo de las muestras antes de ser corregidas.

Adicionalmente se construye un vector que registre los tiempos finales, es decir, los tiempos en que se interpola cada traza, el cual debe tener dimensiones iguales a la traza antes de ser corregida. Este vector se puede calcular mediante

$$t_l = (l - 1)dt, \text{ para } l=1,2,3,\dots,n,$$

donde  $l$  es el número de muestras y  $dt$  el intervalo de muestreo. Nótese que los valores de este vector presentan una diferencia uniforme igual al intervalo de muestreo. Los vectores provenientes de la corrección por NMO junto a su respectiva dimensión y el vector calculado según la ecuación 3.5 de dimensión  $n$ , son los datos necesarios para realizar la interpolación de cada traza del sismograma por spline cúbico, siendo el último vector común para todas las trazas.

La función discreta a interpolar es el campo de presiones en función del tiempo y cada par  $(t_n, a)$  es usado para calcular las segundas derivadas en la ecuación 2.116 (ver sección 2.11 del capítulo 2). Como para la interpolación se usó el spline cúbico natural, a las segundas derivadas del primer y último par se les asigna el valor cero y junto con el resto de las derivadas, (que se obtienen al resolver la matriz tridiagonal), se construye un vector  $d$  de segundas derivadas, el cual posee una muestra más que la función a interpolar.

Una vez conocidas todas las segundas derivadas en cada par tiempo-campo de presiones  $(t_n, a)$ , se evalúa cada elemento del vector  $t$  en la ecuación 2.114, utilizando los elementos de  $t_n$ ,  $a$  y  $d$  según el intervalo de tiempo en donde se encuentre cada elemento y así obtener el valor de campo de onda interpolado en un vector  $a_{int}$  de dimensiones iguales a  $t$ .

Cada traza es interpolada para los valores del vector  $t$  que sean menores que la primera muestra de  $t_n$ , o mayores a la última muestra del mismo, se asignará el valor cero en el elemento de  $a_{int}$  correspondiente.

Una vez obtenido el vector de campo de presiones interpolado, el mismo es sustituido o asignado, (dependiendo del dominio de la sección), en su respectiva traza. Esta operación se repite tantas veces como trazas se tengan para así, finalmente obtener el sismograma corregido por NMO.

La interpolación por spline cúbico que ocupa un paso en los diagramas de los códigos *NMOCMPDOM* y *NMOOFDOM* (Figuras 3.3 y 3.5 respectivamente), se realizó en lenguaje Fortran como un subrutina que es llamada desde los códigos antes mencionados y se puede apreciar en el apéndice 3.3, con el nombre de *SPLINECUBIC*. Esta subrutina tiene la variante de que realiza los cálculos de los polinomios cúbicos en cada intervalo, normalizando el eje del tiempo entre cero y uno para un par de muestras, lo cual permite simplificar el sistema tridiagonal al calcular las segundas derivadas. En este sentido, para resolver el sistema tridiagonal, *SPLINECUBIC* realiza una llamada a otra subrutina bajo el

nombre de *TRIDIAG*, que se encuentra especificada en el apéndice 3.4. Con esta subrutina, se obtiene el vector  $d$ , que contiene el valor de todas las segundas derivadas. Posteriormente, se realizan todas las evaluaciones del vector tiempo ( $t$ ), y la salida de la subrutina *SPLINECUBIC* es el vector campo de ondas interpolado.

En la Figura 3.2 se muestran las últimas trazas de la sección de CMP común corregidas por NMO usando *NMOCMPDOM*, sin la interpolación con *SPLINECUBIC* (Figura 3.2b) y con la interpolación con *SPLINECUBIC* (Figura 3.2c). Nótese que en la sección no interpolada, los picos que se acercan a amplitud cero son las muestras cuyos tiempos no fueron calculados por la corrección por NMO, sino que se les asignó el valor cero como se mencionó en las secciones pasadas.

### 3.4 Implementación de DMO por transformada de Fourier

La implementación de la corrección por DMO es realizada para secciones de distancia f-r común, tal y como se detalló en la sección 2.3 del capítulo 2. Ésta ecuación sugiere, en principio, una integración doble sobre cada el eje del tiempo y punto medio, respectivamente, una vez realizada la corrección por NMO de la sección de distancia f-r común.

Previamente, es necesario rescribir la ecuación 2.23 de la siguiente manera

$$p_o(k_y, \omega_o, h) = \int \left[ \frac{2A^2 - 1}{A^3} \right] e^{-i \left[ \frac{h^2 k_y^2}{t_n A \omega_o} + \omega_o \left( \frac{t_n}{A} \right) \right]} dt_n \int p_n(y_n, t_n, h) e^{ik_y y_n} dy_n, \quad 3.6$$

donde se puede notar que la integral más interna corresponde a la transformada de Fourier espacial unidimensional de la función  $p_n(y_n, t_n, h)$  sobre el punto medio ( $y_n$ ). Por consiguiente, la ecuación 3.6 se puede escribir como

$$p_o(k_y, \omega_o, h) = \int \left[ \frac{2A^2 - 1}{A^3} \right] p_n(k_y, t_n, h) e^{-i \left[ \frac{h^2 k_y^2}{t_n A \omega_o} + \omega_o \left( \frac{t_n}{A} \right) \right]} dt_n. \quad 3.7$$

Así, se hace más efectiva la implementación, ya que se sustituye una integración por el cálculo de una transformada de Fourier, que afortunadamente se pueden resolver por

algoritmos sumamente rápidos como la transformada rápida de Fourier (i.e. FFT, Fast Fourier Transform).

Ahora bien, para realizar la corrección de DMO, el primer paso consiste en calcular la transformada de Fourier sobre todos los CMP de la sección de distancia f-r común, lo cual se realiza extrayendo la  $i$ -ésima, ( $\forall i = 1, 2, \dots, n$ ), muestra de cada traza para construir el vector que será transformado por Fourier. Una vez realizadas todas las transformadas los vectores son posicionados en su respectivo lugar y así se construye la función  $p_n(k_y, t_n, h)$ . Previamente, al realizar las transformadas de Fourier, es necesario realizar un suavizado de los extremos del sismograma para evitar el efecto que se produce por los cambios bruscos en los valores de la función.

Posteriormente, se calcula la integral sobre el eje del tiempo, en el cual la frecuencia  $\omega_o$  y el número de onda  $k_y$  son parámetros. Cada término de la suma, usada para el cálculo de la ecuación 3.6, corresponderá a un valor distinto de  $t_n$ , y como cada muestra de una traza corresponde a un tiempo específico, el valor del campo de onda transformado por Fourier será determinado por la muestra en tiempo y por la muestra correspondiente al número de onda.

Por otro lado, el valor del número de onda será determinado por el número de trazas y la separación entre cada punto medio, según el ancho de banda limitadas por la frecuencia de Nyquist, tal y como se muestra en la sección 2.8 del capítulo 2. De esta manera, a los cálculos sobre cada traza le corresponderá un valor de número de onda. Así mismo, se hace para los valores de la frecuencia angular, con la diferencia que los cálculos se realizan sobre el número de muestras por traza. En consecuencia, cada muestra del sismograma de la sección corregida por DMO en el dominio de Fourier ( $p(k_y, \omega_o, h)$ ) es calculado por la suma de todas las muestras en tiempo en cada traza, los cuales se multiplican, por un factor de amplitud y por un factor de fase, para cada frecuencia y número de onda.

Finalmente, al sismograma en el dominio de Fourier se le calcula su respectiva transformada inversa en dos dimensiones, para obtener una imagen en espacio tiempo correspondiente a la sección corregida por DMO.

Por otra parte, para efectuar la corrección por DMO a través de transformada de Fourier, es necesario aumentar las dimensiones de la matriz a un valor que sea potencia de dos, (esto es, que sea igual a  $2^m$ ,  $\forall m=1, 2, 3, \dots$ ); ya que los algoritmos de FFT operan bajo estas

condiciones. En consecuencia, a la sección de distancia f-r común se le debe agregar tantas trazas y muestras como sea necesario hasta cubrir esta cifra, donde los valores de cada muestra deben ser nulos para no alterar la información de la sección a corregir.

Análogamente, como en las secciones anteriores, se realizó un código en lenguaje Fortran para realizar la corrección por DMO, estructurado según el diagrama que se muestra en la Figura 3.7. Éste código se conoce con el nombre de *DMOOFDOM*, y funciona como una subrutina que debe ser invocada desde un programa principal. *DMOOFDOM* se puede encontrar en el apéndice 3.5.

Los datos necesarios para efectuar la corrección por DMO con *DMOOFDOM* son:

1. El sismograma corregido por NMO en una matriz
2. Las dimensiones de la sección de distancia f-r común
3. Las dimensiones de la matriz que alberga la sección de distancia f-r común
4. El intervalo de muestreo
5. La distancia f-r
6. La distancia entre CMP's (entre trazas)
7. El número de trazas por cada extremo que serán suavizadas

Los datos anteriormente enumerados deben ser organizados en un programa principal el cual invoque a la subrutina *DMOOFDOM*.

Para llevar las dimensiones del sismograma de la sección de cero distancia f-r a potencia de dos, se copia la matriz de la sección en una que tenga las dimensiones en potencia de dos, la cual tiene únicamente, valores nulos. De esta manera, las trazas y las muestras por encima del valor de las dimensiones del sismograma serán rellenados con ceros.

Después del ingreso de los datos, la primera rutina que se efectúa es el suavizado de los extremos del sismograma mediante las subrutinas en lenguaje Fortran *HANNSIN* y *HANNCOS*, los cuales se pueden apreciar en los apéndices 3.6 y 3.7 respectivamente. Los efectos de ambas subrutinas sobre el sismograma, es suavizar las trazas de los extremos como se aprecia en la Figura 3.8.

El código *HANNSIS* suaviza las primeras trazas del sismograma, multiplicando todas sus muestras por un escalar comprendido entre cero y uno, según una función seno entre en el intervalo  $(0, \pi/2)$ , ajustando el número de trazas seleccionado al mismo intervalo, tal y como se muestra en la Figura 3.9. Nótese que las muestras de la última traza seleccionada

son multiplicadas por uno, y las de la primera por cero, con una correspondencia que viene dada por la siguiente expresión

$$esc_i = sen\left(\frac{1}{2}\left(\frac{i-1}{n_t-1}\right)\right), \quad \forall i = 1, 2, \dots, n_t,$$

donde  $esc_i$  es el escalar que multiplica a la  $i$ -ésima traza y  $n_t$  es el número de trazas seleccionadas para suavizar. Los datos de entrada a esta subrutina son:

1. La matriz que contiene al sismograma
2. Las dimensiones del sismograma
3. Las dimensiones de la matriz
4. El número de trazas que se desean suavizar

Análogamente, el código *HANNCOS* suaviza las últimas trazas del sismograma, pero, a diferencia del *HANNSIS*, la multiplicación se hace por un escalar que varía entre 0 y 1 según una función coseno, tal y como se muestra en la Figura 3.10 y según la siguiente expresión

$$esc_i = \frac{1}{2}\left(\cos\left(\pi\left(\frac{i-1}{n_t-1}\right)\right) + 1\right), \quad \forall i = 1, \dots, n_t,$$

donde  $n$  es el número de trazas del sismograma.

Es necesario destacar que el suavizado afecta sólo a las trazas del sismograma, no a los extremos de la matriz de entrada, lo que se puede ilustrar con la Figura 3.11, que muestra las dimensiones de la matriz, las del sismograma y de las trazas que son suavizadas.

Siguiendo con la descripción del diagrama para la corrección por DMO, el próximo paso es calcular la transformada de Fourier del sismograma sobre el eje del CMP. En general, las transformadas de Fourier, se realizan con una subrutina llamada *RT*, (perteneciente a PDVSA – Intevep), la cual es también codificada en lenguaje Fortran. Esta subrutina puede calcular la transformada de Fourier en cualquier dimensión, bien sea inversa o directa. Principalmente, los datos que requiere la subrutina *RT* son la matriz con los datos y las dimensiones de la misma, y cuando éstos son potencia de dos, *RT* utiliza algoritmos de FFT.

Para obtener el sismograma en función del tiempo, y el número de onda de los puntos medios, se extraen del sismograma éste todas las muestras de cada traza para un mismo tiempo, es decir, una fila de la matriz. Estos datos son albergados en un vector, el cual es la

entrada para la subrutina *RT*, para calcular la transformada unidimensional del mismo. La salida de la subrutina se copia en otra matriz, repitiéndose este proceso para cada muestra, o fila en este caso, y al final se obtiene una matriz que ha sido transformada por Fourier en una dimensión.

El principal paso del código es la integración sobre el tiempo, tal y como se indica en la ecuación 3.7. Estos cálculos se realizan mediante tres lazos, el más externo es para todos los números de ondas del CMP, en el cual éstos son calculados según los valores limitados Nyquist. De la misma forma funciona el siguiente lazo (el intermedio), pero en éste se calcula la frecuencia angular. En el lazo más interno se realiza la suma sobre todos los tiempos de las muestras por traza de la matriz, donde cada tiempo es calculado por la ecuación 3.2. Este lazo se repite para los distintos valores de  $K_y$  y  $\omega$ ; y cada repetición corresponde a un elemento de la matriz del sismograma corregido por DMO en el dominio de Fourier, así, la suma sobre el tiempo se realiza  $m \times n$  veces, donde  $n$  y  $m$  son el número de muestras por trazas y las trazas respectivamente.

Una vez que finaliza la ejecución de estos lazos, se obtiene una matriz que contiene el sismograma corregido en el dominio de Fourier ( $\omega-k_y$ ), por lo que el siguiente paso es calcular la transformada inversa de Fourier en dos dimensiones, usando la subrutina *RT* anteriormente descrita.

Finalmente, se describe la matriz de entrada con los valores reales de la matriz que resulta de la transformada inversa y, así, la imagen de la sección de distancia f-r común corregida por DMO a través de la transformada de Fourier. Adicionalmente, aún cuando la salida de la subrutina *DMOOFDOM* posee dimensiones que son potencia de dos, fuera de ella, en el programa principal, se debe separar de esta matriz la sección de interés que representa la imagen de una sección de distancia f-r cero. En la Figura 3.12 se muestra el sismograma corregido por DMO correspondiente al reflector plano corregido por NMO en la Figura 3.6. En la sección 3.5, se mostrará el funcionamiento de *DMOOFDOM*, aplicándolo sobre funciones impulsos.

### **3.5 Respuesta impulso del operador NMO + DMO**

En esta sección se describirá todo lo concerniente a la aplicación de *NMOOFDOM*, seguido de *DMOOFDOM*, sobre una sección de distancia f-r constante que representa un impulso.

En primer lugar, se describirá la construcción de la sección del impulso y posteriormente las respectivas correcciones sobre ellas.

### 3.5.1 Sección de distancia f-r común impulso

Como se muestra en la sección 2.10 del capítulo 2, la función impulso es nula en todo el dominio, salvo en un punto específico. Entonces, en una sección de distancia f-r común con estas condiciones, todas sus muestras son nulas, salvo la que corresponde a cierto tiempo en una traza específica que es representada por

$$p(y, t) = \delta(y - y_o)\delta(t - t_o),$$

3. 10

donde  $t_o$  representa el tiempo que corresponde al valor no nulo, y  $y_o$  correspondería a la posición de la traza.

De esta manera, si un impulso representa el tiempo de llegada de una reflexión, en un reflector elíptico cuyo medio es de velocidad constante, con la fuente y el receptor ubicados en sus focos, tal y como se muestra en la Figura 3.13, causaría un mismo tiempo de reflexión para todos los puntos del reflector, produciendo el impulso descrito por la ecuación 3.10. Además, un reflector elíptico es bueno para evaluar el comportamiento de la corrección NMO +DMO sobre todo el rango de buzamientos posibles, ya que cada reflexión considerada sobre cada punto correspondería a la que ocurre sobre un reflector tangente a la elipse en el mismo punto, como se puede ilustrar en la Figura 3.14, en la cual se muestran dos trayectorias distintas para un mismo disparo y se comparan con su correspondiente reflector buzante.

Seguidamente, esta función se debe convolucionar con una ondícula que represente un pulso emitido por la fuente y, así, la sección impulso adquiere la forma de un sismograma que servirá de entrada para las subrutinas *NMOOFDOM* y *DMOOFDOM*.

Para generar el sismograma de la sección que representa al impulso, se tomó una matriz de 61 columnas y 1468 filas, en la cual todos los elementos son nulos excepto en la columna 31 (la columna céntrica), donde a uno de los elementos le fue asignado el valor 1. Cada columna representa una traza, y cada elemento de ella una muestra en tiempo. El tiempo de reflexión es de 2 segundos, y se asumió un distancia f-r de 2000 metros, y una velocidad de propagación de 2500 m/seg, y así se pueden calcular las dimensiones del reflector mediante

las ecuaciones 3.8i y 3.8j, (descritas en el apéndice 3.8), los cuales son 2500 metros para el semieje mayor y 2291.28 metros para el semieje menor. Para distribuir las trazas entre la fuente y el receptor, la separación de las trazas debe ser de 33.33 metros, adicionalmente, se asignó un intervalo de muestreo de 2 milisegundos, y en consecuencia, el valor no nulo en la matriz se ubica en la muestra 1001 de la columna central.

Una vez construida la función impulso, ésta se convolucionó con una ondícula de Ricker de fase cero mostrada en la Figura 3.15, la cual tiene 64 muestras, con un intervalo de muestreo de 2 milisegundos y una amplitud máxima de 1. La convolución se realiza con toda la trazas, sin embargo, la única que no genera solamente valores nulos de la traza en la cual se encuentra el impulso y así, se obtiene el sismograma de 61 trazas y 1500 muestra por trazas mostrado en la Figura 3.16a, que servirá de entrada para las correcciones NMO + DMO.

### **3.5.2 Aplicación de NMO +DMO**

Una vez generado el sismograma del impulso, se organizó en una matriz de 64 columnas y 4096 filas, es decir, que las trazas se aumentaron a la potencia de dos inmediata (de 61 a 64) y, respecto a las muestras por traza, se aumentaron al doble de la potencia de dos inmediata, y de igual manera, se construyó la matriz correspondiente a la velocidad de 2500 m/seg, con las mismas dimensiones que la matriz del sismograma.

Posteriormente fue utilizado *NMOOFDOM*, en el cual se introdujeron como parámetros: la matriz del sismograma, la matriz de la velocidad, las respectivas dimensiones y la distancia f-r de 2000 metros; con lo cual se obtuvo el impulso corregido por NMO mostrado en la Figura 3.16b, que representa el tiempo  $t_o$  ida y vuelta mostrado en la Figura 3.13. En la sección del impulso corregido por NMO, se puede apreciar el desplazamiento en tiempo de la máxima amplitud de la ondícula, encontrándose en aproximadamente 1,8 segundos, cuando previamente lo hacía en 2 segundos, además se puede observar levemente el efecto de estiramiento de la ondícula.

Finalmente, el sismograma también fue corregido por DMO, mediante el uso del programa *DMOOFDOM*, en el cual los parámetros de entrada fueron: la matriz del sismograma, el intervalo de muestro, la separación entre trazas, las dimensiones de la matriz, el número de

trazas, el número de muestras por trazas y el número de trazas a suavizar; sin embargo, este último valor no iba a afectar a las operaciones, ya que las trazas en los extremos son nulas. Una vez realizadas las correcciones de NMO + DMO se obtuvo el sismograma mostrado en la Figura 3.17, el cual representa los tiempos  $\tau_o$  para el reflector elíptico de la Figura 3.13. Adicionalmente, la ecuación 2.24, correspondiente a la respuesta teórica del DMO, fue graficada sobre el sismograma, como se muestra en la Figura 3.13, en la cual se aprecia como se ajusta la respuesta obtenida a la teórica. Sin embargo, para grandes desplazamiento del punto medio ( $y_o$  en la Figura 3.13), no se obtuvo información alguna de los tiempos  $\tau_o$  de las reflexiones.

Finalmente, el sismograma del impulso corregido por NMO + DMO fue migrado en profundidad según la ecuación 2.31, correspondiente a la migración en frecuencia-número de onda de Gazdag (1984), asumiendo el campo de velocidades para 4900 metros de profundidad cada 10 metros, y con un valor constante de 2500 m/seg; la cual se realizó mediante la subrutina *DIRECTIONAL* codificada en lenguaje Fortran por Ortega y Vazquez (2000). La migración en profundidad de la sección distancia f-r nula del impulso, se ilustra en la Figura 3.18, en la cual se aprecia la reconstrucción del modelo elíptico en profundidad que sirvió de base para generar el impulso que fue corregido por los operadores NMO + DMO.

Sin embargo, para realizar la comparación entre la migración realizada y su respuesta teórica, la sección migrada fue reescalada en tiempo, para así quedar representado el tiempo vertical ida y vuelta, representado por  $t_m$ , cuya trayectoria se muestra en la Figura 3.13. En la misma figura, se graficó la respuesta teórica de la migración en tiempo, dada por la ecuación 3.9h del apéndice 3.9, observándose la veracidad de la reconstrucción del reflector elíptico que genera un impulso con los parámetros establecidos.

La respuesta de la migración escalada en tiempo y la respuesta impulso de NMO + DMO, se muestran en un mismo gráfico en la Figura 3.19, y se puede ilustrar que se reconstruyen las zonas del reflector correspondientes a la información de la sección de cero distancia f-r o de la elipse de DMO.

A pesar de lo sencillo de la geometría del reflector en el caso anterior, ésta ayudo a validar la implementación de los códigos *NMOOFDOM* y *DMOOFDOM*, para así poder usarlos en

modelos más complicados donde no es fácil tener control sobre los resultados que se deben obtener.

## ***CAPÍTULO 4***

### ***IMPLEMENTACIÓN DE MZO***

En esta sección, se detallará la implementación de la corrección por MZO, explicando la metodología y el uso de los códigos realizados para tal fin. Dicha implementación, se realiza aplicando la ecuación 2. 67 para secciones de distancia f-r común. De la misma manera, se realiza la implementación de la corrección por MZO split-step que incluye la velocidad variable, discutida en la sección 2.6.1 y dada por la ecuación 2. 73.

Finalmente, se muestra aplicación del operador MZO implementado, generando la respuesta impulso para un medio de velocidad constante.

#### **4.1 MZO para velocidad lateralmente constante**

Como se mencionó en la introducción de este capítulo, la implementación de MZO para velocidad lateralmente constante se hace realizando los cálculos expresados en la ecuación 2. 67. Nótese que el sismograma de entrada está expresado en coordenadas de frecuencia-número de onda, implicando que se realice previo a la corrección, la transformada de Fourier en dos dimensiones, para lo cual el sismograma debe estar suavizado en los extremos.

La ecuación de MZO se calcula para todos los números de onda y tiempos, así que éstos entran como parámetros en la doble integral sobre  $\omega$  y  $k_h$ , respectivamente. Los valores del número de onda  $k_y$  están limitados por la frecuencia de Nyquist y el tiempo se refiere al que corresponde a cada muestra de su respectiva traza dependiendo del intervalo de muestreo.

La integral más interna es sobre  $k_h$ , en la cual, además de  $k_y$  y el tiempo, se introduce como parámetro la frecuencia angular  $\omega$ , así, para cada valor de  $\omega$  corresponde una integración sobre  $k_h$ .

Cada integración sobre  $k_h$  se realiza mediante una suma de la exponencial para los distintos valores de  $k_h$  calculados en el rango de frecuencias de Nyquist. El resultado de esta integral es multiplicado por el campo de onda transformado por Fourier según  $\omega$  y  $k_y$ , operación que es realizada para todos los valores de  $\omega$ , que finalmente son sumados para así obtener el campo de ondas en coordenadas de tiempo y  $k_y$ .

Finalmente, se calcula la transformada inversa de Fourier en la dimensión de  $k_y$  para generar el campo de onda en coordenadas del tiempo y el punto medio que representa una sección de distancia f-r nula a través del operador MZO.

Esta operación se realiza para cada sección de distancia f-r común. Para obtener una sección apilada se deben generar el número de secciones de distancia f-r cero necesarias a partir de sus respectivas secciones de distancia f-r común, y luego sumarlas, muestra a muestra, con su respectiva normalización.

La implementación de la corrección MZO se realizó mediante el código llamado *MZOCONSVEL*, el cual es una subrutina realizada en lenguaje Fortran. El mismo puede apreciarse en el apéndice 4.1.

La estructura de *MZOCONSVEL* puede apreciarse en el diagrama mostrado en la Figura 4.1. Dicho código está diseñado de tal forma que se pueda realizar la corrección MZO para una ventana en tiempo de interés.

Los parámetros de entrada a la subrutina son:

1. La sección de distancia f-r común
2. La distancia f-r de la sección
3. El número las distintas distancias f-r aumentada a potencia de dos
4. Número de muestras por traza de la sección de distancia f-r común
5. Número de trazas de la sección de distancia f-r común
6. Potencia de dos superior del número de muestras por traza
7. Potencia de dos superior del número de trazas
8. Distancia entre trazas en las secciones de CMP común, es decir, la diferencia entre distancias f-r consecutivas
9. Distancia entre CMP's
10. Intervalo de muestreo
11. Campo de velocidades
12. Número de la primera muestra de la ventana en tiempo de interés
13. Número de la última muestra de la ventana en tiempo de interés
14. Número de trazas a suavizar del sismograma de la sección de distancia f-r común

Al sismograma de la sección de distancia f-r común, el cual posee determinado número de trazas y muestras por trazas, se le deben adicionar el número de trazas y muestras

necesarias para que las dimensiones del mismo sean potencia de dos, las cuales deben entrar como parámetros a *MZOCONSVEL*. Por otro lado, el campo de velocidades debe tener las mismas dimensiones de la sección de distancia f-r común de entrada y cada muestra debe corresponder a la muestra del sismograma que representa su misma posición. Como los cálculos son realizados sobre las dimensiones en potencia de dos el campo de velocidad debe ser completado con los valores de la última muestra de cada traza y la última traza debe ser repetida hasta completar las trazas en potencia de dos correspondiente al sismograma de entrada.

En la primera fase del programa se realiza el suavizado mediante *HANNSIN* y *HANNCOS* respectivamente, los cuales fueron explicado en la sección 3.4 del capítulo 3 y se muestran en los apéndices 3.5 y 3.6 respectivamente.

Una vez realizado el suavizado, realiza la transformada de Fourier en dos dimensiones para obtener el campo de onda en coordenadas  $\omega$ - $k_y$ , para lo cual se utiliza el programa *RT* mostrado en el apéndice 3.7.

Seguidamente, se calculan las diferencias entre números de onda, tanto para el eje del CMP como para el de distancia f-r, y las diferencia entre frecuencias que corresponden al intervalo de muestreo en tiempo. Estas diferencias controlan el rango de número de ondas o frecuencias que tendrán cada integral, calculados en el rango de Nyquist.

Principalmente, *MZOCONSVEL* consta de 4 lazos para realizar los cálculos correspondientes a la corrección. Ésta se lleva a cabo por cada traza, y a cada traza le corresponde un número de onda  $k_y$ , el cual es calculado tal y como se explica en la sección 2.8, así, cuando se calcula un nuevo valor para éste número de onda se ha obtenido una traza correspondiente al sismograma en coordenadas  $t$ - $k_y$ . En el siguiente lazo se calcula el tiempo de la muestra en la traza, el cual se encuentra entre la ventana escogida. Tanto el tiempo como  $k_y$ , serán los parámetros de entrada para las integrales del operador y cada cálculo realizado con un par  $k_y$ - $t$  corresponde a una muestra del sismograma corregido.

Una vez calculados el tiempo y el número de onda, el siguiente lazo corresponde a la integración sobre  $\omega$ , la cual se realiza mediante la suma de multiplicación cada muestra del sismograma en coordenadas  $\omega$ - $k_y$ , por el resultado de la integral más interna, la cual es sobre el número de onda de la distancia f-r  $k_h$ . Cada frecuencia  $\omega$  es calculada de la misma manera que para el anterior número de onda.

En el último lazo se realiza la integral sobre  $k_h$ , la cual consiste en evaluar la exponencial que contiene la raíz doble cuadrada para MZO para los distintos valores de  $k_h$ . La exponencial a integrar viene dada por

$$e^{-i\omega_o(\omega, k_y, k_h)t_o - ik_h h_o},$$

4.1

donde

$$\omega_o(\omega, k_y, k_h) = \frac{\omega}{2} \left[ \sqrt{\left(1 - \frac{vk_y}{2\omega}\right)^2 - \left(\frac{vk_h}{2\omega}\right)^2} + \sqrt{\left(1 + \frac{vk_y}{2\omega}\right)^2 - \left(\frac{vk_h}{2\omega}\right)^2} \right],$$

y en consecuencia, para  $\omega=0$  no estaría definida esta exponencial. Sin embargo, se en  $\omega_o$  sale  $\omega$  de las raíces se puede describir como

$$\omega_o(\omega, k_y, k_h) = \sqrt{\left(\frac{\omega}{2} - \frac{vk_y}{4}\right)^2 - \left(\frac{vk_h}{4}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{\omega}{2} + \frac{vk_y}{4}\right)^2 - \left(\frac{vk_h}{4}\right)^2}.$$

4.2

Así, los cálculos estarán definidos para  $\omega$  igual a cero. Adicionalmente, se puede notar que  $\omega_o$  es par respecto a  $\omega$ , y por ende lo es la fase de la exponencial, por lo que para cada par  $t-k_y$  se calcula la integral sobre  $k_h$  solo para los valores positivos de  $\omega$ , es decir desde cero hasta la frecuencia de Nyquist, ahorrando así un importante tiempo de cómputo. Aunque, también existe paridad respecto a  $k_y$  el campo de velocidades no necesariamente es simétrico, por lo que no se puede explotar esta propiedad en la implementación del operador MZO.

Una vez realizadas ambas integrales, el resultado se le asigna a su respectiva muestra en el sismograma  $t-k_y$  la cual es dividida por el número de muestras sumadas respecto a la frecuencia, es decir, por el número de muestras por traza en potencia de dos.

Finalmente, se realiza la transformada inversa de Fourier sobre el eje de  $k_y$ , para así obtener el sismograma corregido por MZO en coordenadas CMP-tiempo.

Aunque las dimensiones del sismograma generado son potencia de dos, la información de interés esta en el número de trazas del sismograma y en la ventana asignada, y esta separación debe hacerse fuera de la rutina *MZOCONSVEL*.

## 4.2 MZO para velocidad lateralmente variable

La implementación de MZO para velocidad lateralmente variable, es muy similar a la de velocidad constante, y la diferencia radica en la multiplicación del término de corrección split-step, dado por la ecuación 2. 64, y por las dimensiones del campo de velocidad. En consecuencia, en esta sección sólo se explicaran dichos puntos.

La implementación de la corrección MZO para velocidad lateralmente variable se realizó mediante el código llamado *MZOVARIVEL*, el cual es una subrutina realizada en lenguaje Fortran. El mismo puede apreciarse en el apéndice 4.2.

La estructura de *MZOVARIVEL* puede apreciarse en el diagrama mostrado en la Figura 2.2, y, al igual que *MZOCONSVEL*, está diseñado para una ventana en tiempo de interés.

La dimensión del campo de velocidades de entrada a *MZOVARIVEL* respecto al eje del CMP, debe ser mayor que la dimensión de la sección de distancia f-r común, ya que se le debe agregar la velocidad correspondiente a la ubicación de las fuentes o receptores para las trazas de los extremos de la sección. De esta manera, la información de la velocidad para los primeros CMP's no corresponde a las primeras trazas de la sección de distancia f-r común, de hecho, los CMP's que deben adjuntarse al campo correspondiente a la sección, son los que comprenden la posición del CMP de la primera traza menos la distancia f-r media y la posición del CMP de la última traza más la distancia f-r media. Este esquema puede apreciarse en la Figura 4.3, y se puede apreciar que el campo de velocidades tiene en exceso las trazas correspondientes a la distancia f-r, donde una mitad se encuentra antes de el primer CMP a corregir y la otra después del último.

Finalmente, se realiza la misma operación que para el campo de velocidad de entrada a *MZOCONSVEL*, para llevar el campo de velocidad a potencia de dos. Sin embargo, la velocidad sobre el CMP que se repite hasta la potencia de dos considerada es la correspondiente la última del campo ya ampliado, pero se contabiliza la potencia de dos desde el último CMP de la sección de distancia f-r común.

El único parámetro adicional que se debe considerar en *MZOVARIVEL* es la distancia f-r máxima, la cual debe ser al menos igual a la distancia f-r de la sección de distancia f-r común.

El término split-step es calculado mediante la ecuación 2. 64. Para la velocidad de referencia se utilizó la velocidad correspondiente la traza y a la respectiva muestra, por lo que el término utilizado se puede expresar como

$$e^{i\left(\frac{2}{v(y,t)} - \frac{1}{v(y-h,t)} - \frac{1}{v(y+h,t)}\right)\omega}$$

### 4.3

Esta expresión es calculada, dentro de la integración sobre  $\omega$ , así, ésta debe ser multiplicado por el campo de onda en coordenadas para cada  $\omega$  y por el resultado de la integral sobre  $k_h$ . La distancia f-r mínima requerida asegura que las velocidades dadas por  $v(y-h,t_0)$  y  $v(y+h,t_0)$  se puedan utilizar correctamente.

### 4.3 Respuesta impulso del operador MZO

La respuesta impulso del operador MZO, se calculó mediante la sección, de distancia f-r de 2000 metros, impulso mostrada en la Figura 3.16a, la cual es descrita en la sección 3.5.1 del capítulo anterior, por lo que todos los parámetros usados son los mismos. Dicho sismograma se introdujo como parámetro a *MZOCONSVEL* únicamente, ya que la velocidad de 2500 m/seg es constante, y para *MZOVARIVEL*, en este caso, los cálculos son iguales porque el término split-step es igual a uno.

Para demostrar el funcionamiento del código para MZO se realizó la corrección MZO para el impulso, el cual tiene 61 trazas y 1500 muestras por trazas, con diferentes dimensiones en potencia de dos para su entrada a *MZOCONSVEL*.

En primer lugar, el sismograma fue ampliado a 4096 muestras en tiempo (dos veces la potencia de dos superior más cercana) y 64 trazas (potencia de dos más cercana). El número de distancias f-r utilizado, fue de 64, con una diferencia distancias de 100 metros. Estas cifras son escogidas arbitrariamente, ya que un mismo reflector elíptico no puede ser representado en secciones a diferentes distancias f-r por un impulso. Este número controla los valores de  $k_h$  que intervienen en el cálculo de su integral. El sismograma corregido se puede apreciar en la Figura 4.4, el cual muestra los efectos del operador al repetir elipse esperada para un tiempo mayor.

Posteriormente, en la segunda prueba realizada, la ampliación en el número de muestras por traza se redujo a la mitad, es decir, a 2048, que corresponde a la potencia de dos superior a

1500, y se mantuvo el anterior número de trazas. Otro cambio que se le realizó en los parámetros de entrada se refiere al número de  $k_h$ , que en esta ocasión se elevó a 512. En la Figura 4.5 se muestra el sismograma corregido por MZO bajo estas condiciones, donde se reducen significativamente los artefactos del operador, evidenciado por la tendencia a colapsar de la elipse que se repite para un tiempo mayor a 1.8 segundos. Otro efecto que se puede observar en esta respuesta se debe al efecto de la transformada de Fourier, el cual aunque está presente en la Figura 4.4, es de amplitudes menos significativa.

Finalmente, se realizó la corrección por MZO del impulso con 4096 muestras por traza, 64 trazas y 512 para el número de  $k_h$ , manteniendo iguales los demás parámetros, implicando que el rango de frecuencias utilizado varía entre  $-785.01$  y  $785.4$  rad/seg, con diferencia de frecuencia de  $0.38$  rad/seg, el rango de número de onda para el eje del CMP varía entre  $-0.15677$  y  $0.157$  rad/m, con una diferencia de número de onda de  $0.0003$  rad/m y el rango de  $k_h$  varía entre  $-0.313$  y  $0.314$  rad/m con diferencia de  $0.00122$  rad/m. Así, sobre estos valores se realizó la corrección por MZO. Cabe destacar que los mayores valores positivos de cada rango es la frecuencia de Nyquist. En la Figura 4.6 se muestra la corrección por MZO del impulso con los anteriores parámetros descritos en la cual se puede apreciar que los artefactos del operador fueron totalmente removidos y el efecto de la transformada fue notablemente atenuado en comparación a la segunda prueba. En la Figura 4.7, se muestra la respuesta impulso del operador MZO, graficada en las mismas condiciones que la respuesta impulso de DMO, mostrada en la Figura 3.17.

La elipse representada en el último sismograma obtenido está bien ajustada a la curva teórica, que en este caso, como se trata de un campo de velocidad constante, es igual a la elipse de la ecuación 2.31 correspondiente a la respuesta teórica de DMO, como se aprecia en la Figura 4.8; mostrando así la similitud entre las subrutinas *DMOOFDOM* y *MZOCONSVEL*, ya que, en teoría, estas respuestas para campos de velocidad constantes son similares.

Por otro lado, en la Figura 4.9 se graficaron las trazas centrales de los impulsos corregidos por NMO+DMO y por MZO respectivamente, notándose la similitud en la forma de ellas. Sin embargo, la diferencia significativa es en la amplitud y en desfase entre ellas que se considera poco significativo para diferenciar las imágenes a las que pertenece cada una. Dichas diferencias pueden adjudicarse a que se está calculando cada uno de los operadores

numéricamente y estas se tratan de aproximaciones. Adicionalmente, para el operador MZO tiene parámetros adicionales, como por ejemplo  $k_h$ , el cual no se considera para NMO+DMO, lo cual es lógico ya que como se expuso en el capítulo 2 el operador MZO es un híbrido de la migración antes de apilamiento y funciona por la extrapolación del campo de onda a diferencia de el operador NMO+DMO el cual funciona mediante relaciones cinemáticas.

Como conclusiones importantes, respecto a la implementación del operador MZO, primero se puede asegurar que ésta se realizó de manera correcta, ratificado por los resultados obtenidos anteriormente con la respuesta impulso y segundo, se puede establecer la relación entre las dimensiones en potencia de dos de la matriz que debe albergar a la sección de distancia f-r común para que sea corregida, ya que tanto el número de muestras por traza como el número de  $k_h$  influyen sobre la calidad y la autenticidad de la imagen del sismograma corregido. Así, un mayor número de muestras ayuda a atenuar los efectos de la transformada de Fourier en mayor proporción que para minimizar los artefactos del operador MZO, y por el contrario, el mayor número de  $k_h$  remueve de manera importante los artefactos del operador. Se presume que de utilizar unas dimensiones mayores en estos parámetros la imagen puede seguir mejorando, sin embargo, el número de cálculos lo haría de igual manera, hasta que por más que se aumenten dichas dimensiones no mejore la imagen significativamente, por ello es necesario tener un equilibrio entre la calidad de la imagen y las dimensiones, lo cual repercute directamente sobre el tiempo de cómputo.

Adicionalmente, se realizó la migración en profundidad de la respuesta impulso de MZO, la cual es mostrada en la Figura 4.10, ésta fue reescalada en tiempo, y se graficó junto con la respuesta de MZO, así, ambas respuestas fueron comparadas con su respectiva respuesta teórica, tal como se muestra en la Figura 4.11. De esta manera, al igual que para la migración de la respuesta impulso de DMO, ambas respuestas presentan buen ajuste, respecto a las máximas amplitudes, con la curva teórica.

En el capítulo 5, serán utilizados *MZOCONSVAR* y *MZOVARIVEL* para generar secciones de cero distancia f-r para una adquisición sísmica 2D realizada sintéticamente para un modelo geológico correspondiente a la Ensenada de Barcelona. Por otro lado, se realizarán las mismas secciones mediante NMO+DMO utilizando *NMOCMPDOM*, *NMOOFDOM* y *DMOOFDOM*, para así establecer comparaciones.

#### 4.4 Errores en la velocidad del medio para el operador MZO

Para determinar el efecto del uso de velocidades incorrectas, cuando se generan secciones de distancia f-r nulas mediante el operador MZO, se realizaron pruebas de variación de velocidades sobre una sección de distancia f-r común con parámetros conocidos. El modelo en profundidad utilizado para realizar dicha sección se ilustra en la Figura 4.12, el cual es un reflector con 20° de buzamiento en un medio cuya velocidad es constante e igual a 2500 m/seg. A partir de este modelo se construyeron 8 secciones de distancia f-r común, entre 525 y 4025 metros, (incluyéndolas), con una diferencia de 500 metros entre secciones consecutivas. A su vez, en las secciones sísmicas, son considerados 50 CMP's, los cuales tienen una separación de 25 metros entre sí, donde al primer CMP se le asigna la distancia cero.

Cada sección de distancia f-r común fue corregida por MZO, a través de *MZOCONSVEL*. En primer lugar, se utilizó la velocidad del medio, (2500 m/seg), para realizar la corrección. Posteriormente, se utilizaron velocidades mas altas que la velocidad del medio que, específicamente, tienen un exceso de 25%, 15% y 5%, (3125, 2875 y 2625 respectivamente). De la misma manera, se realizaron las correcciones por MZO utilizando velocidades 25%, 15% y 5% más bajas, (1875, 2125 y 2375 respectivamente).

Entre las Figuras 4.13 y 4.19, se muestran las secciones de CMP común corregidas por MZO usando las velocidades antes mencionadas, incluyendo la velocidad correcta, (2500 m/seg). El CMP considerado es el número 41, ubicado a 1000 metros sobre el sismograma. Aquí, se puede apreciar la sub-corrección, para las velocidades más altas y sobre-corrección, para las velocidades más bajas. Sin embargo, se observa una buena alineación de las reflexiones para velocidades con un margen de error de  $\pm 5\%$ , pero, desafortunadamente, para distancias f-r mayores a 1500 metros, aproximadamente, las correcciones erróneas se hacen más pronunciadas.

Por otro lado, en las figuras correspondientes a las secciones de CMP común corregidas, se aprecia que la amplitud de las trazas disminuye a medida que aumenta la distancia f-r. Sin incluir el caso de las velocidades subestimadas en 15% y 25%, en las cuales no se aprecian las reflexiones para las distancias f-r mayores; lo que se debe a otros factores que serán detallados en esta sección.

Para mostrar el efecto de errores en la velocidad sobre las secciones de distancia f-r común, entre las Figuras 4.20 y 4.26, se graficaron las correcciones a distintas velocidades para la sección de distancia f-r igual a 1525 metros. A su vez, sobre estas secciones se graficaron los tiempos de la trayectoria de incidencia normal contra su respectiva posición en el eje de los CMP's, los cuales vienen dados por

$$x_o = \frac{2h^2 \sin(\phi)}{v \sqrt{t^2 - \left(\frac{2h \cos(\phi)}{v}\right)^2}},$$

4.4

y

$$\tau_o = \frac{t^2 - \left(\frac{2h}{v}\right)^2}{\sqrt{t^2 - \left(\frac{2h \cos(\phi)}{v}\right)^2}},$$

4.5

donde  $x_o$  representa el desplazamiento sobre el eje del los puntos medios que posee cada traza y  $\tau_o$  el tiempo para la incidencia normal desde dichos puntos. La deducción de estas ecuaciones son desarrolladas en el capítulo de introducción en la tesis de Popovici, (1995), y aquí, no son explícitamente deducidas.

En estas secciones se puede apreciar la sub-corrección y sobre-corrección del reflector buzante. De la misma manera, se puede apreciar como los errores en la velocidad afectan al buzamiento aparente de la sección, el cual se hace mayor para las velocidades más bajas.

En la Figura 4.27, se muestra un gráfico de  $\Delta t$ , que es la diferencia entre el tiempo corregido por MZO a distintas velocidades y el tiempo corregido a la velocidad del medio, contra  $\Delta v$ , que es la diferencia entre las distintas velocidades y la velocidad del medio; donde cada curva representan los cálculos para distintas distancias f-r, sobre el CMP 41, (ubicado a una distancia de 1000 metros). En ésta, se puede apreciar que para las velocidades más bajas, ( $\Delta v$  negativo), el error en la corrección del tiempo de reflexión es mayor que para las velocidades más altas, con una tendencia asintótica para las curvas de mayor distancia f-r. A su vez, se puede apreciar que mientras mayor es la distancia f-r, dichas asíntotas tienden a ubicarse en velocidades más altas, reflejado por un

desplazamiento a la derecha sobre el eje de  $\Delta v$ . Un comportamiento similar se puede apreciar en la gráfica mostrada en la Figura 4.28, la cual muestra el desplazamiento del CMP en metros, contra los contrastes de velocidad, respecto a la velocidad del medio. Aquí, para las velocidades más bajas existe un comportamiento asintótico para las distancias f-r mayores. Para velocidades que están por encima de la velocidad del medio, el error del desplazamiento del CMP es muy bajo en comparación al error que se obtiene al subestimar la velocidad, y éste se hace despreciable para distancias f-r menores.

Dichos análisis, reflejan la imagen obtenida a través del operador MZO, es más sensible a las subestimaciones de velocidad que a su sobreestimación y, esta última afecta en el sentido que, grandes errores pueden no reflejarse significativamente, en la imagen de la sección de distancia f-r nula.

El error en la estimación de velocidad para la corrección de MZO afecta a la calidad de la sección apilada correspondiente con la aparición de réplicas del mismo reflector, cuya suma no se realiza en fase. Entre las figuras 4.29 y 4.31, se ilustran las secciones apiladas hasta la distancia f-r 2025 metros. La Figura 4.29 corresponde a el apilado a la velocidad del medio y las figuras 4.30 y 4.31, corresponden a las secciones apiladas con errores de velocidad de 15%. Se puede apreciar en estas dos últimas, aparecen las réplicas del reflector por efectos de tal error, destruyendo la imagen de distancia f-r nula del reflector.

En otro orden de ideas, en la sección 4.3, se mostró el efecto de la apertura en número de muestras por trazas y en el número de  $k_h$ , para entonces, no se realizaron pruebas aumentando el número de trazas en un número mayor a la potencia de dos superior, sin embargo, se obtuvo la respuesta impulso correcta usando *MZOCONSVEL*. En el caso de un reflector buzante, la apertura de trazas afecta de manera más significativa a la imagen del sismograma corregido. Entre las Figuras 4.32 y 4.36, se muestran las correcciones por MZO de secciones de distancia f-r de 525, 1025, 2025, 3025 y 4025 respectivamente. En estas secciones, se puede apreciar que el desplazamiento, ( $x_o$ , en la ecuación 4.5), se hace mayor a medida que aumenta la distancia f-r de la sección. Cuando el desplazamiento es tan grande que sobrepasa a la distancia correspondiente a la apertura a potencia de dos establecida ocurren efectos como el que se aprecia en las secciones corregidas por MZO de 3025 y 4025 (Figuras 4.35 y 4.36, respectivamente), donde parte del reflector se reproduce en las primeras trazas del sismograma. Para evitar este efecto, se debe establecer una

apertura en potencia de dos en las trazas tal, que permita la traslación completa del reflector, lo que se puede determinar usando la ecuación 4.4, recordando que este desplazamiento puede ser negativo, en el caso de buzamiento negativo, (en sentido horario, según la convención para este trabajo). De esta manera se puede estimar cual es el desplazamiento máximo, y calcular el número de trazas que deben agregarse al sismograma de entrada al programa *MZOCOSVEL* o *MZOVARIVEL*.

De la misma manera, se puede destacar el efecto sobre la corrección por MZO, al combinar la insuficiente apertura en trazas y los errores en la velocidad. Entre las Figuras 4.37 y 4.42, se muestra la sección de distancia f-r de 3025 metros corregida por MZO usando las velocidades descritas en esta sección. Aquí, se puede apreciar que para las velocidades menores en 15% y 25%, afectan de manera la imagen del sismograma corregido en mayor grado que en el caso de las sobre estimaciones de velocidad.

## ***CAPÍTULO 5***

### ***APLICACIÓN DE MZO EN LA ENSENADA DE BARCELONA***

En los capítulos anteriores se mostró la aplicación del operador MZO sobre secciones sencillas y en impulsos, demostrando que su respuesta es similar que para velocidad constante. En este capítulo se detallará la aplicación del operador MZO en el procesamiento de los datos sísmicos sintéticos de un modelo de la Ensenada de Barcelona, que a pesar de que no se trata datos reales, poseen ciertas estructuras que ayudan a estudiar la respuesta del código para MZO. Cabe destacar que para esta tesis se escogieron los datos correspondientes a un parte del modelo total para realizar su procesamiento.

#### **5.1 Datos sísmicos sintéticos de la Ensenada de Barcelona**

Los datos sísmicos utilizados para el procesamiento mediante el operador MZO, corresponden al Modelado Sísmico 2D por Diferencias Finitas para la Ensenada de Barcelona, realizado por la Pericia de adquisición y modelado sísmico de Pdvsa – Intevep, basado en el modelo geológico 2D de velocidad perteneciente a Pdvsa – Vipa, el cual se muestra en la Figura 5.1.

El modelo geológico tiene 68 kilómetros de longitud y 7680 metros de profundidad, adicionalmente, posee un rango de velocidades interválicas entre 2000 y 5000 m/seg en cuatro capas que se distinguen fácilmente en la Figura 5.1. Además, en los primeros diez kilómetros del perfil se pueden observar que la estructura geológica la conforman interfases horizontales, las cuales son interrumpidas por una falla principal que produce varios contactos laterales entre capas de distinta velocidad, luego de esta estructura se aprecian pequeñas fallas y buzamientos relativamente grandes en comparación a los de las interfases del modelo en los próximos 20 kilómetros, desde aquí, las estructuras se hacen irregulares y además, se encuentra una intrusión basáltica cuya velocidad interválica es de 5000 m/seg.

Cabe destacar que los datos sísmicos sintéticos de la Ensenada de Barcelona que se utilizaron en esta tesis, corresponden a la llegada de ondas P reflejadas únicamente, ya que, los registros de las reflexiones de ondas S, las refracciones y las ondas directas fueron disipados mediante filtros diseñados para tal fin.

### **5.1.1 Geometría, parámetros de adquisición y organización de los datos**

En la simulación para la adquisición sísmica sobre el modelo de la Ensenada de Barcelona, se utilizó una configuración de disparo “end – on”, en el cual la fuente se coloca al extremo del tendido de receptores. En este caso, y por tratarse de una simulación, tanto la fuente como los receptores se colocan a la misma profundidad e igual a cero, sobre el modelo geológico.

La geometría de grabación consiste en 301 receptores por disparo, a una separación de 20 metros, la distancia f-r mínima es nula, es decir, la posición de la fuente y el primer receptor coincide, tal como se aprecia en la Figura 5.2. Adicionalmente, el intervalo de muestreo es de 4 milisegundos y la longitud de registro es de 10 segundos, en consecuencia, por cada disparo se generan 301 trazas con 2500 muestras cada una.

El transecto, en su totalidad, posee 3097 disparos, con una separación de 20 metros. En el primer disparo, la fuente se ubica al inicio del modelo, es decir, en el kilómetro cero y el último receptor para este disparo se ubica exactamente, a 6000 metros. En el último disparo, la fuente se ubica a 61920 metros sobre el modelo, y su último receptor a 67920 metros.

Los puntos medios comunes o CMP se encuentran a lo largo del transecto separados cada 10 metros. El primer CMP se encuentra en el kilómetro cero, en la misma posición en la que se encuentran la fuente del primer disparo y su primer receptor, y el último CMP corresponde al disparo 3097 y al último receptor, en consecuencia, se ubicado a 64920 metros sobre el perfil. Sin embargo, los CMP's se enumeran sumando el número del disparo más el número del receptor al cual corresponde el CMP. En este caso, para el número de receptor se enumera cada posición que ocupa cada receptor, independientemente del disparo al que pertenezca. Así, el receptor número uno está ubicado en el kilómetro cero del transecto y el último receptor es el número 3397 y corresponde a la posición del último receptor en el último disparo, ubicado a 67920 metros del transecto. De esta manera, los CMP se enumeran desde 2, el cual corresponde al disparo número uno y al receptor número uno, hasta el 6494 correspondiente al CMP del disparo 3097 y al receptor 3397.

Considerando que cada grabación sólo cuenta con 300 receptores, al excluir el que esta a la distancia f-r nula, la cobertura máxima sería de 150 según la siguiente ecuación:

$$C_{\max} = \frac{\# \text{canales por disparo}}{2 \frac{\text{distancia entre disparos}}{\text{distancia entre receptores}}}$$

Ahora, al incluir el receptor de distancia f-r nula, la cobertura aumenta una unidad únicamente en los CMP cuya ubicación coincida con la ubicación de cada fuente. La cobertura máxima es alcanzada sobre el transecto en el rango que abarca desde 3000 metros hasta 61920 metros, tal y como se ilustra en el gráfico de cobertura en función de la ubicación de los CMP en la Figura 5.3.

Finalmente, los datos fueron organizados en formato SEG Y (ver apéndice 5.1), en el cual se almacenaron 932197 trazas del modelo sísmico. La información de interés en los encabezados de cada traza son:

1. El número de CMP
2. Distancia f-r
3. Número de disparo

### 5.1.2 Clasificación de los datos por CMP y distancia f-r

Con la finalidad de utilizar los programas *NMOCMPDOM*, *NMOOFDOM*, *DMOOFDOM*, *MZOCONSVEL* y *MZOVARIVEL* descritos en los capítulos anteriores, es necesario extraer, de los datos sísmicos sintéticos de la Ensenada de Barcelona, las secciones de CMP común y distancia f-r común de interés. En esta tesis se escogió la parte del modelo de velocidad comprendida entre 10000 metros y 30000 metros, es decir, entre los CMP's 1002 y 3002 (ver Figura 5.4), para demostrar la manera de cómo funciona el operador MZO en datos provenientes de medios estructuralmente complejos y de velocidad variable. Se puede apreciar en la Figura 5.3, que la sección a utilizar está comprendida entre la zona de cobertura máxima.

La razón de utilizar sólo la parte antes descrita del transecto es que presenta tres características importantes para ser tratadas en este procesamiento, como lo son:

1. Interfases horizontales (entre 10 y 15 kilómetros)
2. Zona fallada, que provoca el contacto entre capas de distinta velocidad (entre 15 y 25 kilómetros)
3. Interfases inclinadas (entre 25 y 30 kilómetros)

Adicionalmente, se puede notar que la información de los reflectores se encuentra en los disparos de fuente común, a menos de 5 segundos, por lo que éste será la longitud de registro que se tomará en cuenta para futuros procesos.

La organización de los datos se realizó mediante el código escrito en lenguaje Fortran llamado *COMSEC*, el cual se puede apreciar en el apéndice 5.1. Este código utiliza la información de los encabezados de las trazas en el formato SEG-Y, en el cual se organizaron los datos, para extraer las trazas de la sección de interés. De esta manera, se pueden generar los disparos de fuente común, las secciones de CMP común y las secciones de distancia f-r común, que serán utilizadas en distintas etapas del procesamiento mediante MZO.

## **5.2 Análisis de velocidades**

El análisis de velocidad para este estudio se realizó con la finalidad de obtener el campo de velocidad cuadrática media, requerido por los códigos realizados para la corrección MZO descrita en el capítulo 4. El campo de velocidad debe ser función del tiempo y de los CMP's, y por tanto, cada CMP debe tener la información de la velocidad en los mismos intervalos de tiempo en que se encuentran las trazas de los datos sísmicos correspondientes. El campo de velocidad cuadrática media se realizó entre los CMP's 3 y 40 kilómetros del transecto, y éste posee 17 kilómetros adicionales al que se procesará. Este campo se realizó a través del análisis de semblanza, y en esta sección se detallarán los pasos ejecutados para su construcción.

En primer lugar se seleccionaron los CMP's sobre los cuales se realizó el análisis de semblanza. Así, entre 3000 y el 13000 metros del transecto se realizó el análisis cada 2000 metros, entre 13500 y 30000 metros, se realizó el análisis cada 500 metros, y entre 31000 y 40000 metros se realizó cada 1000 metros. Esta selección se realizó de manera tal que cada CMP posea una cobertura de 151, y, en consecuencia, tenga todo el rango de distancias f-r de los datos de la Ensenada de Barcelona. En el apéndice 5.3 se ilustra una tabla especificando el número de los CMP's sobre los cuales se realizó el análisis y su respectiva ubicación.

Para cada uno de los CMP's seleccionados se construyeron las secciones de CMP común mediante *COMSEC*, y posteriormente se construyeron las semblanzas correspondientes a

cada sección mediante el código realizado en lenguaje Fortran llamado *VELAN*, el cual se puede apreciar en el apéndice 5.4.

El programa *VELAN* utiliza a la subrutina *NMOCMPDOM* (ver sección 3.2 del capítulo 3) para realizar la corrección por NMO con una velocidad constante, que pertenece al rango de velocidades en el cual se realiza el estudio. Luego de realizar la corrección de NMO, se apilan las trazas correspondientes a las distintas distancias f-r, y se toma el cuadrado de la amplitud resultante y así se obtiene una medida de energía en función del tiempo correspondiente a una velocidad constante. Este procedimiento se repite para todas las velocidades del rango establecido y se obtiene así, la semblanza para una sección CMP común.

Para los datos sísmicos de la Ensenada de Barcelona, las semblanzas de cada CMP se realizaron para un rango de 51 velocidades distintas, comprendidas entre 1000 y 6000 m/seg, con diferencia de 100 m/seg entre cada una. Además, el análisis se realizó para 5 segundos, en los cuales, como se mencionó anteriormente, se encuentra la información relevante.

En la corrección por NMO se aplicó un enmudecimiento lineal al las secciones corregidas, previo a su apilado para no incluir en las semblanzas el efecto de la distorsión de la ondícula. El enmudecimiento utilizado para esta corrección está comprendido entre la primera muestra, (0 segundos), de la traza número 5, (distancia f-r 1640 metros), de la sección de CMP común, y la muestra ubicada a 2.5 segundos de la última traza del sismograma, (6000 metros). Es menester recordar que con el enmudecimiento, todas las muestras del sismograma, que estén por encima de la línea que une a dichos puntos son anuladas.

Una vez que se generaron las semblanzas correspondientes a los CMP's seleccionados, se realizaron las curvas de velocidad en función del tiempo para cada uno de ellos, seleccionando los puntos de mayor amplitud sobre las semblanzas, con lo que se obtienen unos cuantos puntos de la curva velocidad tiempo para el CMP particular, por lo que es necesario interpolar la velocidad en para obtener cada muestra en tiempo con esta información. Cada punto de mayor energía en las semblanzas, corresponde a la velocidad que mejor alinea los eventos correspondientes a cada reflector, a un tiempo determinado. Así, cada CMP seleccionado le corresponderá una curva de velocidad-tiempo, y para

completar el campo para todo el rango de CMP's, entre 3000 y 40000, se realiza una interpolación lateral para cada nivel en tiempo.

El campo de velocidad cuadrática media, se realizó mediante el programa escrito en Matlab® llamado *PICMAN*, el cual se puede apreciar en el apéndice 5.5. Con *PICMAN*, se grafica cada semblanza correspondiente cada CMP, y en cada gráfico, el usuario marca con el puntero los puntos considerados como de mayor energía, y una vez seleccionados se realiza una interpolación mediante el interpolador cúbico, el cual tiene el mismo principio que el programa *SPLINECUBIC* (sección 3.3 del capítulo 3), pero éste pertenece a una librería de Matlab®, y así se obtiene la curva de velocidad-tiempo para la respectiva semblanza. Como existen semblanzas que son muy difusas, *PICMAN* tiene la opción de no realizar el picado de velocidades sobre las semblanzas que el usuario decida. Cada una de las curvas interpoladas son almacenadas, para luego realizar la interpolación lateral, que se realiza extrayendo las muestras de todas las curvas correspondientes al mismo tiempo y aplicando la interpolación cúbica. Entre las Figuras 5.5 y 5.9, se muestran las semblanzas para los CMP's ubicados sobre el transecto a 11, 16, 20, 24 y 28 kilómetros respectivamente, junto a la velocidad interpolada en función del tiempo.

En el análisis realizado para los datos de la Ensenada de Barcelona, como se mencionó anteriormente, se realizaron los análisis en intervalos de 500, 1000 y 2000 metros entre los CMP's, sin embargo, en la interpolación lateral se realizó cada 10 metros para obtener el campo de velocidades sobre todos los CMP's del intervalo considerado.

Finalmente, el campo de velocidad cuadrática media, obtenido a través de *PICMAN* se puede apreciar en la Figura 5.10, el cual contiene la información para 1250 muestras en tiempo correspondiente a los 5 segundos considerados para el procesamiento, y para 3701 CMP's, que comprende desde el CMP número 302 (3000 metros) y el CMP número 4002 (40000 metros). Entre las Figuras 5.11 y 5.15 se muestra la corrección por NMO, a través de *NMOCMPDOM*, de las secciones de CMP común correspondiente a los CMP's ubicados a 11, 16, 20, 24 y 28 kilómetros sobre el transecto. En los CMP's ubicados a 16 y 20 kilómetros, se puede apreciar como las variaciones laterales de velocidad producen reflexiones no hiperbólicas y, en consecuencia, con el fin de alinear los eventos para construir las semblanzas, las velocidades son invertidas, tal como se aprecia en la curva de velocidad mostrada en las Figuras 5.12 y 5.13.

En general, el campo de velocidades presenta un rango entre 1500 y 4200 m/seg, correspondiente a el menor y mayor tiempo respectivamente. La magnitud de la velocidad en el campo de velocidades aumenta proporcionalmente al tiempo, entre 3 y 10 kilómetros se mantiene la misma variación respecto al tiempo. Entre 23 y 40 kilómetros la velocidad cuadrática media aumenta de manera rápida a medida que se avanza en longitud sobre el transecto. Las mayores fluctuaciones del campo se pueden apreciar entre los kilómetros 10 y 23 del transecto, lo cual corresponde a la zona fallada en el modelo de velocidades (ver Figura 5.4). La irregularidad del campo en esta zona, (en comparación al resto del campo), se debe a las reflexiones no hiperbólicas para los CMP's ubicados en 16 y 20 kilómetros, mostradas en las Figuras 5.12a y 5.13a respectivamente. Sin embargo, en las Figuras 5.12b y 5.13b, se muestran dichos CMP's corregidos por NMO, (mediante *NMOCMPDOM*) y se aprecia que éstos son alineados de la mejor manera posible, indicando así, que se obtuvo un campo de velocidad cuadrática que permite un buen ajuste para las la transformación a distancia f-r nula.

Del campo de velocidad cuadrática media, mostrado en la Figura 5.10, se extraerán las velocidades para generar las secciones de distancia f-r nula y, en las próximas secciones, se mostrará cómo éste es manipulado, convenientemente, en cada proceso.

### **5.3 Transformación a distancia f-r nula**

Generar una sección apilada, en el procesamiento de datos sísmicos, garantiza obtener una imagen de incidencia normal, con la contribución de una gama de distancias f-r, con lo cual se resalta la señal y se atenúa el ruido. Además, la importancia de contar con diversas distancias f-r asegura que en la imagen contemple todos los eventos, ya que las distancias f-r pequeñas se iluminan de mejor manera los reflectores someros y, a su vez, las distancias f-r grandes hacen lo propio para los reflectores profundos. En consecuencia, para realizar el apilado, las secciones de distancia f-r común deben se transformadas en secciones de distancia f-r nulas, convencionalmente, realizados por NMO seguido de DMO y, para este trabajo, a través de MZO. En esta sección, se abordará todo lo concerniente a las transformaciones a distancia f-r nula, utilizando, en primer lugar, los programas *NMOCMPDOM* y *DMOOFDOM* y posteriormente, *MZOVARIVEL*.

Es importante destacar que para apilar varias secciones de distancia f-r de incidencia normal, es necesario que cada una de las trazas que se suman correspondan al mismo CMP. Así, para los datos de la Ensenada de Barcelona, las secciones de distancia f-r común se alternan respecto a los CMP's, es decir, que dos secciones de distancia f-r común consecutivas no corresponden a los mismos CMP's; de hecho, la sección de distancia f-r nula corresponde a los CMP's pares, al igual que las secciones que están a intervalos de 40 metros a partir de ésta, es decir, la de sección de 40 metros, la de 80, etcétera. Por otro lado, la sección de distancia f-r de 20 metros corresponde a los CMP's impares y, de igual manera, las que se incrementan en intervalos de 40 metros, es decir, la sección de 60 metros, la de 100 metros, etcétera. Es preciso acotar, que la sección de distancia f-r máxima, correspondiente a los CMP's pares, es de 6000 metros, y la que corresponde a los CMP's impares es de 5980 metros.

Con el fin de realizar una sección apilada para la parte del transecto seleccionada, se construyeron 15 secciones de distancia f-r común mediante *COMSEC*, donde la menor corresponde a la distancia f-r de 40 metros y la mayor a 5640 metros, con un intervalo en distancia f-r de 400 metros. Adicionalmente, se construyó la sección de 6000 metros de distancia f-r, la cual, como se mencionó anteriormente, representa la máxima distancia f-r. Entre las Figuras 5.16 y 5.19 se muestran las secciones de distancia f-r 440, 1240, 2440 y 3640 metros respectivamente, en las cuales se aprecian los reflectores mostrados en el modelo de velocidad, y, reproducirlos en una imagen sísmica es el objetivo de procesar los correspondientes datos.

Las secciones de distancia f-r seleccionadas corresponden a los CMP's pares, y la separación entre éstos es de 20 metros. Además, todas las secciones contemplan al intervalo seleccionado del transecto, entre 10 y 30 kilómetros.

La sección de distancia f-r nula exacta es construida, simplemente, seleccionando las trazas con la fuente y el receptor ubicados en el mismo punto, lo cual se realiza de la misma manera en la cual se realizaron las secciones de distancia f-r común. En la Figura 5.20 se muestra la sección de distancia f-r nula exacta, entre 10 y 30 kilómetros y 5 segundos, recordando, que para estas dimensiones se realizarán las transformaciones a distancia f-r nula de las secciones seleccionadas por NMO+DMO y MZO respectivamente. La sección de distancia f-r nula exacta representa el control de calidad, en cuanto a la imagen de los

reflectores, para las transformaciones de secciones de distancia f-r común a secciones distancia f-r nula de las secciones.

### **5.3.1 Transformación a distancia f-r nula mediante NMO seguido de DMO**

La corrección por NMO se realizó usando el programa *NMOCMPDOM*, (sección 3.1, apéndice 3.1), para lo cual, se construyeron las secciones de CMP común para los 1001 CMP's de las 16 secciones de distancia f-r común. Por ende, cada sección de CMP común consta de 16 trazas y 1250 muestras por trazas. La velocidad de entrada para *NMOCMPDOM*, fue extraída del campo de velocidad de la Figura 5.10, tomando únicamente el CMP correspondiente al que será corregido.

Posteriormente, se realizó la corrección por DMO, utilizando el programa *DMOOFDOM*, (sección 3.4, apéndice 3.5), para lo cual se generaron las 16 secciones de distancia f-r común a partir de las secciones de CMP común corregidas por NMO. La apertura de las trazas se realizó hasta 1024, (potencia de dos superior a 1001) y, en tiempo, la equivalente a 4096 muestras.

Entre las Figuras 5.21a y 5.24a se muestran las secciones de distancia f-r común corregidas por NMO, únicamente, y las mismas secciones corregidas por NMO+DMO, para distancias f-r de 440, 1240, 2440 y 3640 metros respectivamente.

En las secciones corregidas por NMO se puede apreciar que a medida que aumenta la distancia f-r de la sección, la distorsión de las ondículas daña la imagen de los reflectores más someros, así, para la sección de distancia f-r de 1240 m, (Figura 5.23a), no se obtiene una buena calidad para el reflector que se encuentra hasta 0.5 segundos; a su vez, para la sección de distancia f-r de 3640 metros, (Figura 5.24a), se pierde la calidad de la imagen hasta 1.5 segundos, aproximadamente. Este efecto, en el procesamiento convencional de datos sísmicos, es tratado mediante el enmudecimiento de los datos, previamente al apilado. Por otro lado, se puede apreciar que corrección por DMO presentan importantes diferencias, en las secciones de distancia f-r mayor (ver entre Figuras 5.21b y 5.24b). De esta manera, se puede apreciar la similitud entre las secciones corregidas por NMO y la secciones corregidas por NMO+DMO, para las distancias f-r de 440 y 1240. En las secciones de distancias f-r de 2440 y 3640 metros, tiene un efecto más relevante la corrección por DMO, que se puede apreciar con un ligero desplazamiento de las parte de

los reflectores que se encuentran más inclinada, adyacente a la zona fallada. En las imágenes de las secciones de distancia f-r nula obtenidas por DMO, son afectadas por la distorsión de la ondícula, sin embargo, se puede apreciar que estos eventos, los cuales contienen altas frecuencias, son removidos, mejorando así la imagen en este sentido.

### **5.3.2 Transformación a distancia f-r nula mediante MZO**

La transformación a distancia f-r nula por MZO, se realizó con el programa *MZOVARIVEL*, (sección 4.2, apéndice 4.2). Para estas secciones, la apertura de trazas utilizada fue de 1024, (potencia de dos superior a 1001) y, respecto a las muestras, se utilizó una apertura hasta 4096 muestras por trazas, (dos veces la potencia de dos superior a 1250).

Como se mencionó en la sección 4.3, el campo de velocidades de entrada para realizar la corrección por MZO split-step, debe poseer una apertura, en ambos extremos del campo de velocidad correspondiente a los CMP's de la sección de distancia f-r común, igual una distancia no menor a la distancia f-r de la sección que será corregida. Para ello, en *MZOVARIVEL* se introdujo como parámetro la distancia fuente receptor máxima, en este caso de 6000 metros, para poder realizar la corrección para cualquier sección de distancia f-r común correspondiente a la Ensenada de Barcelona. En consecuencia, el campo de velocidad utilizado posee una apertura en distancia f-r media de 3000 metros, correspondiente a la mayor distancia f-r de las secciones a corregir. En la Figura 5.25 se muestra el campo de velocidad de entrada a *MZOVARIVEL*, detallando la parte correspondiente a los CMP a corregir, la apertura por la distancia fuente receptor y las partes correspondientes a las aperturas de trazas y muestras por trazas respectivamente.

Entre las Figuras 5.26 y 5.28, se muestran las secciones de distancias f-r iguales a 440, 1240, 3240, transformadas a secciones de distancia f-r nula mediante el operador MZO, las cuales, al compararlas con la sección de distancia f-r exacta, se puede notar que se definen los rasgos principales de la misma. A su vez, se puede ilustrar que para las secciones de mayor distancia f-r se produce cierto deterioro de los reflectores someros, lo que puede indicar un efecto para correcciones grandes de tiempo, que no parece ser la distorsión de la ondícula por efecto de la corrección por distancia f-r. Posiblemente, estos efectos, que afectan en mayor grado a la sección de mayor distancia f-r, correspondan a artefactos del operador de MZO, cuyo contraste de amplitud es similar respecto con la de los reflectores

en pequeño y resaltan en el sismograma corregido. Tal efecto, aunque no se aprecia en las secciones mostradas en el capítulo 4, está presente, pero su contraste de amplitudes no permite que éstos se muestren en la imagen.

Sin embargo, los posibles artefactos que presenta, principalmente la sección de distancia  $f-r$ , no se producen en fase para todas las secciones, por lo que se espera que para una sección apilada dichos artefactos sean destruidos y se resalten los verdaderos eventos.

Por otro lado, la sección de distancia  $f-r$  de 3240 metros, (Figura 5.28), presenta una diferencia importante respecto a la forma de los reflectores ubicados en el sismograma entre 2 y 4 segundos y entre los kilómetros 10 y 17 kilómetros. El cambio de buzamiento que se aprecia en el modelo de velocidades respectivo, se presenta con una tendencia a ser curvo en la sección corregida por NMO+DMO, (Figura 5.24). Por el contrario, la imagen para esta estructura es marcada de mejor manera en la sección corregida por MZO.

Desafortunadamente, las secciones corregidas por MZO presentan una tendencia a disminuir la intensidad en los eventos más profundos, posiblemente por el efectos de los artefactos, siendo esta una desventaja del operador implementado, por lo cual debe continuar su estudio y desarrollo.

## ***BIBLIOGRAFÍA***

- ACHENBACH, J.D. (1980). "Wave Prpagation in Elastic Solids". North Holland.
- ANDRADE, Hector (2001). "Interpretación Sísmica Estructural 3D en la Cuenca de Barinas-Apure Estado Barinas". Tesis de grado. Universidad Central de Venezuela.167p.
- BATH, Markus (1968). "Matematical Aspects of Seismology". Elsevier Publishing Company. Amsterdam-Holanda. 415p.
- BUCK, R.C. (1956). "Advanced Calculus". Mac Graw – Hill, New York. 423p.
- CHAMPENEY, D.C (1973). "Fourier Transform and Their Physical Applications". Academic Press.256p
- CHAPRA, Steven y CANALE, Raymond (1998). " Numerical Methods For Engineers: With Programming and Software Applications". WGB/McGraw-Hill.
- CLAERBOUT, Jon (1985). "Imaging the Earth's Interior". Blackwel Scientifics Publications.
- GARLAND (1971). "Introduction To Geophisycs. Mantle, Core And Crust". W. D. Saunders Company. 420p.
- GAZDAG, Jenö y SGUAZZERO, Piero (1984). "Migration of Seismic Data". Proceedings of the IEEE vol 72 No. 10. p 1302 - 1317 .
- HALE, Dave (1984). "Dip Moveout By Fourier Transform". Geophysics. Vol. 49. N° 6. p741 – 757.
- HALE, Dave (1992). "Dip Moveout Processing". Curse Notes Series.

HATTON, L (1986). “ Seismic Data Processing, Theory and Practice”. Blackwel Scientifics Publications.

HWEI, Hsu (1987). “Análisis de Fourier”. Addison-Wesley Iberoamericana. 276p.

KOLMOGOROV Y FÓMIN (1972). “Elementos de la Teoría de Funciones y del Análisis Funcional, Editorial MIR, Moscu.

MANZONI, Salvador (2001).” Secuencia Básica de Procesamiento de Data Sísmica Para Obtener Datos Finales, Orientada a Estudiantes de Ingeniería Geofísica”. Tesis de Grado. Universidad Central de Venezuela. 241p.

PHINNEY, R.A. (1977). “Lectures on Theoretical Seismology and on Synthetics Seismograms”. Autum course on physics of the earth.

POPOVIC, Alexander (1995). “Migration To Zero – Offset In Variable Velocity Media”. Tesis Doctoral. Stanford University. 127p.

PRESS, William y TEUKOLSKY, Saul (1994). ”Numerical Recipes in Fortran. The Art of Scientific Computing”. Cambridge University Press. 966p.

SCHNEIDER, William (1984). “The Common Depth Point Stack”. Proceedings of the IEEE. Vol. 72 . N° 10. 1238 – p. 1238.

SENGBUSH, LAWRENCE y Mc DONAL (1961). “Interpretation Of Synthetic Seismograms. Geophysics. Vol. 26. p138.

SNEDDON, I.N. (1979), “The Use Of Integral Transforms”. TATA Mac Graw – Hill, New Delhi.

STOFFA, P.L. (1990). "Split – step Fourier Migration". Geophysics. Vol. 55. N° 4. p 410 – 421.

YILMAZ, Özdoğan (1987). "Seismic Data Processing". Society of Exploration Geophysicists. 526p.

YILMAZ, Özdoğan (2001). "Seismic Data Analysis and Interpretation". Society of Exploration Geophysicists.

## ***CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES***

En este trabajo, se ha diseñado un programa en lenguaje Fortran, para realizar transformaciones a distancia fuente-receptor nula, a través de la migración a distancia fuente-receptor nula, (MZO, migration to zero offset), del cual se puede concluir que:

1. Las secciones de distancia f-r común son transformadas a secciones de distancia f-r nula efectivamente. Para medios de velocidad constante, los resultados son similares a los que se obtienen a través de la corrección por efecto de la distancia fuente-receptor, seguido de la corrección por efecto del buzamiento. Adicionalmente, el diseño está elaborado de tal manera que permite la corrección para una ventana seleccionada.
2. Con el operador MZO, se evita una consecuencia negativa de la corrección de NMO, que es el aumento de el intervalo de muestreo debido a la diferencia en tiempo para las respectivas hipérbolas de reflexión, para las mayores distancias f-r. De esta manera se evita el proceso de interpolación.
3. Los errores de velocidad afectan tanto a las correcciones temporales de los sismogramas, como al buzamiento aparente de los reflectores representados, ya que la velocidad cuadrática media está involucrada en la fase del operador. Así, las velocidades subestimadas afectarían en mayor grado a la imagen de una sección apilada mediante correcciones por MZO, que con la sobreestimación de las velocidades. Sin embargo, según los resultados obtenidos con los modelos simples realizados, con una estimación de la velocidad cuadrática media con un error de 5%, se puede generar una imagen para distancias f-r, de cercanas a intermedias.
4. La dilatación temporal de la ondícula, (estiramiento o “stretching”), por efecto de la corrección temporal a causa de la distancia f-r, afecta menos a la transformación por MZO, que a la transformación por NMO+DMO. Sin embargo, para la Ensenada de Barcelona los artefactos del operador, MZO, producen un efecto destructivo en los reflectores afectados por las mayores correcciones temporales.
5. En el modelo de la Ensenada de Barcelona, el operador MZO migró, parcialmente, los eventos atribuidos a la falla principal y a la inversión del campo de velocidad, de mejor manera que la secuencia convencional, (NMO+DMO). Con dicho operador,

se logró resaltar las discontinuidades del reflector en las secciones de mayor distancia f-r, que se aprecian en la sección de distancia f-r nula exacta, y que en la sección corregida por NMO+DMO se realiza la corrección temporal pero se mantiene la curvatura de la sección de entrada.

6. Las secciones corregidas por MZO presentan una disminución de la relación señal-ruido para mayores profundidades, lo cual no se explica teóricamente, por lo que se puede considerar que este efecto puede ser producto de un incremento insuficiente en el número de muestras por traza del sismograma de entrada.
7. El operador MZO genera secciones de distancia f-r nula que mejora la corrección para buzamientos relativamente altos, en zonas que presentan cambios importantes de velocidad. En consecuencia, se puede decir que este operador no está fuertemente afectado por las reflexiones no hiperbólicas como lo están las de NMO+DMO, por lo que se debe mejorar la relación señal-ruido para que tenga una mayor efectividad.
8. El operador de MZO implementado, es sensible a las inversiones de velocidad en profundidad. Sin embargo, se obtiene una mejor imagen de la forma de los reflectores que con NMO+DMO, aunque, preferiblemente, esta imagen se debe generar a través de migración antes de apilamiento.
9. El incremento, en potencia de dos, del número de muestras por traza y de la cantidad de muestras, respecto al número de onda de la distancia f-r media, contribuye a mejorar la imagen de la sección de incidencia normal por MZO. De esta manera, el número de muestras por traza debe ser extendido al doble de la potencia de dos superior al número original. A su vez, utilizando 512 muestras del número de onda anteriormente mencionado, se reduce significativamente la amplitud relativa de los artefactos.
10. Como MZO es una migración parcial, en los datos de entrada se debe considerar la apertura de migración, y el número de trazas que deben añadirse debe ser proporcional al desplazamiento máximo de los reflectores a corregir.

Por otro lado, para el desarrollo en la implementación del operador de MZO, es importante tomar en cuenta las siguientes recomendaciones:

1. Incluir aproximaciones por fase estacionaria para optimizar el tiempo de computo del código para MZO.
2. Extender el código diseñado a tres dimensiones.
3. Incluir en la implementación, factores como la atenuación por divergencia esférica y por transmisión, ya que el operador de MZO es basado en la ecuación de onda, y ésta puede tomar en cuenta estos fenómenos de propagación. De esta manera, es posible que se pueda abordar el problema de la pérdida de energía de los reflectores más profundos después de corregidos.
4. Es posible mejorar la imagen de la sección de distancia f-r nula, utilizando el operador de MZO únicamente para las correcciones por efecto del buzamiento. Esto se puede realizar corrigiendo por NMO usando la velocidad del campo, (que varía en tiempo y en profundidad), seguido de una corrección inversa de NMO con un promedio de velocidad en profundidad; y por último, aplicar la corrección de MZO usando la velocidad del paso anterior (Popovici, 1995).
5. Por los resultados obtenidos para las secciones de velocidad constante, es posible desarrollar el análisis de velocidades a través de MZO, lo cual debe ir acompañado con el uso de procesadores de alta frecuencia, ya que los cálculos serían elevados.
6. Utilizar la corrección por MZO en datos reales, que hayan sido procesados de manera convencional, para así evaluar el funcionamiento del código implementado.



El tiempo de viaje de la reflexión desde la fuente F hasta el receptor R, se expresa como

$$t = \frac{FP + PR}{v}$$

De la misma manera, el tiempo de incidencia normal viene dado por

$$t_o = \frac{2YO}{v}$$

En la Figura 2.A, se puede observar que la distancia del segmento PR es igual a la del segmento PD, por lo que el tiempo de viaje de la reflexión se puede expresar como

$$t = \frac{FD}{v}$$

A su vez, la incidencia normal se puede expresar como

$$t_o = \frac{YE}{v}$$

ya que

$$2YO = YO + OE = YE$$

Adicionalmente, se puede notar la similitud entre los segmentos YE y FC, para finalmente poder escribir

$$t_o = \frac{FC}{v}$$

Ahora, se puede establecer el teorema de Pitágoras para el triángulo rectángulo FCD, donde

$$FD^2 = FC^2 + CD^2$$

Los segmentos CD y GR tienen la misma distancia, y estos por relación del coseno en el triángulo FGR se puede escribir

$$CD = GR = 2h \cos(\theta)$$

Finalmente, se divide la relación de Pitágoras por la velocidad al cuadrado y se obtiene

$$t_o^2 = t^2 - \frac{4h^2 \cos^2 \phi}{v^2}$$

## 2.2 Desplazamiento del punto de reflexión

En este apéndice se muestra la deducción de la ecuación 2. 15 correspondiente al desplazamiento del punto de reflexión por efecto del buzamiento.

Basándose en la misma figura del apéndice anterior, se puede notar que los triángulos  $FCD$  y  $MOP$  son equivalentes, y por tanto se cumple la relación entre la distancias de sus aristas de la siguiente manera:

$$\frac{OP}{MO} = \frac{CD}{FC}$$

Adicionalmente, se puede observar que  $FC = YE$ , lo que representa dos veces la trayectoria de la incidencia normal, pudiéndose escribir de la siguiente manera:

$$FC = YE = vt_o$$

Por otro lado, se puede notar que el segmento  $MO$  es igual al segmento  $FA$ , y por relaciones del seno del triángulo  $FAY$ , dicho segmento viene dado por la siguiente expresión

$$MO = h \text{sen}(\theta)$$

Igualmente, se cumple la igualdad entre el segmento  $CD$  y el segmento  $GR$ , por la relación del coseno en el triángulo  $FGR$ , se puede escribir la siguiente expresión

$$CD = 2h \cos(\theta)$$

Finalmente son sustituidas todas las expresiones anteriores, y como  $OP$  es igual al desplazamiento  $x$ , se obtiene la siguiente relación

$$x = \frac{2h^2 \cos \phi \text{sen} \phi}{vt_o}$$

## 2.3 Respuesta impulso teórica de DMO

Para obtener la respuesta del impulso teórico de DMO en velocidad constante se parte de la ecuación 2. 22, pero esta es rescrita de manera que desarrolle la transformada de Fourier que sobre  $yn$  que contiene y la expresión de  $A$  sea escrita de la siguiente forma:

$$A = \sqrt{1 + \frac{h^2 k_y^2}{\omega_o^2 t_n^2}}$$

para así la ecuación de DMO por transformada de Fourier se rescriba como

$$p_o(k_y, \omega_o, h) = \int \left[ \frac{2A^2 - 1}{A^3} \right] p_n(k_y, t_n, h) e^{-i\omega_o t_n A} dt_n$$

Para obtener una imagen del campo de onda corregido se debe tomar la transformada inversa de Fourier 2D a  $p_o$ , entonces se obtiene la expresión

$$p_o(k_y, \omega_o, h) = \iiint \left[ \frac{2A^2 - 1}{A^3} \right] p_n(k_y, t_n, h) e^{i(-k_y y_o + \omega_o \tau_o - \omega_o t_n A)} dk_y d\omega_o dt_n$$

Seguidamente, se extrae la fase de la exponencial,

$$\Phi = -k_y y_o + \omega_o \tau_o - \omega_o t_n A$$

para luego derivarla por un lado respecto a  $\omega_o$  y paralelamente, respecto a  $k_y$ , tal y como se muestra en las siguientes expresiones

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega_o} = \frac{\omega_o t_n^2}{\sqrt{\omega_o^2 t_n^2 + h^2 k_y^2}} + \tau_o$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial k_y} = \frac{k_y h^2}{\sqrt{\omega_o^2 t_n^2 + h^2 k_y^2}} - y_o$$

Ahora, como las mayores contribuciones de la integral se producen cuando la fase se hace constante (ver sección 2.7.1), ambas expresiones de la derivada se igualan a cero, obteniendo así

$$\frac{\omega_o t_n^2}{\sqrt{\omega_o^2 t_n^2 + h^2 k_y^2}} = -\tau_o$$

$$\frac{k_y h^2}{\sqrt{\omega_o^2 t_n^2 + h^2 k_y^2}} = y_o$$

finalmente, se suman término a término estas expresiones y se obtiene la elipse de DMO dada por

$$\frac{y_o^2}{h^2} + \frac{\tau_o^2}{t_n^2} = 1$$

## 2.4 Raíz doble cuadrada para MZO

En este apéndice se desarrollará la expresión de raíz cuadrada doble para MZO apartir de la relación

$$\omega = \omega_o \left[ 1 + \frac{v^2 k_h^2}{4\omega_o^2 - v^2 k_y^2} \right]^{1/2}$$

elevando al cuadrado ambos términos y simplificando la anterior expresión se puede escribir como

$$\omega_o^4 - (\omega^2 + v_y^2 - v_h^2)\omega_o^2 + \omega^2 v_y^2 = 0$$

donde

$$v_y = \frac{vk_y}{2}$$

y

$$v_h = \frac{vk_h}{2}$$

que se puede rescribir como

$$(\omega_o^2)^2 - (\omega^2 + v_y^2 - v_h^2)\omega_o^2 + \omega^2 v_y^2 = 0$$

para tomar la forma de una ecuación de segundo grado, cuya solución viene dada por

$$\omega_o^2 = \frac{(\omega^2 + v_y^2 - v_h^2) \pm \sqrt{(\omega^2 + v_y^2 - v_h^2)^2 - 4\omega^2 v_y^2}}{2}$$

Como el signo de  $\omega_o$  es igual a el signo de  $\omega$  y tomando la solución positiva, la anterior ecuación puede escribir como

$$\omega_o = \text{sing}(\omega) \frac{1}{2} \left[ \frac{(\omega^2 - 2\omega v_y + v_y^2 - v_h^2) + (\omega^2 + 2\omega v_y + v_y^2 - v_h^2) + 2\sqrt{(\omega^2 - 2\omega v_y + v_y^2 - v_h^2)(\omega^2 + 2\omega v_y + v_y^2 - v_h^2)}}{2} \right]^{1/2}$$

Adicionalmente, utilizando la igualdad

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \left[ (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \right]^{1/2} = \left[ a + b + 2\sqrt{a}\sqrt{b} \right]^{1/2}$$

fácilmente demostrable, la ecuación se reduce a

$$\omega_o = \text{sing}(\omega) \frac{1}{2} \left[ \sqrt{(\omega^2 - 2\omega v_y + v_y^2 - v_h^2)} + \sqrt{(\omega^2 + 2\omega v_y + v_y^2 - v_h^2)} \right]$$

y de manera más reducida debido al binomio cuadrado dentro de las raíces

$$\omega_o = \text{sing}(\omega) \frac{1}{2} \left[ \sqrt{(\omega - v_y)^2 - v_h^2} + \sqrt{(\omega + v_y)^2 - v_h^2} \right]$$

al extraer  $\omega$  de las raíces, ésta se puede expresar como un valor absoluto, obteniendo

$$\omega_o = \text{sing}(\omega) \frac{|\omega|}{2} \left[ \sqrt{\left(1 - \frac{vk_y}{2\omega}\right)^2 - \left(\frac{vk_h}{2\omega}\right)^2} + \sqrt{\left(1 + \frac{vk_y}{2\omega}\right)^2 - \left(\frac{vk_h}{2\omega}\right)^2} \right]$$

finalmente, se sustituye  $|\omega| \text{sing}(\omega)$  por  $\omega$  y se obtiene la expresión para la raíz cuadrada doble para la fase de MZO

$$\omega_o = \frac{\omega}{2} \left[ \sqrt{(1-Y)^2 - H^2} + \sqrt{(1+Y)^2 - H^2} \right]$$

## 2.5 Transformada de Fourier

Un fenómeno físico puede ser descrito tanto en el dominio del tiempo, con valores  $h(t)$  que es función del tiempo; como en el dominio de la frecuencia, donde el fenómeno es especificado por sus amplitudes  $H(f)$  para funciones de variable real  $f$ .

Las series de Fourier permiten que una función periódica sea representada como una suma infinita de armónicos simples con frecuencias definidas e iguales a múltiplos enteros de la fundamental. Por otro lado, la transformada de Fourier permite que tanto una función periódica como una función no periódica, sea expresada como una suma integral sobre un dominio continuo de frecuencias. Por ende, las series de Fourier son un caso particular de las transformadas de Fourier.

La función  $h(t)$  puede ser representada matemáticamente a través de varias formas integrales, entre las cuales tenemos: (Champeney, 1975)

$$h(t) = \int_0^{\infty} [A(\omega) \cos \omega t + B(\omega) \text{sen}(\omega t)] d\omega,$$

2.5a

$$h(t) = \int_0^{\infty} C(\omega) \cos(\omega t + \phi(\omega)) d\omega,$$

2.5b

$$h(t) = \int_0^{\infty} D(\omega) \text{sen}(\omega t + \theta(\omega)) d\omega, \tag{2.5c}$$

$$h(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) e^{+i\omega t} d\omega, \tag{2.5d}$$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{+i\omega t} d\omega, \tag{2.5e}$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f) e^{+i2\pi f t} df, \tag{2.5f}$$

La determinación de las funciones  $A, B, C, D, E, H$  y  $G$  es el principal problema del análisis de Fourier. Cada función  $E(\omega)$ ,  $H(\omega)$  y  $G(f)$  es conocida como la transformada inversa de Fourier de  $h(t)$ , por lo cual éstas no tienen una única forma de representación. En las ecuaciones 2.5a,f  $\omega$  representa la frecuencia angular en radianes por segundo y  $f$  la frecuencia lineal en ciclos por segundos, es decir Herzt, según la jerga ingenieril.

En ingeniería la forma de la transformada de Fourier más usada viene dada por la ecuación 2.5e y su relación con la ecuación 2.5f viene dada por,

$$\omega = 2\pi f,$$

y

$$d\omega = 2\pi df.$$

Por otro lado, la función  $H(\omega)$  puede ser encontrada mediante la integral

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt \tag{2.5g}$$

o transformada inversa de  $h(t)$ , cuya demostración se muestra en el apéndice 2.6, la condición para que exista  $H(\omega)$  es que la integral del valor absoluto de  $h(t)$  debe ser finita, esto es, que sea de clase  $L_1$ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt < \infty.$$

La nomenclatura más aceptada para definir la transformada de Fourier y su transformada es:

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{+i\omega t} d\omega = FT^+ \{H(\omega)\}; \text{ transformada inversa de Fourier} \quad 2.5h$$

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt = FT^- \{h(t)\}; \text{ transformada de Fourier Directa} \quad 2.5i$$

lo que se suele expresar, comúnmente mediante la correspondencia 1 a 1:

$$h(t) \leftrightarrow H(\omega) \quad 2.5j$$

donde el sentido hacia la derecha implica la transformada de Fourier y hacia la izquierda la transformada inversa de Fourier.

Esta definición carece de simetría ya que el factor,  $(1/2\pi)$ , aparece en la transformada inversa y no en la transformada directa de Fourier. Sin embargo, en aplicaciones prácticas dos funciones que forman un par de Fourier, corresponden a cantidades físicas bien conocidas de las cuales estas definiciones se han asumido por manejos previos, y usualmente en cada caso la forma no simétrica de la ecuación 2.5j es forzada.

### 2.5.1. Propiedades de la transformada de Fourier

La ecuación 2.5j es conocida como el par de Fourier, es decir, la función y su transformada. Algunas operaciones realizadas sobre una de las representaciones afecta de distinta manera a su respectiva transformada, las cuales pueden ser simplificadas sin la necesidad de evaluar las respectivas integrales. Por tal motivo, listaremos a continuación, algunas de sus principales propiedades.

La adición y sustracción: Esto sugiere que si  $h(t)$ , (o  $H(\omega)$ , en el caso de la transformada inversa), pueden ser escritas como una suma de funciones, su transformada será la suma de las transformadas, esto es, si  $h(t) = f(t) + g(t)$ ,

$$FT^- \{h(t)\} = FT^- \{f(t)\} + FT^- \{g(t)\} = F(\omega) + G(\omega) = H(\omega) \quad 2.5k$$

siendo válido también para la transformada inversa.

Multiplicación por una constante: Se refiere a que si una función  $h(t)$  se puede expresar como la multiplicación de una constante “a” por una función  $g(t)$ , su transformada será la multiplicación de dicha constante por la transformada de la función  $g(t)$ , este es,

$$FT^{-1}\{h(t)\} = FT^{-1}\{ag(t)\} = aG(\omega) = H(\omega)$$

2.5l

Lo cual es aplicable a la transformada inversa de Fourier.

Las propiedades enmarcadas en la 2.50 y 2.51, constituyen de un modo natural, dos operaciones necesarias, para dotar al conjunto de funciones de clase  $L_1$ , de una estructura propia de los espacios LINEALES, mediante el operador integral de Fourier, o el operador integral inverso de Fourier.

Estiramiento o compactación del dominio: Ocurre cuando se multiplica la variable por una constante real “a”, y sus efectos se sintetizan mediante las siguientes expresiones:

$$h(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} H\left(\frac{\omega}{a}\right),$$

2.5m

$$\frac{1}{|a|} h\left(\frac{t}{a}\right) \leftrightarrow H(a\omega);$$

2.5n

las expresiones 2.5l y 2.5m implican que el efecto sobre el dominio, al ser multiplicado por una constante, es inverso entre el par de Fourier.

Desplazamiento en el dominio: si la función  $h(t)$  es desplazada en el dominio una cantidad a su transformada directa o inversa será multiplicada por una exponencial imaginaria, esto es,

$$h(t \pm t_0) \leftrightarrow e^{\pm it_0 \omega} H(\omega),$$

2.5o

$$e^{\pm i\omega_0 t} h(t) \leftrightarrow H(\omega \mp \omega_0).$$

2.5p

Simetría: Si la función  $h(t)$  es par su transformada de Fourier  $H(\omega)$  es par y si la función es impar su transformada lo es también. Además, para funciones pares, si la función es real su transformada es real y si es imaginaria también lo es su transformada; en el caso de

funciones impares, si la función es real su transformada es imaginaria y si la función es imaginaria su transformada es par.

Diferenciación: Si la función  $h(t)$  es derivada  $n$  veces, entonces su transformada de Fourier se debe multiplicar por  $(i\omega)^n$ , y si la función es multiplicada por  $(-it)^n$  su transformada debe ser derivada  $n$  veces, esto es,

$$\frac{d^n h(t)}{dt^n} \leftrightarrow (i\omega)^n H(\omega), \tag{2.5q}$$

$$(-it)^n h(t) \leftrightarrow \frac{d^n H(\omega)}{d\omega^n}. \tag{2.5r}$$

## 2.6 Teorema de inversión de la integral de Fourier

Este apéndice aparece en el apéndice c.ii de Champaney (1975), y parte de la ecuación 2.79 del capítulo 2, la cual se describe como

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{+i\omega t} d\omega$$

tomando la integral de la exponencial en ambos miembros, tal como

$$\int h(t) e^{-i\omega' t} dt = \int \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{+i\omega t} d\omega \right] e^{-i\omega' t} dt$$

reorganizando las integrales, se obtiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega' t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\omega - \omega') t} dt \right] d\omega$$

por propiedades de la función delta esta expresión se puede escribir como

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega' t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) [2\pi \delta(\omega - \omega')] d\omega$$

y finalmente, según la propiedad de función delta dada por la ecuación 2.118 se obtiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega' t} dt = H(\omega')$$

que al sustituir  $\omega$  por  $\omega'$  se puede escribir como

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt$$

## Apéndices capítulo 3

### 3.1 NMOCMPDOM en lenguaje Fortran

```
c          ****NMOCMPDOM****
c          **** Escrito por Ernesto Oropeza****
c          ****2001****
c  *Parámetros:
c  * data: Matriz que contiene las amplitudes del sismograma de en_
c  *        trada de una sección de offset común. Sus dimensiones
c  *        deben ser potencia de dos mayor a las dimensiones que
c  *        ocupan los datos de interés.
c  *
c  * ns: Número de muestras por trazas de la sección de distancia
c  *      f-r común.
c  *
c  * nt: Número de trazas de la sección de distancia f-r común.
c  *
c  * nsp2: Potencia de dos superior del número de muestras por traza
c  *        Dimensión de la matriz de entrada.
c  *
c  * ntp2: Potencia de dos superior del número de trazas. Dimensión
c  *        de la matriz de entrada.
c  *
c  * dt: Intervalo de muestreo (en segundos)
c  *
c  * h: Distancia f-r de la sección (en metros)
c  *
c  * dcmp: Distancia entre cmp's (en metros)
c  *
c  * lh: Número de trazas a suavizar
c  *
c  *****
c  subroutine nmocmpdom(data,datas,ns,nt,dt,v,of,nsp2,ntp2,ang)
c  declaracion de variables
c
c  character*80 fileofvst
c  real data(nsp2,ntp2),datas(nsp2,ntp2),of(ntp2),time(nt),tnmo
c  *,tmues,vdatac(ns),m(ns),a(ns),dtime(nt-1),mint(ns),aint(ns)
c  *,v(nsp2)
c  integer mc(ns),n,msc,amsc
c  *****
c  lipmiando las variables
c  do k=1,ntp2
c    do j=1,nsp2
c      datas(j,k)=0.0
c    enddo
```

```

        enddo
c
c *****
c
        do l=1,ns
            mint(l)=(l-1)*dt
        enddo
c
        pi=atan(float(1))*float(4)
        buz=ang*pi/float(180)
c
        do k=1,nt
            n=0
            amsc=0
            do j=2,ns
                tmues=sqrt(((float(j-1)*dt)**2+(of(k)*cos(buz)/v(j))**2)
                if (tmues**2.ge.(of(k)/v(j))**2)then
                    tnmo=sqrt(tmues**2-(of(k)/v(j))**2)
                    mc(j)=int(tnmo/dt)+1
                    msc=int(tmues/dt)+1
                    if (msc.le.ns)then
                        vdatac(mc(j))=data(msc,k)
                        if (mc(j).gt.mc(j-1).and.msc.gt.amsc)then
                            n=n+1
                            m(n)=(mc(j)-1)*dt
                            a(n)=vdatac(mc(j))
                        endif
                    endif
                endif
                amsc=msc
            enddo
c
            call splinecubic(n,m,a,ns,mint,aint)
c
            do j=1,ns
                datas(j,k)=aint(j)
            enddo
        enddo
c *****
        return
    end

```

### 3.2 NMOOFDOM en lenguaje Fortran

```
c          ****NMOOFDOM****
c          **** Escrito por Ernesto Oropeza****
c          ***2001***
c  *Parametros
c  * data: Matriz que contiene las amplitudes del sismograma de en_
c  *       trada de una seccion de offset comun. Sus dimensiones
c  *       deben ser potencia de dos mayor a las dimensiones que
c  *       ocupan los datos de interes.
c  *
c  * ns:  Número de muestras por trazas de la sección de distancia
c  *       f-r común.
c  *
c  * nt:  Número de trazas de la sección de distancia f-r común.
c  *
c  * nsp2: Potencia de dos superior del número de muestras por traza
c  *       Dimensión de la matriz de entrada.
c  *
c  * ntp2: Potencia de dos superior del número de trazas. Dimensión
c  *       de la matriz de entrada.
c  *
c  * dt:  Intervalo de muestreo (en segundos)
c  *
c  * h:   Distancia f-r de la sección (en metros)
c  *
c  * dcmp: Distancia entre cmp's (en metros)
c  *
c  * lh:  Número de trazas a suavizar
c  *
c  *****
c  subroutine nmoofdom(data,ns,nt,dt,v,of,nsp2,ntp2)
c  declaracion de variables
c
c  real data(nsp2,ntp2),tnmo(ns,nt),tmues(ns,nt)
c  *,mint(ns),aint(ns),vdatac(ns),a(ns),m(ns),v(nsp2,7000)
c
c  integer n,mc,msc,amc,amsc
c  *****
c  limpiando las variables
c  do l=1,ns
c     mint(l)=0.0
c     aint(l)=0.0
c     vdatac(l)=0.0
c     a(l)=0.0
c     m(l)=0.0
c  do k=1,nt
```

```

        tnmo(1,k)=0.0
        tmues(1,k)=0.0
    enddo
enddo
c *****
do l=1,ns
    mint(l)=(l-1)*dt
enddo
c
do k=1,nt
    n=0
    amc=0
    amsc=0
    do j=2,ns
        tmues(j,k)=(j-1)*dt
        if (tmues(j,k)**2.ge.(of/v(j,k))**2)then
            tnmo(j,k)=sqrt(tmues(j,k)**2-(of/v(j,k))**2)

            mc=int(tnmo(j,k)/dt)+1
            msc=int(tmues(j,k)/dt)+1
            vdatac(mc)=data(msc,k)
            if (mc.gt.amc.and.msc.gt.amsc

```

### 3.3 SPLINECUBIC en lenguaje Fortran

```

c *****
subroutine splinecubic (n,t,am,ns,tint,amint)
c
c   real t(ns),am(ns),a(ns),b(ns),c(ns)
c   *,a0(ns),a1(ns),a2(ns),a3(ns)
c   *,amint(ns),tint(ns),z(ns),d(ns)
c
c *****
z(1)=3*(am(2)-am(1))
c
do j=2,n-1
    z(j)=3*(am(j+1)-am(j-1))
enddo
c
z(n)=3*(am(n)-am(n-1))
c
c *****
a(n)=1
b(1)=2
b(n)=2
c(1)=1

```

```

c
do j=2,n-1
  a(j)=1
  b(j)=4
  c(j)=1
enddo
c
npt=n
c
call tridiag(a,b,c,z,d,npt)
c
do j=1,n-1
  a0(j)=am(j)
  a1(j)=d(j)
  a2(j)=3*(am(j+1)-am(j))-2*d(j)-d(j+1)
  a3(j)=2*(am(j)-am(j+1))+d(j)+d(j+1)
enddo
c
c *****
do i=1,ns
  if (tint(i).lt.t(1).or.tint(i).ge.t(n)) then
    amint(i)=0
  else
    do j=1,n-1
      if (tint(i).ge.t(j).and.tint(i).lt.t(j+1)) then
        x=(tint(i)-t(j))/(t(j+1)-t(j))
        amint(i)=a3(j)*(x)**3+a2(j)*(x)**2+a1(j)*(x)+a0(j)
      endif
    enddo
  endif
enddo
c
return
end

```

### 3.4 TRIDIAG en lenguaje Fortran

```

c *****
subroutine tridiag(a,b,c,z,d,npt)
c
c  include'param.par'
c
real gam(npt),a(npt),b(npt),c(npt),z(npt),d(npt)
c
if (b(1).eq.0) pause
bet=b(1)
d(1)=z(1)/bet

```



```

c  * dcmp: Distancia entre cmp's (en metros)
c  *
c  * lh: Número de trazas a suavizar
c  *
c  *****
c
c  *****
c  subroutine dmoofdom(data,ns,nt,nsp2,ntp2,dt,h,dcmp,lh)
c
c  declaracion de variables
c
c  real data(nsp2,ntp2),a,cont,pi,ky,w,h
c  character*80 filein,fileout
c  complex datakt(nsp2,ntp2),i,sum,datay(ntp2)
c  *,dataw(ntp2),datat(nsp2),datawy(nsp2,ntp2),
c  *dataty(nsp2,ntp2),datawk(nsp2,ntp2)
c  integer nn(2)
c
c  *****
c  inicializando las variables
c  do k=1,ntp2
c    dataw(k)=(0.0,0.0)
c    datay(k)=(0.0,0.0)
c    do l=1,nsp2
c      if (k.eq.1) datat(l)=(0.0,0.0)
c      datakt(l,k)=(0.0,0.0)
c      dataty(l,k)=(0.0,0.0)
c      datawk(l,k)=(0.0,0.0)
c      datawy(l,k)=(0.0,0.0)
c    enddo
c  enddo
c  *****
c  suavizando los extremos del sismograma
c
c  call hamsin(data,lh,nt,ns,nsp2,ntp2)
c  call hancos(data,lh,nt,ns,nsp2,ntp2)
c
c  *****
c  transformada de fourier en y
c
c  nn(2)=ntp2
c  nn(1)=nsp2
c
c  do l=1,nsp2
c    do j=1,ntp2
c      datay(j)=data(l,j)
c    enddo

```

```

c
  call RT(datay,nn(2),1,-1,0,0)
c
  do j=1,ntp2
    datakt(1,j)=datay(j)
  enddo
enddo
c
c *****
c calculando la integral sobre el tiempo, para todos los valores de
c numero de onda (k) y frecuencia (w)
c *****
  i=(0.0,1.0)
  pi=atan(float(1))*float(4)
  h=0.5*h
c
  dw=(float(2)*pi)/(float(nsp2)*dt)
  mhalfw=int(1+(nsp2/2))
  dk=(float(2)*pi)/(float(ntp2)*dcmp)
  mhalfk=int(1+(ntp2/2))
c
  do m=1,ntp2
    write(*,*)'iteracion ',m,' de ',ntp2,' (seccion de ',2*h,
*      ' m)'
    if (m.le.mhalfk)then
      ky=float(m-1)*dk
    else
      ky=float(m-1-ntp2)*dk
    endif
c
    do j=2,nsp2
      if (j.le.mhalfw)then
        w=float(j-1)*dw
      else
        w=float(j-1-nsp2)*dw
      endif
c
      sum=(0.0,0.0)
c
      do l=2,nsp2
        a=sqrt(float(1)+(ky*h/(w*float(l-1)*dt))**2)
        sum=sum+((exp(-i*w*float(l-1)*dt*a)*datakt(1,m))*
*(((2*a**2)-1)/(a**3)))
      enddo
      datawk(j,m)=sum
    enddo
  enddo
enddo

```

```

c
c *****
c transformada inversa de fourier
c
c call RT(datawk,nn,2,1,1,0)
c
c *****
c do k=1,nt
c   do l=1,ns
c     data(l,k)=0.0
c     data(l,k)=real(datawk(l,k))/(float(ntp2)*float(nsp2))
c   enddo
c enddo
c *****
c return
c end

```

### 3.6 HANNSIN en lenguaje Fortran

La subrutina HANNSIN fue escrita por Andrey Ortega.

```

c *****
c * hannsins applies a sine taper window          *
c * which is 0.0 at index 1 and 1.0 at lw        *
c *****
c
c subroutine hannsins(data,lw,nt,ns,nsp2,ntp2)
c
c   real pih,w(nt)
c   real data(nsp2,ntp2)
c
c   pih=atan(1.0)*2.0
c
c   do k=1,lw
c     w(k)=sin((pih*float(k-1))/float(lw-1))
c   enddo
c
c   do j=1,ns
c     do k=1,lw
c       data(j,k)=w(k)*data(j,k)
c     enddo
c   enddo
c
c   return
c end

```

### 3.7 HANNCOS en lenguaje Fortran

La subrutina HANNCOS fue escrita por Andrey Ortega.

```
c *****
c * hanncos applies a cosine taper window      *
c * which is 1.0 at index 1 and 0.0 at lw      *
c *****
c
c subroutine hanncos(data,lw,nt,ns,nsp2,ntp2)
c
c   real pi,w(nt)
c   real data(nsp2,ntp2)
c
c   pi=atan(1.0)*4.0
c
c   do k=1,lw
c     w(k)=0.5*(cos((pi*float(k-1))/float(lw-1))+1.0)
c   enddo
c
c   do j=1,ns
c     do k=1,lw
c       data(j,k+nt-lw)=w(k)*data(j,k+nt-lw)
c     enddo
c   enddo
c
c   return
c   end
```

### 3.8 Reflector Elíptico. Ecuación de una elipse.

La importancia de considerar un reflector elíptico en el subsuelo, en condiciones de homogeneidad e isotropía, es que al posicionar la fuente y el receptor en los focos la respuesta sería un impulso, ya que la trayectoria fuente – punto sobre el reflector – receptor es igual. A continuación deducirán las ecuaciones para describir un reflector elíptico en función del tiempo de la respuesta impulso.

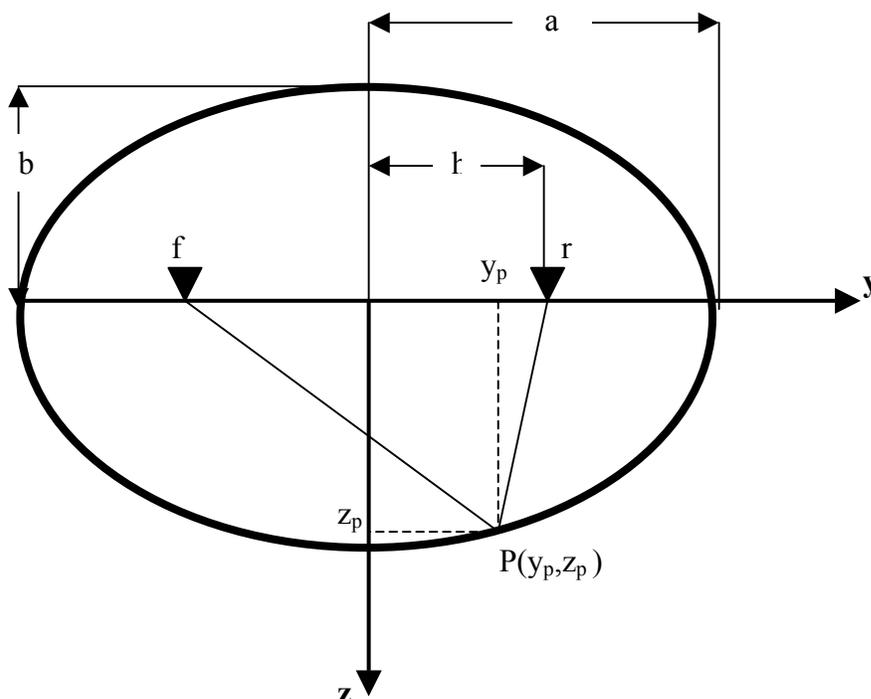


Figura 3.9a. Representación de una elipse

Según la definición de una elipse se tiene que

$$\overline{FP} + \overline{PR} = 2a$$

3.8a

donde

$$\overline{FP} = \sqrt{(y_p - (-h))^2 + z_p^2}$$

3.8b

$$\bar{PR} = \sqrt{(y_p - h)^2 + z_p^2}$$

3.8c

sustituyendo 3.9b y 3.9c en 3.9a

$$\sqrt{(y_p + h)^2 + z_p^2} = 2a - \sqrt{(y_p - h)^2 + z_p^2}$$

3.8d

tomando el cuadrado de ambos miembros y simplificando el álgebra se obtiene

$$a\sqrt{(y_p - h)^2 + z_p^2} = a^2 - y_p h$$

que al tomar nuevamente el cuadrado en ambos miembros la ecuación es de la forma

$$a^2[(y_p - h)^2 + z_p^2] = (a^2 - y_p h)^2$$

3.8e

Al desarrollar todos los binomios cuadrados de la ecuación (5), simplificando al restar términos iguales y finalmente factorizando convenientemente, la misma se puede escribir

$$y_p^2(a^2 - h^2) + a^2 z_p^2 = a^2(a^2 - h^2)$$

la cual finalmente dividiendo por  $a^2(a^2 - h^2)$  se obtiene la ecuación del modelo elíptico del subsuelo de la Figura 3.9a, además, se generaliza  $y_p$  por  $y$  y  $z_p$  por  $z$

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{a^2 - h^2} = 1$$

3.8f

Sin embargo, lo que se requiere es conocer las longitudes de los semiejes mayor y menor del reflector a partir de el tiempo de reflexión ( $t_r$ ), la velocidad ( $v$ ) y el offset medio ( $h$ ), para ello se toma la distancia de la trayectoria F - P - R descrita en la ecuación (1), entonces

$$v t_r = 2a$$

sustituyendo en 3.9f se obtiene

$$\frac{y^2}{\frac{v^2 t_r^2}{4}} + \frac{z^2}{\frac{v^2 t_r^2}{4} - h^2} = 1$$

3.8g

que describe los puntos en profundidad de un reflector sobre un perfil.

La siguiente forma de parametrizar la ecuación elíptica del reflector es en función de el tiempo doble vertical sobre cada punto del reflector, el cual es la finalidad de la migración en tiempo. El tiempo ( $t_m$ ) en función de la profundidad  $z$  es

$$t_m = \frac{2z}{v}$$

y substituyéndola en la ecuación 3.9g se obtiene

$$\frac{y^2}{\frac{v^2 t_r^2}{4}} + \frac{\frac{t_m^2 v^2}{4}}{\frac{v^2 t_r^2}{4} - h^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{\frac{v^2 t_r^2}{4}} + \frac{t_m^2}{t_r^2 - \frac{4h^2}{v^2}} = 1$$

3.8h

Ahora se puede escribir las dimensiones del eje mayor y menor del modelo elíptico del subsuelo:

Semieje mayor

$$a = \frac{v t_r}{2}$$

3.8i

Semieje menor en profundidad

$$b = \sqrt{\frac{v^2 t_r^2}{4} - h^2}$$

3.8j

Semieje menor en tiempo

$$b = \sqrt{t_r^2 - \frac{4h^2}{v^2}}$$

3.8k

## Apéndices capítulo 4

### 4.1 MZOCONSVEL en lenguaje Fortran

```
c          ****MZOCONSVEL****
c          **** Escrito por Ernesto Oropeza****
c          ***2002***
c
c *Parámetros:
c * data: Sismograma de la sección de offset común.
c *     Sus dimensiones deben ser potencia de dos.
c *
c * of: Offset de la sección (metros)
c *
c * nh: Potencia de dos superior al numero de canales por dispa_
c *     ros de las secciones de disparo comun del levantamiento.
c *
c * ns: Numero de muestras por traza
c *
c * nc: Numero de trazas
c *
c * nsp2: Potencia de dos superior al número de muestras por traza.
c *
c * ncp2: Potencia de dos superior al número de trazas.
c *
c * dh: Distancia entre trazas en la sección de CMP común
c *     correspondiente. (metros)
c *
c * dcmp: Distancia entre CMP's .(metros)
c *
c * dt: intervalo de muestreo (en segundos)
c *
c * v: Campo de velocidades. La información debe estar en las
c *     potencias de dos nsp2 y ncp2
c *
c * mi: Primera muestra que se desea calcular del sismograma
c *     corregido.
c *
c * mf: Última muestra que se desea calcular del sismograma
c *     corregido.
c *
c * lh: Numero de trazas de los data de interés que serán
c *     suavizadas.
c *
c * sw: Es 0, para realizar los calculos exactos.
c *     Es 1, para realizar aproximaciones por fase estacionaria
c *
```

```

c *****
c
c
c subroutine mzoconsvel(data,of,nh,ns,nc,nsp2,ncp2,dh,dcmp,dt,v
*,mi,mf,lh,sw)
c
c
c real data(nsp2,ncp2),of,dh,dcmp,dt,v(nsp2,7000),kh,ky,w,h
*,arg1,arg2
integer nn(2),nh,lh,sw,nc,mi,mf
complex i,expo1,expo2,expo3,sumkh(nsp2),sumw,vdata(ncp2)
*,datatky(nsp2,ncp2),datacx(nsp2,ncp2)
c
c *****
c limpiando las variables
do k=1,ncp2
vdata(k)=(0.0,0.0)
do l=1,nsp2
datatky(l,k)=(0.0,0.0)
datacx(l,k)=(0.0,0.0)
enddo
enddo
c *****
c write(*,100)float(mi-1)*dt,float(mf-1)*dt
c *****
c
c suavizando los extremos del sismograma
c
c call hannsin(data,lh,nc,ns,nsp2,ncp2)
call hanncos(data,lh,nc,ns,nsp2,ncp2)
c
c *****
c
c do k=1,ncp2
do l=1,nsp2
datacx(l,k)=data(l,k)
data(l,k)=0.0
enddo
enddo
c
c write(*,1)
write(*,20)
c
c nn(1)=nsp2
nn(2)=ncp2
c
c call RT(datacx,nn,2,-1,0,0)

```

```

c
c *****
c
c h=0.5*of
c
c tpi=atan(float(1))*float(8)
c
c dky=tpi/(float(ncp2)*dcmp)
c mhalfky=(ncp2/2)+1
c
c dkh=tpi/(float(nh)*dh)
c mhalfkh=(nh/2)+1
c
c dw=tpi/(float(nsp2)*dt)
c mhalfw=(nsp2/2)+1
c
c i=(0.0,1.0)
c
c *****
c write(*,1)
c write(*,40)
c
c do k=1,ncp2
c
c write(*,80)k,ncp2
c
c if (k.le.mhalfky) then
c   ky=float(k-1)*dky
c else
c   ky=float(k-1-ncp2)*dky
c endif
c
c do l=mi,mf
c to=float(l-1)*dt
c
c sumw=(0.0,0.0)
c do m=1,nsp2
c   if (m.le.mhalfw) then
c     w=float(m-1)*dw
c   else
c     w=float(m-1-nsp2)*dw
c   endif
c
c sumkh(m)=(0.0,0.0)
c
c if (sw.eq.0) then
c   if (m.le.mhalfw) then

```

```

do n=1,nh
  if (n.le.mhalfkh)then
    kh=float(n-1)*dkh
  else
    kh=float(n-1-nh)*dkh
  endif
c
  arg1=(0.5*w-(0.25*v(1,k)*ky))**2-(0.25*v(1,k)*kh)**2
  arg2=(0.5*w+(0.25*v(1,k)*ky))**2-(0.25*v(1,k)*kh)**2
c
  if (arg1.lt.0.0) then
    expo1=exp(-to*sqrt(abs(arg1)))
  else
    expo1=exp(-i*to*sqrt(arg1))
  endif
c
  if (arg2.lt.0.0) then
    expo2=exp(-to*sqrt(abs(arg2)))
  else
    expo2=exp(-i*to*sqrt(arg2))
  endif
c
  expo3=exp(-i*kh*h)
c
  sumkh(m)=sumkh(m)+(expo1*expo2*expo3)
  enddo
  else
    sumkh(m)=sumkh(nsp2+2-m)
  endif
  else
    write(*,*)'no hay aproximacion por fase estacionaria'
    stop
  endif
  sumw=sumw+((sumkh(m))*datacx(m,k))
  enddo
  datatky(1,k)=sumw/float(nsp2)
c
  enddo
enddo
c
c *****
c
c write(*,1)
c write(*,60)
c
c do l=mi,mf
  do k=1,ncp2

```



```

c * correspondiente. (metros)
c *
c * dcmp: Distancia entre CMP's .(metros)
c *
c * dt: intervalo de muestreo (en segundos)
c *
c * v: Campo de velocidades. La información debe estar en las
c * potencias de dos nsp2 y ncp2
c *
c * ofmax: Offset máximo (metros).
C *
c * mi: Primera muestra que se desea calcular del sismograma
c * corregido.
c *
c * mf: Última muestra que se desea calcular del sismograma
c * corregido.
c *
c * lh: Numero de trazas de los data de interés que serán
c * suavizadas.
c *
c * sw: Es 0, para realizar los calculos exactos.
c * Es 1, para realizar aproximaciones por fase estacionaria
c *
c *****
c
c subroutine mzovarivel(data,of,nh,ns,nc,nsp2,ncp2,dh,dcmp,dt,v
c *,mi,mf,ofmax,lh,sw)
c
c
c real data(nsp2,ncp2),of,dh,dcmp,dt,v(nsp2,7000),kh,ky,w,h
c *,arg1,arg2,ofmax
c integer nn(2),nh,lh,sw,mad,kv,m,mi,mf,madtot
c complex i,expo1,expo2,expo3,sumkh(nsp2),sumw,vdata(ncp2),vexp
c *,datatky(nsp2,ncp2),datacx(nsp2,ncp2)
c
c *****
c limpiando las variables
c do k=1,ncp2
c vdata(k)=(0.0,0.0)
c do l=1,nsp2
c datatky(l,k)=(0.0,0.0)
c datacx(l,k)=(0.0,0.0)
c enddo
c enddo
c *****
c
c suavizando los extremos del sismograma

```

```

c
call hannsin(data,lh,nc,ns,nsp2,ncp2)
call hanncos(data,lh,nc,ns,nsp2,ncp2)
c
c *****
c
do k=1,ncp2
  do l=1,nsp2
    datacx(l,k)=data(l,k)
    data(l,k)=0.0
  enddo
enddo
c
write(*,1)
write(*,20)
c
nn(1)=nsp2
nn(2)=ncp2
c
call RT(datacx,nn,2,-1,0,0)
c
c *****
c
h=0.5*of
mad=int(h/dcmp)
mادتot=int((0.5*ofmax)/dcmp)
c
tpi=atan(float(1))*float(8)
c
dky=tpi/(float(ncp2)*dcmp)
mhalfky=(ncp2/2)+1
c
dkh=tpi/(float(nh)*dh)
mhalfkh=(nh/2)+1
c
dw=tpi/(float(nsp2)*dt)
mhalfw=(nsp2/2)+1
c
i=(0.0,1.0)
c
c *****
c
write(*,1)
write(*,40)
c
do k=1,ncp2
c
  kv=k+mادتot

```

```

c
write(*,80)k,ncp2
c
if (k.le.mhalfky) then
  ky=float(k-1)*dky
else
  ky=float(k-1-ncp2)*dky
endif
c
do l=mi,mf
  to=float(l-1)*dt
c
  sumw=(0.0,0.0)
  do m=1,nsp2
    if (m.le.mhalfw) then
      w=float(m-1)*dw
    else
      w=float(m-1-nsp2)*dw
    endif
c
    sumkh(m)=(0.0,0.0)
c
    if (sw.eq.0) then
      if (m.le.mhalfw) then
        do n=1,nh
          if (n.le.mhalfkh)then
            kh=float(n-1)*dkh
          else
            kh=float(n-1-nh)*dkh
          endif
c
          arg1=(0.5*w-(0.25*v(1,kv)*ky))**2-(0.25*v(1,kv)*kh)**2
          arg2=(0.5*w+(0.25*v(1,kv)*ky))**2-(0.25*v(1,kv)*kh)**2
c
          if (arg1.lt.0.0) then
            expo1=exp(-to*sqrt(abs(arg1)))
          else
            expo1=exp(-i*to*sqrt(arg1))
          endif
c
          if (arg2.lt.0.0) then
            expo2=exp(-to*sqrt(abs(arg2)))
          else
            expo2=exp(-i*to*sqrt(arg2))
          endif
c
          expo3=exp(-i*kh*h)

```

```

c      sumkh(m)=sumkh(m)+(expo1*expo2*expo3)
      enddo
      else
      sumkh(m)=sumkh(nsp2+2-m)
      endif
      else
      write(*,*)'no hay aproximacion por fase estacionaria'
      go to 10
      endif
      vexp=exp(i*w*(float(2)/v(1,kv)-float(1)/v(1,kv-mad)
*      -float(1)/v(1,kv+mad)))
      sumw=sumw+(sumkh(m)*datacx(m,k)*vexp)
      enddo
      datatky(1,k)=sumw/float(nsp2)
      enddo
      enddo
c
c *****
c
c      write(*,1)
c      write(*,60)
c
c      do l=mi,mf
c      do k=1,ncp2
c      vdata(k)=datatky(1,k)
c      enddo
c
c      call RT(vdata,ncp2,1,1,1,0)
c
c      do k=1,ncp2
c      data(1,k)=real(vdata(k))/(float(ncp2))
c      enddo
c      enddo
c
c *****
c      Formatos
c
c      1      format(/)
c      20     format('  calculando la TF en w-ky...')
c      40     format('  calculando la integral de MZO...')
c      60     format('  calculando el sismograma corregido...')
c      80     format('  calculando traza ',i4,' de ',i4)
c *****
c      10     return
c      end

```

## Apéndices capítulo 5

### 5.1 Formato SEG Y

El formato SEG Y es un archivo binario que almacena la información de la adquisición sísmica. Éste consta de tres partes. La primera, es un encabezado principal cuya longitud es de 3200 bytes y, la segunda, es un encabezado secundario de longitud 400 bytes, en ellos se almacena información relevante a cerca del estudio sísmico realizado, tal como nombre del proyecto, área de estudio y nombre de la empresa o institución que realizó el estudio, entre otras. Por último, se almacena la información de cada traza, para cada disparo, en registros independientes, disponiendo de 240 bytes para el encabezado de cada traza, donde se almacena la información relevante a el número de disparo, coordenadas del receptor, coordenadas de la fuente, número de CMP y distancia fuente-receptor entre otras, a las cuales se les reserva 2 o 4 bytes para almacenar la información.

Para el formato SEG Y correspondiente a la Ensenada de Barcelona, la información utilizada del encabezado de las trazas, (de 240 bytes), fueron: (i) la distancia f-r, entre los bytes 37 y 40; y (ii) le número de CMP, entre los bytes 21 y 24

### 5.2 Programa COMSEC escrito en lenguaje Fortran

```
c          ****COMSEC****
c          **** Escrito por Ernesto Oropeza****
c          ****2002****
c          ****
c          parameter (nrec=932197)
c          real*4 tco(3000,3100)
c          real cmpp,sp,df,disc
c          character*80 filein,fileout,title(40),file1,fileinf
c          character*200 string
c          character*20 remove
c          integer*4 para(100),i4head(60,nrec),of(nrec),nd,tpd,mpt,mpti,ts,
c          *cmp(nrec),ncmp,cmpe(nrec)
c          integer ptpd,ptpd,sht,tg,fold,ns,ptd,rtpo,off,cmppi
c          ****
c          open(unit=40,file='comsec.par')
c          read(40,'(a80)')filein
c          read(40,'(a80)')fileout
c          read(40,'(a80)')fileinf
```

```

read(40,*)nd,tpd,mpt,mpti,dr,df,tg,ts
read(40,*)off
read(40,*)sht
read(40,*)cmpp
close(40)
c *****
c
longrec=mpt+60
if (longrec.lt.800)longrec=800
c
lg=lnblnk(filein)
write(*,*)lg
file1=filein(1:lg)//'.su'
write(*,(a80))file1
string='segypread tape=//filein(1:lg)//>//filein(1:lg)//.su'
write(*,(a200))string
call system(string)
remove='rm header binary'
call system(remove)
c
open(unit=30,file=filein,form='unformatted',access='direct'
* ,recl=longrec)
c
read(30,rec=1)(title(1),l=1,40)
read(30,rec=2)(para(1),l=1,100)
c
c
if (tg.eq.1)then
ptpd=(sht-1)*tpd+1
do k=1,tpd
read(30,rec=ptpd)(i4head(1,k),l=1,9),of(k),
* (i4head(1,k),l=1,50),(tco(j,k),j=1,mpti)
write(*,*)of(k)
ptpd=ptpd+1
enddo
endif
c
if (tg.eq.2)then
write(*,*)'sorteando seccion de offset ',off
n=1
do k=1,nrec
read(30,rec=k)(i4head(1,k),l=1,5),cmp(k),
* (i4head(1,k),l=1,3),of(k),(i4head(1,k),l=1,50)
if (of(k).eq.off)then
read(30,rec=k)(i4head(1,k),l=1,60),(tco(j,n),j=1,mpti)
cmpe(n)=cmp(k)
n=n+1

```

```

        endif
    enddo
    n=n-1
endif
c
if (tg.eq.3)then
c
    write(*,*)' cmp ',cmpp
    ncmp=int(2*cmpp/dr)+2
    fold=1
c
    do k=1,nrec
        read(30,rec=k)(i4head(1,k),l=1,5),cmp(k),
*           (i4head(1,k),l=1,3),of(k),(i4head(1,k),l=1,50)
c
        if (cmp(k).eq.ncmp)then
            write(*,*)of(k)
            read(30,rec=k)(i4head(1,k),l=1,60),(tco(j,fold),j=1,mpti)
            fold=fold+1
        endif
    enddo
c
    fold=fold-1
    write(*,*)'fold= ',fold
    midfold=int(0.5*float(fold))
c
    do k=1,midfold
        do j=1,mpti
            aux=tco(j,k)
            tco(j,k)=tco(j,fold+1-k)
            tco(j,fold+1-k)=aux
        enddo
    enddo
endif
c
close(30)
c
if (tg.eq.1)nt=tpd
if (tg.eq.2)nt=n
if (tg.eq.3)nt=fold
c
if (ts.eq.1)then
    longrec=mpti+60
    if (longrec.lt.800)longrec=800
c
    open(unit=20,file=fileout,form='unformatted',access='direct'
*       ,recl=longrec)

```

```

c
write(20,rec=1)(title(k),k=1,40)
write(20,rec=2)(para(j),j=1,100)
c
do l=1,nt
write(20,rec=l)(i4head(j,l),j=1,60),(tco(i,l),i=1,mpti)
enddo
c
close(20)
endif
c
if (ts.eq.2)then
longsal=mpti
open(unit=20,file=fileout,form='unformatted',access='direct'
* ,recl=longsal)
c
open(unit=40,file=fileinf)
do k=1,nt
write(40,*)cmpe(k)
write(20,rec=k)(tco(j,k),j=1,mpti)
enddo
c
close(20)
close(40)
c
endif
c
if (ts.eq.3)then
open(unit=20,file=fileout)
do k=1,nt
do j=1,mpti
write(20,*)tco(j,k)
enddo
enddo
close(20)
endif
c
*****
c
formatos
c
50 format(/)
c
*****
stop
end

```

### **5.2.1 Descripción del archivo de parámetros *COMSEC.PAR***

1. El archivo de parámetros *COMSEC.PAR* es un archivo de texto, el cual consta de siete líneas que tienen escrita la siguiente información:
2. Línea 1: Nombre del archivo *SEGY* que contiene todos los disparos.
3. Línea 2: Nombre del archivo de salida de la sección a construir.
4. Línea 3: Nombre del archivo en el cual se guarda el número de cada *CMP* seleccionado para construir la sección de distancia f-r común.
5. Línea 4: En esta línea se colocan, separados por un espacio, la siguiente información : (i) el número de disparos, (ii) el número de canales por disparo, (iii) el número de muestras por trazas, (iv) número de muestras por trazas que se desea copiar, (v) la distancia entre receptores (en metros), (vi) la distancia entre disparos (en metros), (vii) el tipo de sección que se desea generar, colocándose 1, en caso de requerir generar un disparo; 2, en caso de la construcción de una sección de distancia f-r común, y 3 en el caso de la construcción de una sección de *CMP* común, (viii) el tipo de archivo de salida, 1 para generar un archivo *SEGY*, 2 para generar un archivo binario y 3 para generar un archivo *ASCII*.
6. Línea 5: Distancia f-r de la sección de distancia f-r común (en metros).
7. Línea 6: Número del disparo a copiar.
8. Línea 7: Distancia del *CMP* en el transepto (en metros).

### 5.3 CMP's considerados para el análisis de velocidades

<b>N° CMP</b>	<b>Distancia (m)</b>
302	3000
502	5000
702	7000
902	9000
1102	11000
1302	13000
1352	13500
1402	14000
1452	14500
1502	15000
1552	15500
1602	16000
1652	16500
1702	17000
1752	17500
1802	18000
1852	18500
1902	19000
1952	19500
2002	20000
2052	20500
2102	21000
2152	21500
2202	22000
2252	22500

<b>N° CMP</b>	<b>Distancia (m)</b>
2302	23000
2352	23500
2402	24000
2452	24500
2502	25000
2552	25500
2602	26000
2652	26500
2702	27000
2752	27500
2802	28000
2852	28500
2902	29000
2952	29500
3002	30000
3102	31000
3202	32000
3302	33000
3402	34000
3502	35000
3602	36000
3702	37000
3802	38000
3902	39000
4002	40000

#### 5.4 Programa *VELAN* escrito en lenguaje Fortran

```

c                               ****VELAN****
c                               **** Escrito por Ernesto Oropeza****
c                               ***2002***
c   *****
c   include 'param.par'
c   real semb(ns,nt),data(nsp2,ntp2),datan(nsp2,ntp2),
c   *vel,vo,vf,vl(nsp2),of(nt),litime,time1,time2,t
c   character*80 filein,fileout,fileof,filevel
c   integer mutt,mutns,ofin,m
c   *****
c   open(unit=10,file='velan.par')
c   read(10,'(a80)')filein
c   read(10,'(a80)')fileout
c   read(10,*)vo,vf,nv,dt,litime
c   read(10,*)mute,time1,ofin,time2
c   close(10)
c   *****
c   write(*,'(a80)')filein(45:52)
c   open(unit=20,file=filein,form='unformatted',access='direct'
c   *   ,recl=ns)
c   do k=1,nt
c       read(20,rec=k)(data(l,k),l=1,ns)
c   enddo
c   close(20)
c
c   ***Solo para la Ensenada de Barcelona*****
c   do k=1,nt
c       of(k)=float(k-1)*float(40)
c   enddo
c   *****
c   dv=(vf-vo)/(nv-1)
c   mutns=int(litime/dt)+1
c   write(*,*)mutns
c
c   pen=(of(nt)-of(ofin))/(time2-time1)
c   do i=1,nv
c       vel=float(i-1)*dv+vo
c       write(*,100)vel
c       do l=1,ns
c           vl(l)=vel
c       enddo
c
c   call nmocmpdom(data,datan,ns,nt,dt,vl,of,nsp2,ntp2,ang)
c
c   if (mute.eq.1)then
```

```

do k=1,nt
  do m=1,muts
    t=float(m-1)*dt
    eval=pen*(t-time1)+of(ofin)
    if (of(k).ge.eval)then
      datan(m,k)=0.0
    endif
  enddo
enddo
endif
c
do l=1,muts
  stack=0.0
  do k=1,nt
    stack=stack+datan(l,k)
  enddo
  semb(l,i)=(stack/float(nt))**2
enddo
enddo
c
open(unit=50,file=fileout,access='direct',form='unformatted',
*recl=muts)
c
do k=1,nv
  write(50,rec=k)(semb(i,k),i=1,muts)
enddo
c
close(50)
c *****
c  formatos
c
50  format(/)
100 format(' realizando correccion por nmo para ',f8.2,' (m/seg)')
200 format(' realizando curva de semblanza del archivo')
c
c *****
stop
end

```

## 5.5 Programa *PICMAN* escrito en Matlab®

```
%                                     ****PICMAN****
%                                     **** Escrito por Ernesto Oropeza****
%                                     ****2002****
%
clf;
clear all;
filefrag='sembcmp';
filepic='picsemb_';
fileout='campo_de_vel';
filevelan='vel3000_40000';
mvel=3701;
vcmpin=3000;
anapri=1;  % (=0 para primer analisis, =1 para analisis posteriores)
nv=51;
mutns=1250;
vmin=1000.0;
vmax=6000.0;
dt=0.004;
inter=1;  % (=0 para intervalo inicial, =1 para intermedio, =2 para intervalo final)
cmpiin=13000;
cmpfin=30000;
cmpi=13000;
cmpf=30000;
dcmpe=500;
dcmp=10.0;
tipa=2;  % (=1 para la entrada de un archivo ascii, =2 para uno binario)
nfont=14;
ndigx=0;
ndigt=1;
%
ncmp=((cmpf-cmpi)/dcmpe)+1;
%
t=0.0:dt:(mutns-1)*dt;
mc=1;
%
cmp=cmpi:dcmpe:cmpf;
filecmp=[fileout,'.cmp'];
fid1=fopen(filecmp,'w');
%
if anapri==1
    fid=fopen(filevelan);
    [velma,cont]=fread(fid,[mutns,mvel],'single');
    fclose(fid);
end
%
```

```

for n=1:ncmp
    pantalla='   ploteando semblanza para cmp ';
    fprintf(1,'%s %d\n',pantalla,cmp(n));
    %
    if tipa==1
        filein=[filefrag,int2str(cmp(n)),'a'];
        fid=fopen(filein);
        %
        for k=1:nv
            for l=1:mutns
                rpath=fscanf(fid,'%f\n',1);
                semb(l,k)=rpath(1);
            end
        end
        fclose(fid);
        %
    end
    %
    if tipa==2
        filein=[filefrag,int2str(cmp(n))];
        fid=fopen(filein);
        [semb,cont]=fread(fid,[mutns,nv],'single');
        fclose(fid);
    end
    %
    dv=(vmax-vmin)/(nv-1);
    %
    %
    for h=1:nv
        vaxis(h)=vmin+dv*(h-1);
    end
    %
    cmpind=floor((cmp(n)-vcmpin)/dcmp)+1;
    for l=1:mutns
        vecvel(l)=velma(l,cmpind);
    end
    %
    %contorno
    %
    %figure(n)
    contourf(vaxis,t,semb,100)
    colormap(jet)
    shading flat
    caxis([0,1e-7])
    colorbar('vert')
    set(gca,'ydir','reverse')
    set(gca,'xaxislocation','top')

```

```

title(['cmp ',int2str(cmp(n))])
xlabel('velocidad (m/seg)')
ylabel('tiempo (seg)')
hold;
clear vaxis;
clear ts;
clear tts;
clear vv;
plot(vecvel,t,'w','linewidth',2)
elec=input('desea realizar este picking? (s/n)','s');
if elec=='s'
    fprintf(fid1,'%f\n',cmp(n));
    cmpe(mc)=cmp(n);
    [v,ts]=ginput;
    %
    [numv,b]=size(ts);
    mi=(v(2)-v(1))/(ts(2)-ts(1));
    mf=(v(numv)-v(numv-1))/(ts(numv)-ts(numv-1));
    tsf=(mutns-1)*dt;
    vi=-mi*ts(1)+v(1);
    vf=mf*(tsf-ts(numv))+v(numv);
    vv(1)=vi;
    tts(1)=0.0;
    for g=1:numv
        vv(g+1)=v(g);
        tts(g+1)=ts(g);
    end
    vv(numv+2)=vf;
    tts(numv+2)=tsf;
    %
    fileaux=[filepic,int2str(cmp(n))];
    fid=fopen(fileaux,'w');
    for h=1:numv+2
        fprintf(fid,'%d %f %f\n',cmp(n),vv(h),tts(h));
    end
    fclose(fid);
    %
    vint=spline(tts,vv,t);
    plot(vint,t,'w','linewidth',2)
    for m=1:mutns
        vcamp(m,mc)=vint(m);
    end
    mc=mc+1;
elseif elec=='n'
    pantalla='copiando la curva anterior';
    fprintf(1,'%s\n',pantalla);
    fprintf(fid1,'%f\n',cmp(n));

```

```

    for m=1:mutns
        vcamp(m,mc)=vecvel(m);
    end
    mc=mc+1;
end
pause(1)
clf;
end
%
pantalla=' calculando campo de velocidades... ';
fprintf(1,'%s\n',pantalla);
%
clear semb;
clear vint;
clear v;
clear vv;
clear ts;
clear tts;
clear b;
clear n;
clear m;
clear filein;
%
for l=1:mutns
    for k=1:mc-1
        vvel(k)=vcamp(l,k);
    end
%
    [b,nvvel]=size(vvel);
%
    if inter==0
        cmpint=cmpiin:dcmp:cmpf;
        mi=(vvel(2)-vvel(1))/(cmpe(2)-cmpe(1));
        vi=mi*(cmpiin-cmpe(1))+vvel(1);
        vvvel(1)=vi;
        ccmp(1)=cmpiin;
        for n=1:nvvel
            vvvel(n+1)=vvel(n);
            ccmp(n+1)=cmpe(n);
        end
    end
%
    if inter==1
        cmpint=cmpi:dcmp:cmpf;
        vvvel=vvvel;
        ccmp=cmpe;
    end
end

```

```

%
if inter==2
    cmpint=cmpi:dcmp:cmpfin;
    mf=(vvel(nvvel)-vvel(nvvel-1))/(cmpe(nvvel)-cmp(nvvel-1));
    vf=mf*(cmpfin-cmpe(nvvel))+vvel(nvvel);
    for n=1:nvvel
        vvvel(n)=vvel(n);
        ccmp(n)=cmpe(n);
    end
    ccmp(nvvel+1)=cmpfin;
    vvvel(nvvel+1)=vf;
end
vvelint=spline(ccmp,vvvel,cmpint);
[b,ni]=size(cmpint);
for k=1:ni
    vcampi(1,k)=vvelint(k);
end
end
%
fid=fopen(fileout,'wb');
pantalla=' guardando archivo de velocidades ';
fprintf(1,'%s\n',pantalla);
fwrite(fid,vcampi,'single');
fclose(fid);
%
figure(n+1)
pantalla=' ploteando campo de velocidades... ';
fprintf(1,'%s\n',pantalla);
contourf(cmpint,t,vcampi,50)
colormap(jet)
shading flat
caxis([vmin,vmax])
colorbar('vert')
set(gca,'ydir','reverse')
set(gca,'xaxislocation','top')
title('campo de velocidades')
xlabel('Distancia (m)')
ylabel('tiempo (seg)')
axe2(nfont,nfont,1,ndigx,ndigt)
hold;

```

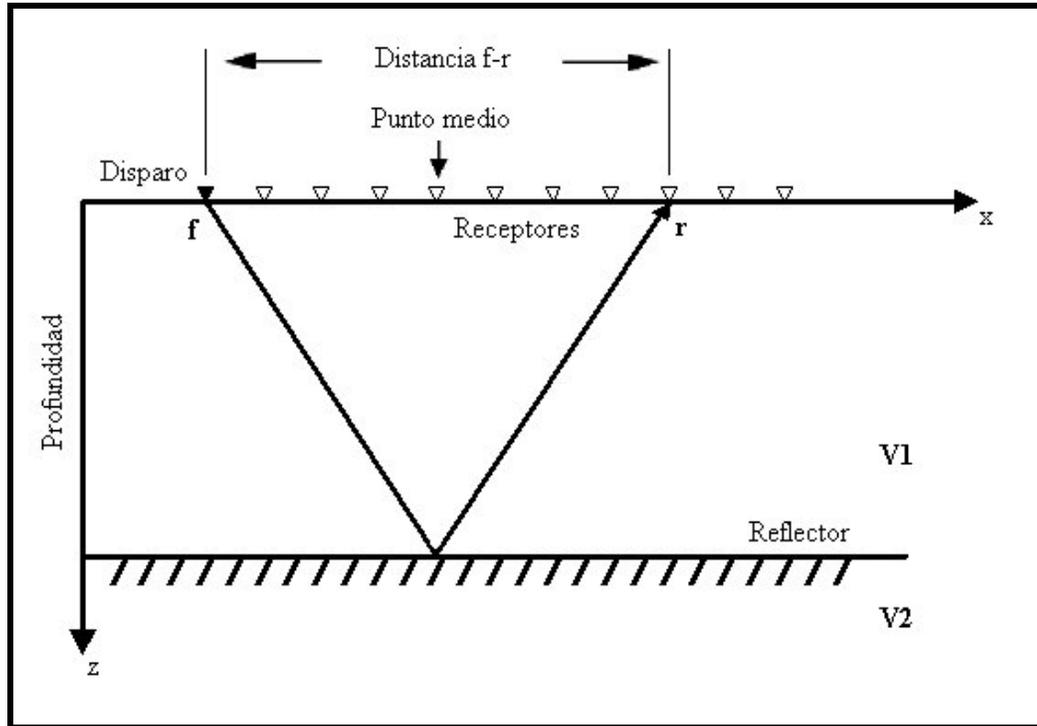


Figura 2. 1. Geometría de disparo o grabación. Se identifica con “f” la posición del disparo, “r” la posición de los receptores, “y” la posición de los puntos medios y “h” la distancia f-r media. ( Tomada y modificada de Schneider (1984) )

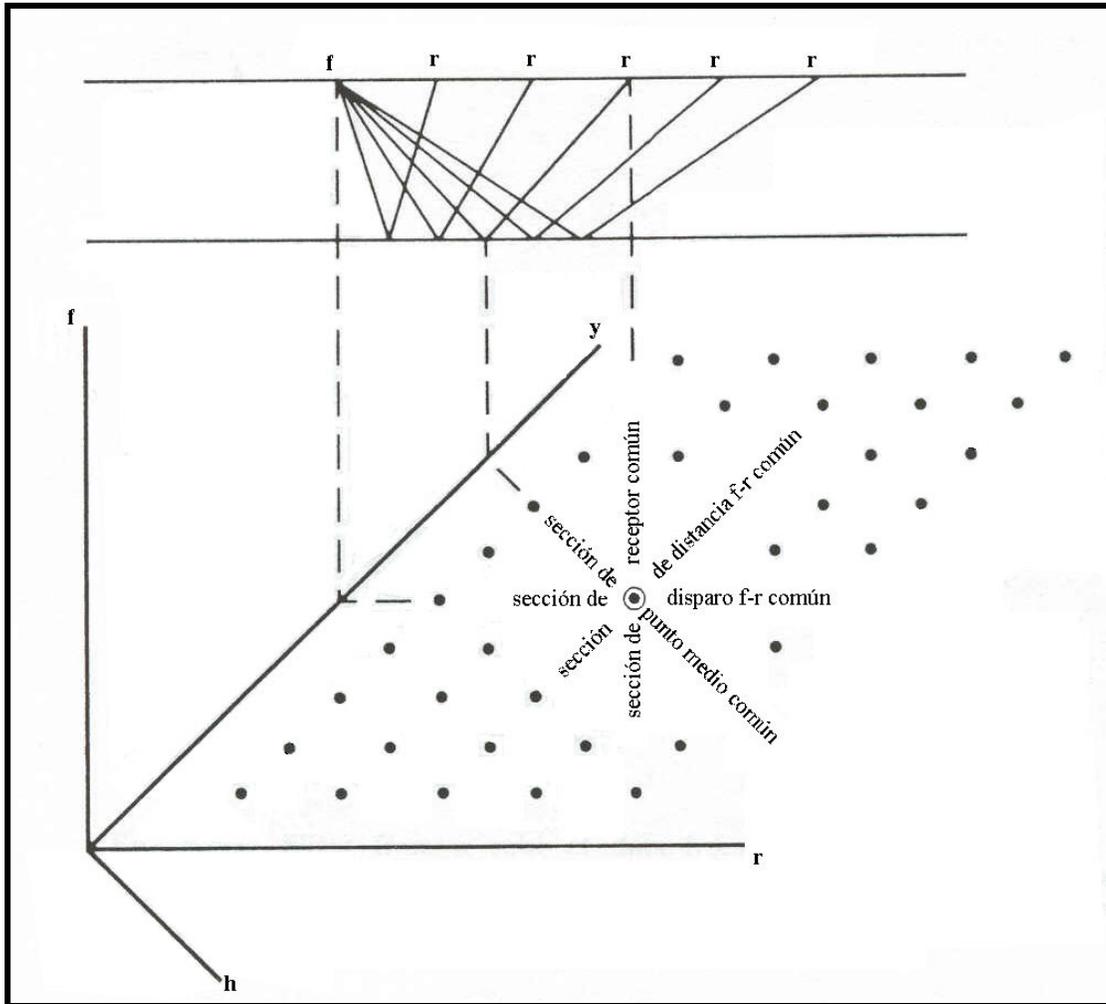


Figura 2. 2. Dominios de los datos sísmicos. El eje “f” representa las posiciones de la fuente, el eje “r” la de los receptores, el eje “y” la de los puntos medios y el eje “h” la de las distancias f-r. Nótese la rotación de  $45^\circ$  entre las coordenadas f-r y las coordenadas y-h. (Tomada y modificada de Claerbout (1985))

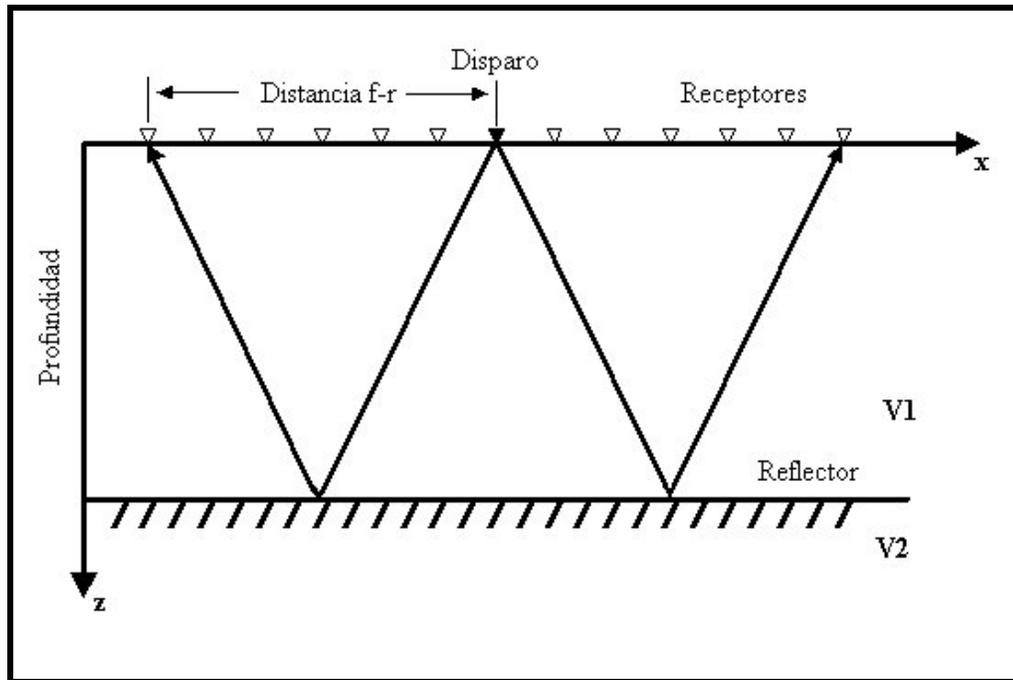


Figura 2.3. Dominio de disparo común. Se muestra la geometría de disparo correspondiente a una sección de disparo común. ( Tomada y modificada de Schneider (1984) )

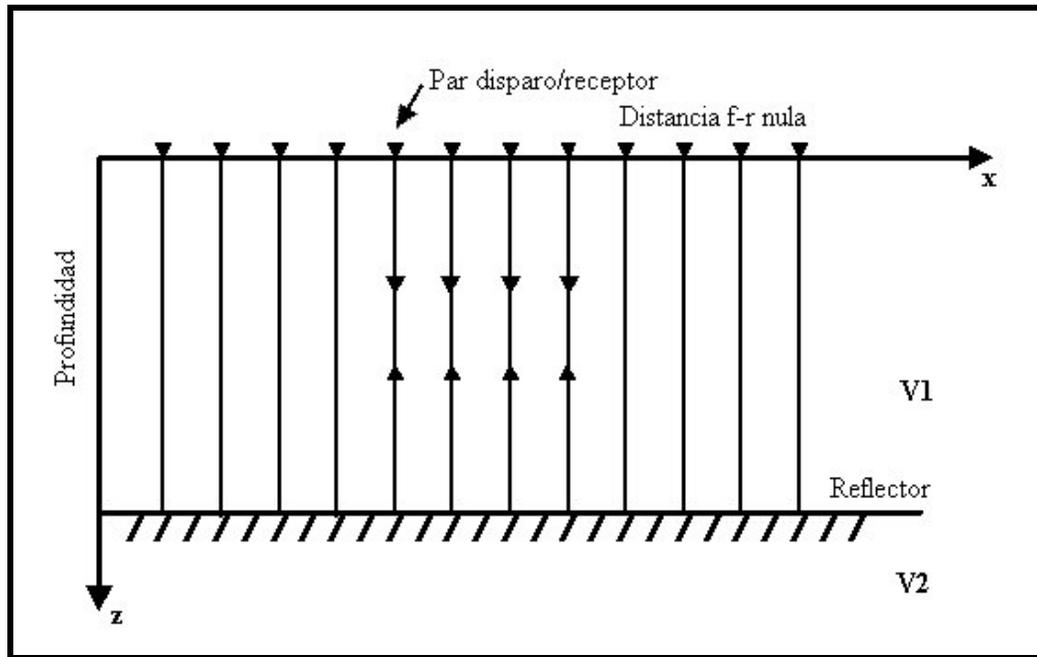


Figura 2. 4. Domino de la distancia f-r común. Se muestra la geometría correspondiente a las secciones de offset común. En este caso la fuente y el receptor están ubicados en la posición del punto medio, formando una sección de distancia f-r nula. ( Tomada y modificada de Schneider (1984) )

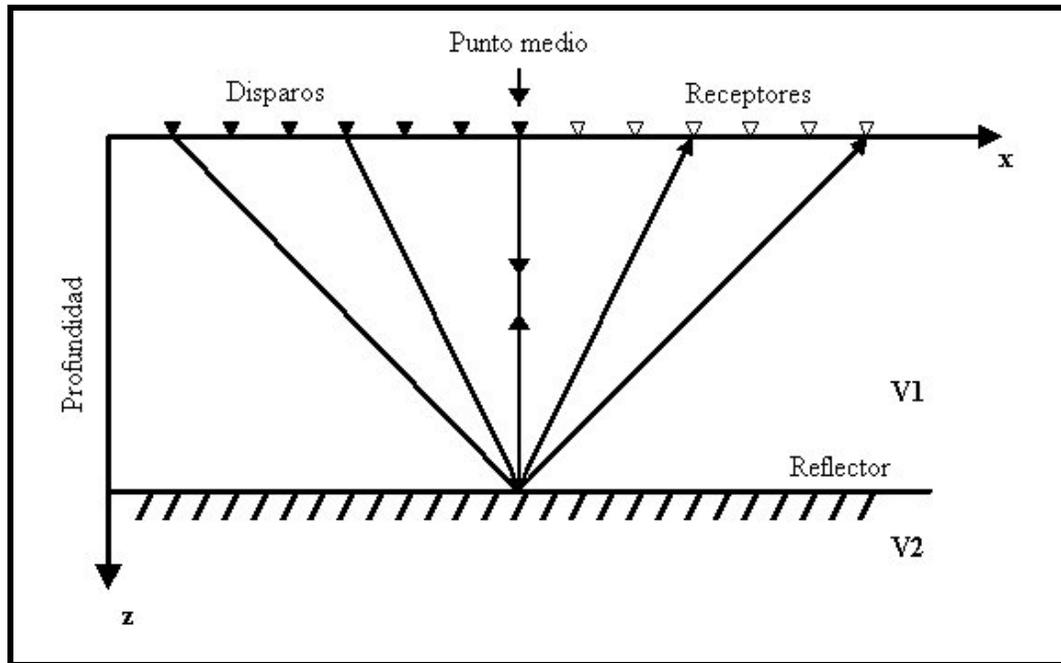
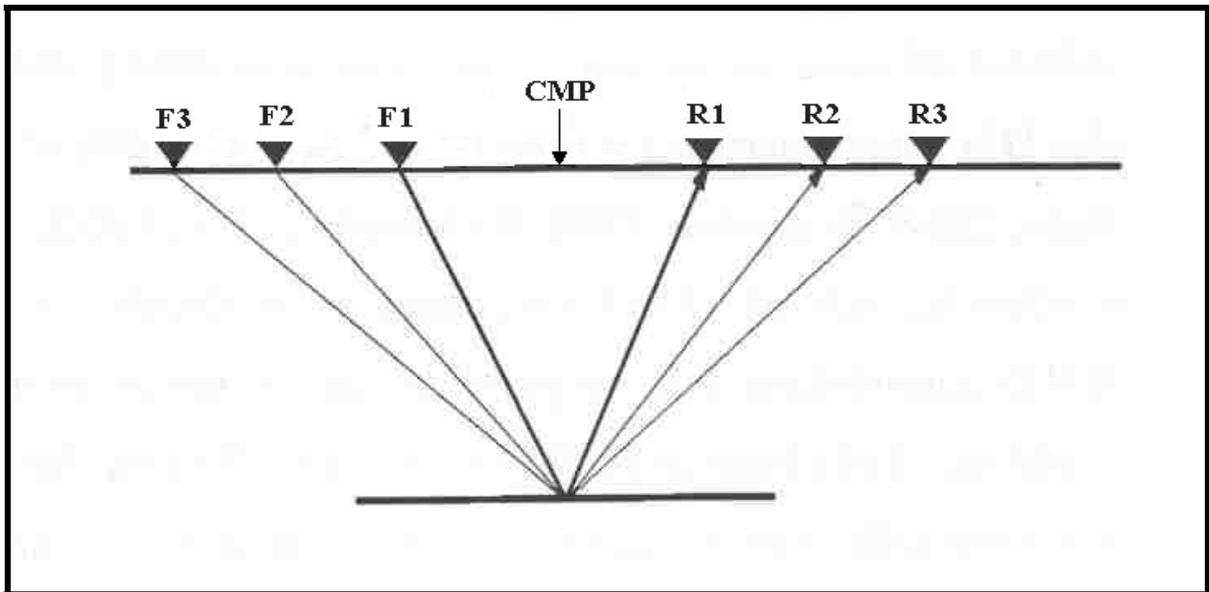
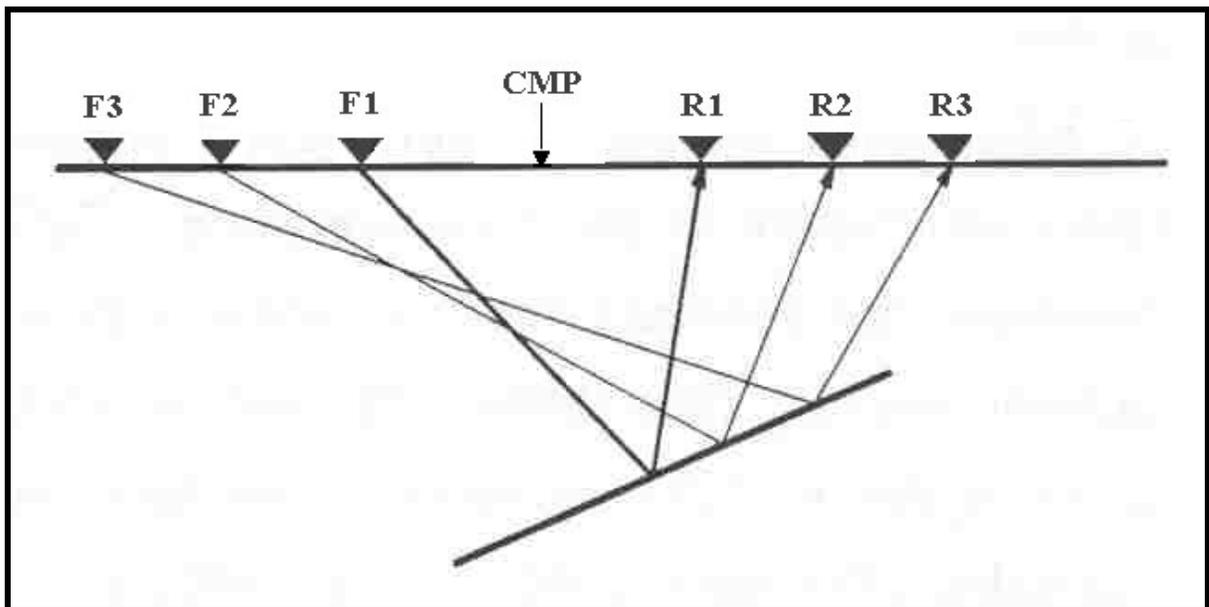


Figura 2. 5. Dominio del punto medio común (CMP). Se muestra la geometría correspondiente a una sección de punto medio común. En esta configuración a cada disparo es grabado por un receptor según lo indican las flechas. ( Tomada de Schneider (1984) )



(a)



(b)

Figura 2. 6 Geometría del dominio del punto medio común (CMP) para reflectores inclinados. (Tomada de Popovici (1995))

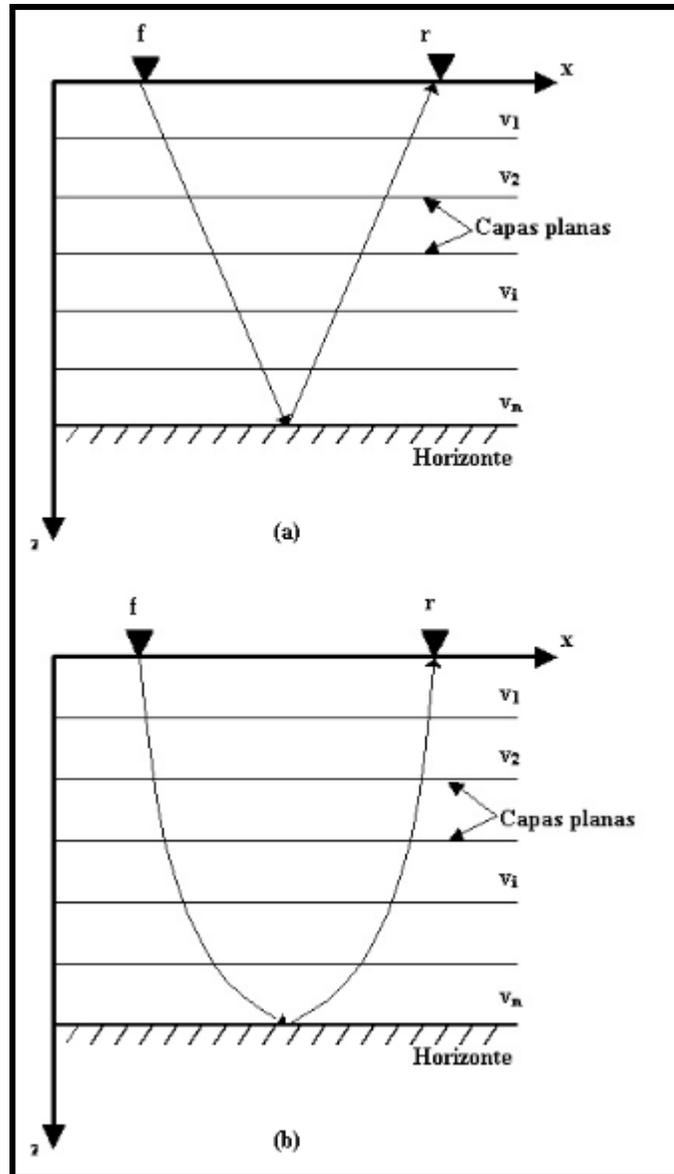


Figura 2. 7. Trayectoria de la reflexión sobre un horizonte para calcular la velocidad ponderada respecto al tiempo en (a) y la velocidad cuadrática media en (b).

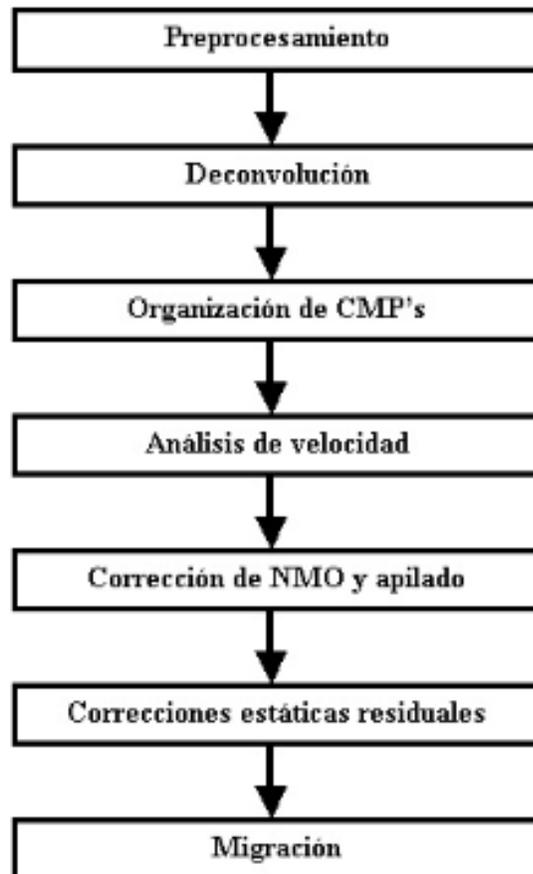


Figura 2. 8. Secuencia de procesamiento convencional de datos sísmicos.

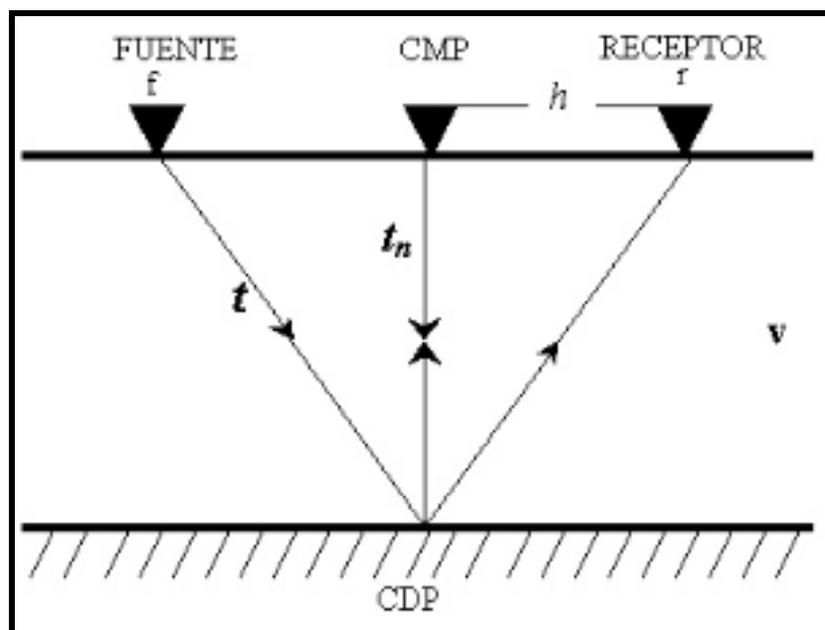
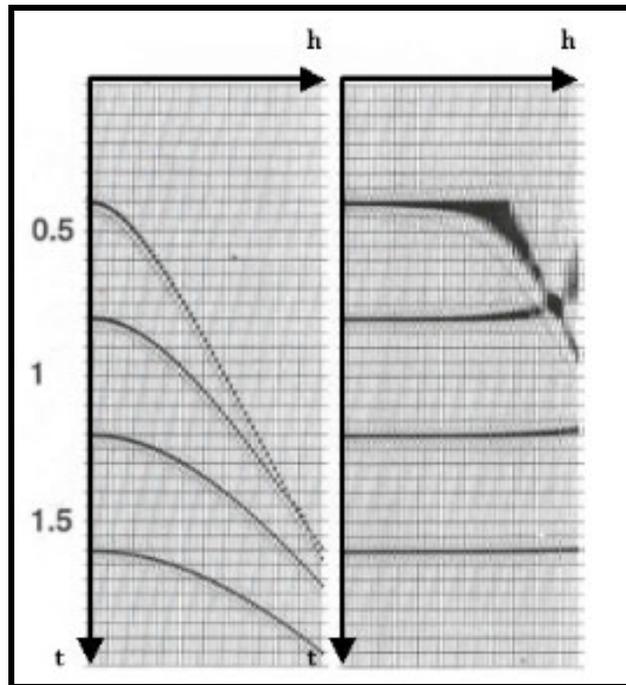
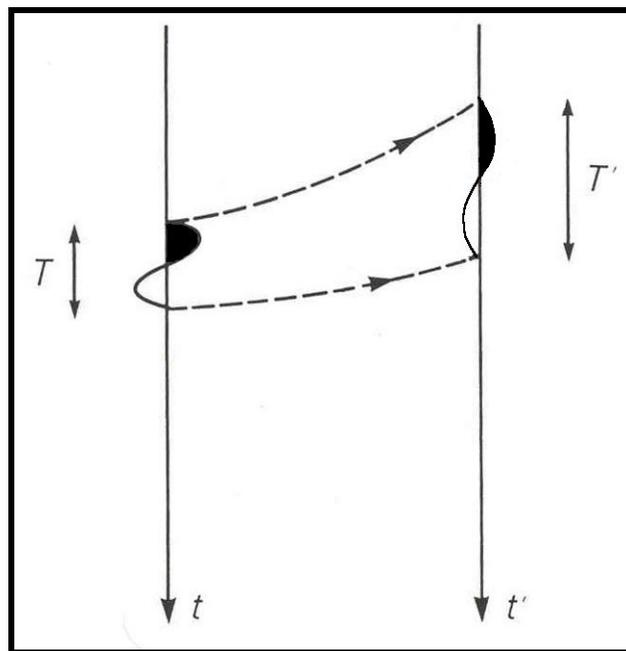


Figura 2. 9. Trayectoria de un rayo que incide sobre una interfase plana, en un medio de velocidad constante  $v$ , cuando la distancia  $f-s$  es  $2h$ , contra la seguida por un rayo para la distancia  $f-r$  nula; los tiempos involucrados son  $t$  y  $t_n$  respectivamente.



(a)



(b)

Figura 2. 10. Dilatación de la ondícula por NMO: (a) Sismograma antes (izquierda) y después (derecha) de la corrección por NMO. (b) Dilatación del período de la ondícula después de la corrección. ( $t$  está dado en segundos). (Tomado de Yilmaz, 1997)

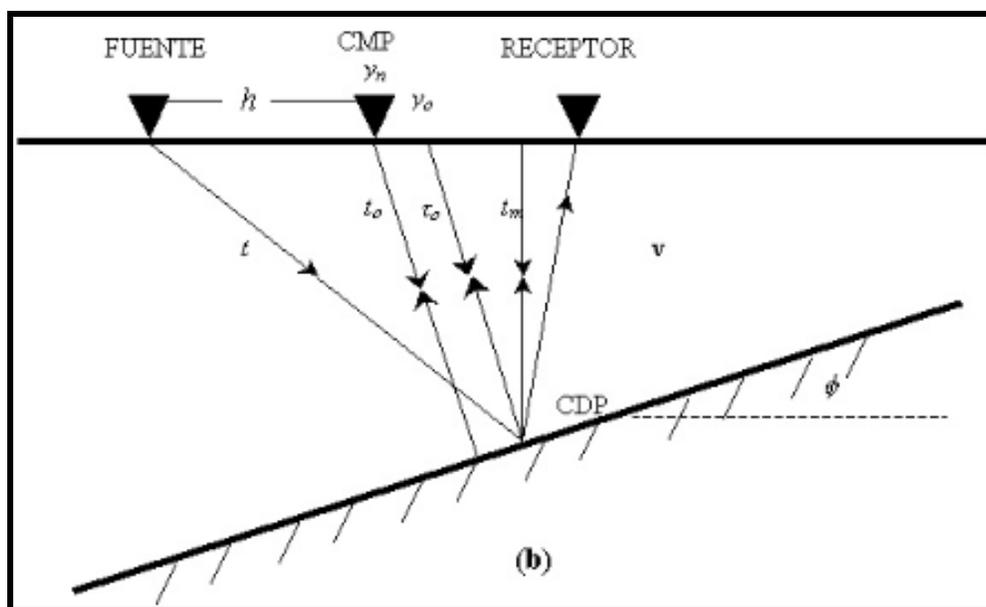
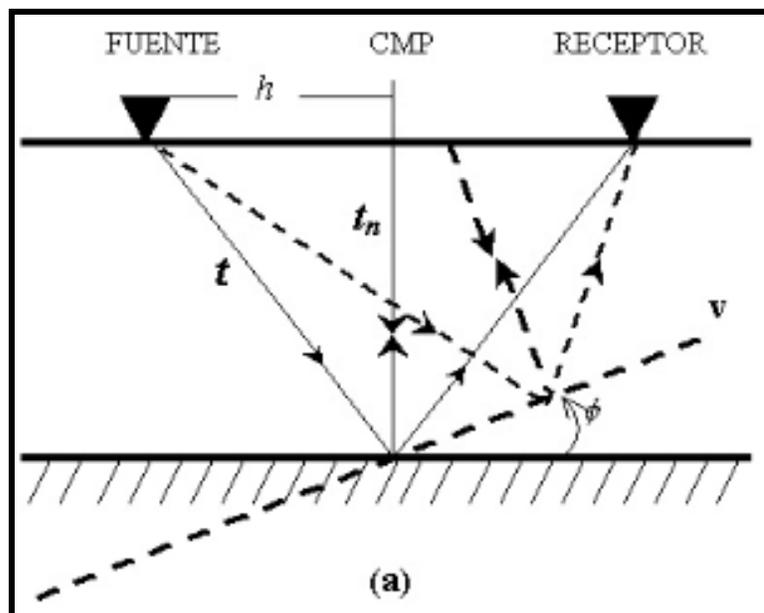


Figura 2. 11. Trayectoria de un rayo que incide sobre una interfase inclinada, con un buzamiento  $\phi$ , a través de un medio de velocidad  $v$ : en (a) se ilustra el cambio de dirección que experimentan los rayos al incluir una inclinación  $\phi$  en la interfase; y en (b) se ilustra la trayectoria de los rayos cuando la distancia f-r es  $2h$ , para distancia f-r nula, para incidencia normal sobre el CDP y la trayectoria vertical sobre el CDP. A estas trayectorias corresponden los tiempos  $t$ ,  $t_o$ ,  $\tau_o$  y  $t_m$  respectivamente.

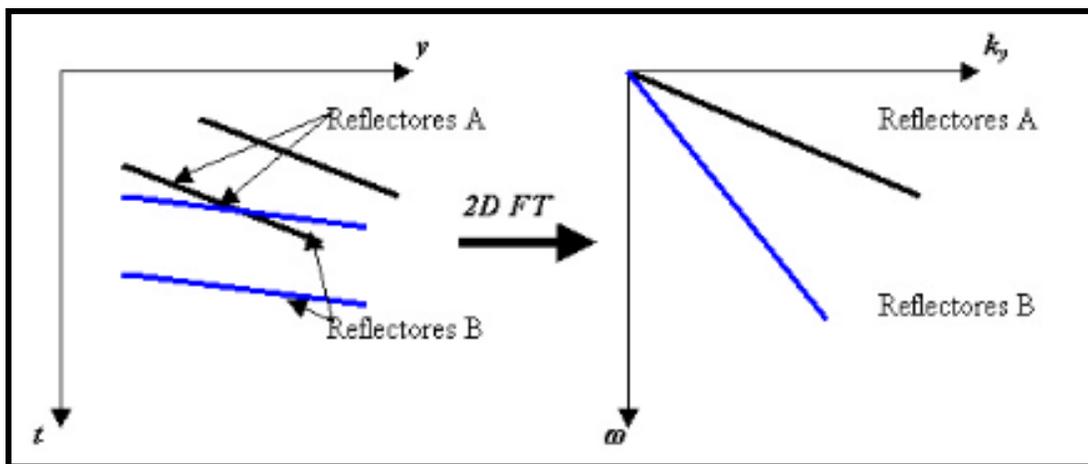
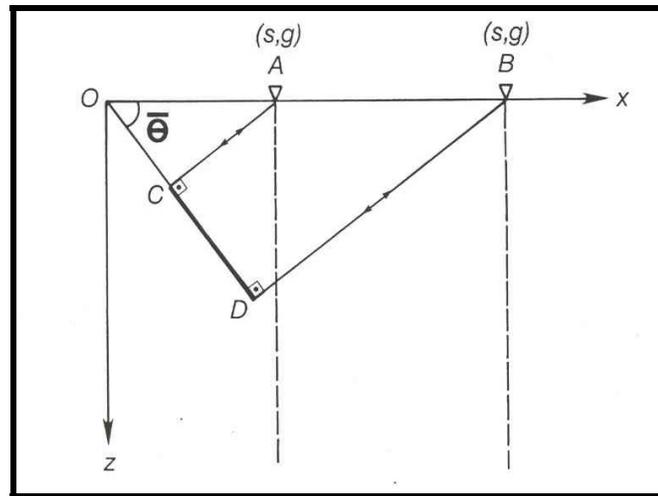
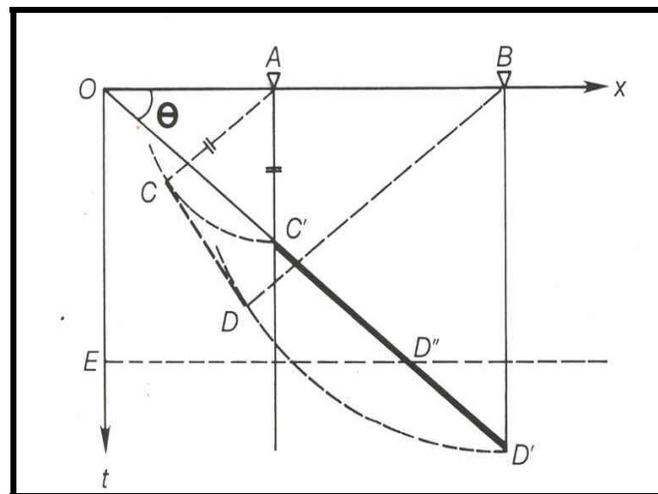


Figura 2. 12. Reflectores aplicados en el dominio de Fourier. Nótese que en el las coordenadas punto medio-tiempo ( $y,t$ ) los reflectores que son paralelos entre si, se aplican en el dominio n° de onda-frecuencia como una sola línea inclinada respecto a la dirección de  $k_y$ , la cual se engendra en el origen.(Tomada de Hale (1985)).



(a)



(b)

Figura 2. 13. Migración teórica de una interfase plana. (a) Modelo en profundidad con trayectoria de incidencia normal sobre una interfase inclinada CD. (b) Sección de distancia f-r nula C'D' y sección migrada CD. (Tomada de Yilmaz (1987))

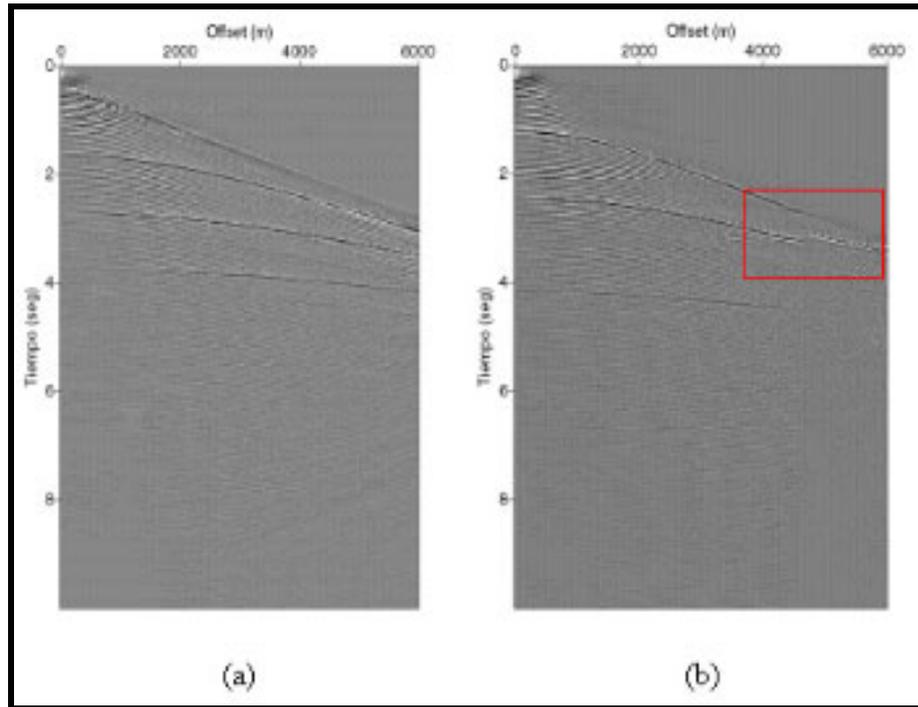


Figura 2. 14. Reflexiones no hiperbólicas. Comparación entre sismogramas con reflexiones hiperbólicas (a) y (b) reflexiones no hiperbólicas, señalando el cambio con el cuadro rojo.

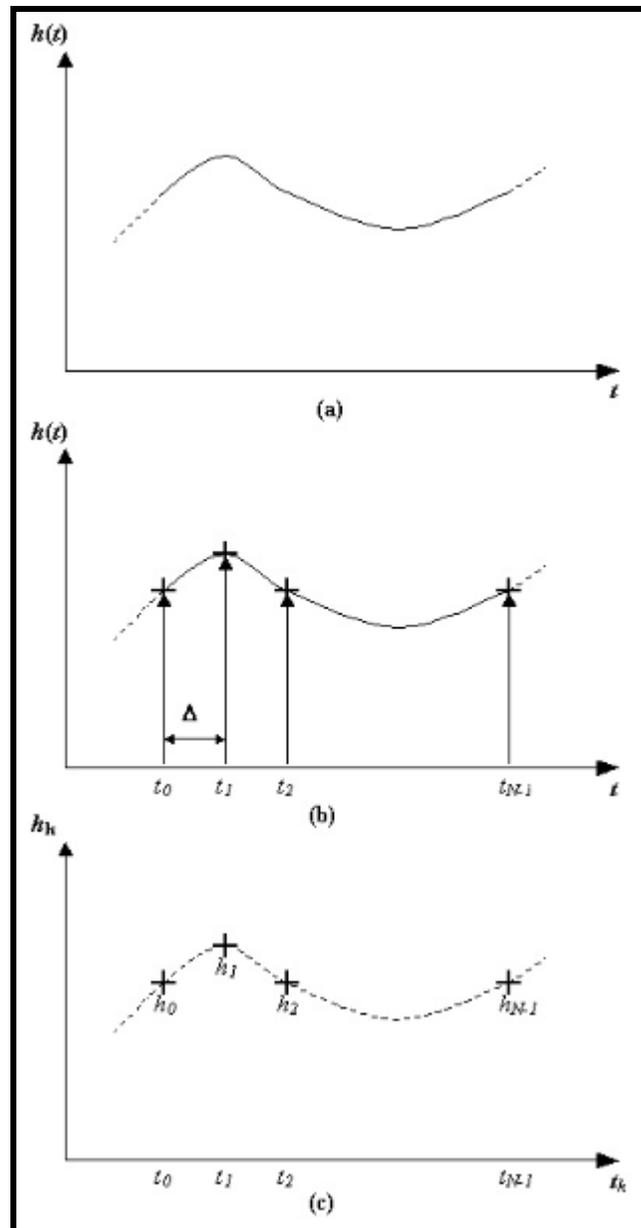


Figura 2. 15. Función discreta. (a) Muestra una función  $h(t)$  continua. (b) Muestra la discretización en el intervalo  $\Delta$  para  $N-1$  puntos. (c) Función  $h(t)$  de forma discreta.

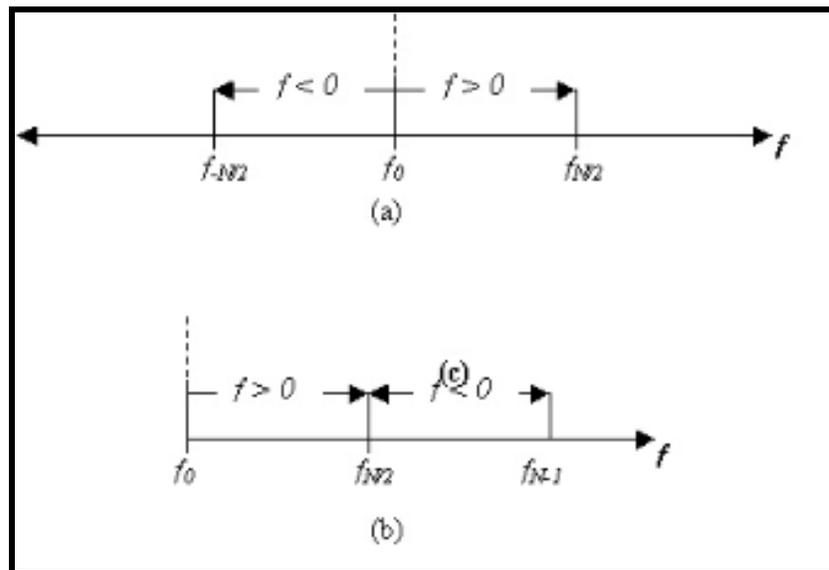


Figura 2. 16. Distribución de las frecuencias para la transformada de Fourier discreta. (a) Muestra el rango de frecuencias. (b) muestra el rango de frecuencias distribuidos según el número de muestras.

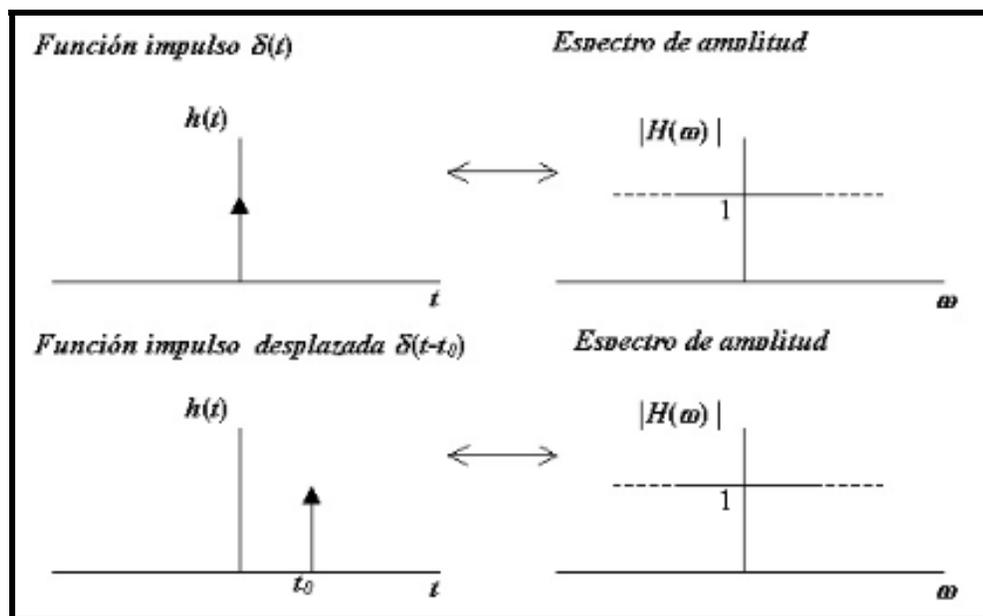


Figura 2. 17 Espectro de amplitud para la función impulso.

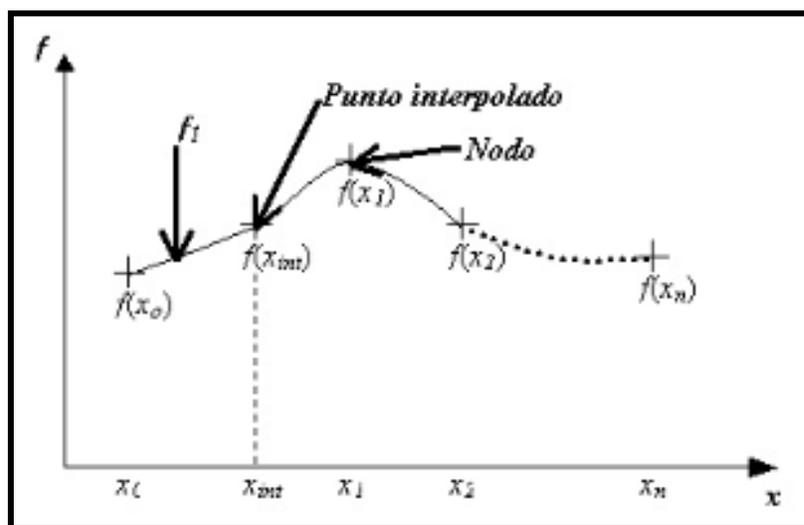


Figura 2. 18. Elementos de una función discreta para la interpolación spline cúbico.  $f_1$  es el polinomio cúbico correspondiente al intervalo  $(x_0, x_1)$ .

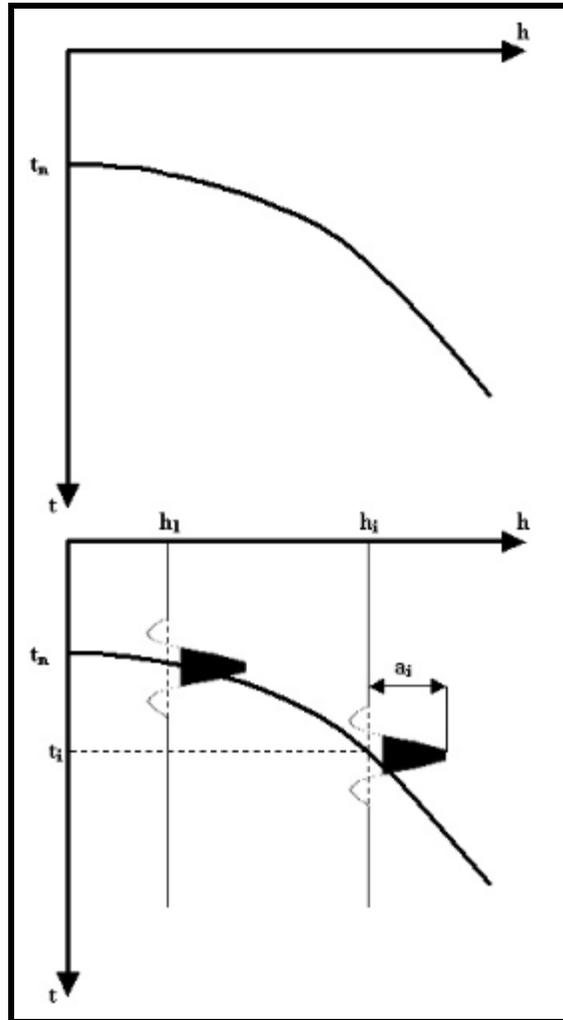


Figura 3. 1. Hipérbola de reflexión para un CMP común. En la Figura (a) se muestra la hipérbola de reflexión con vértice en  $t_n$ . En la Figura (b) se muestra el trazado de la hipérbola sobre el sismograma.  $t_i$  es el tiempo de reflexión para una distancia f-r  $h_i$ , y a este par le corresponde una amplitud en el sismograma de  $a_i$ .

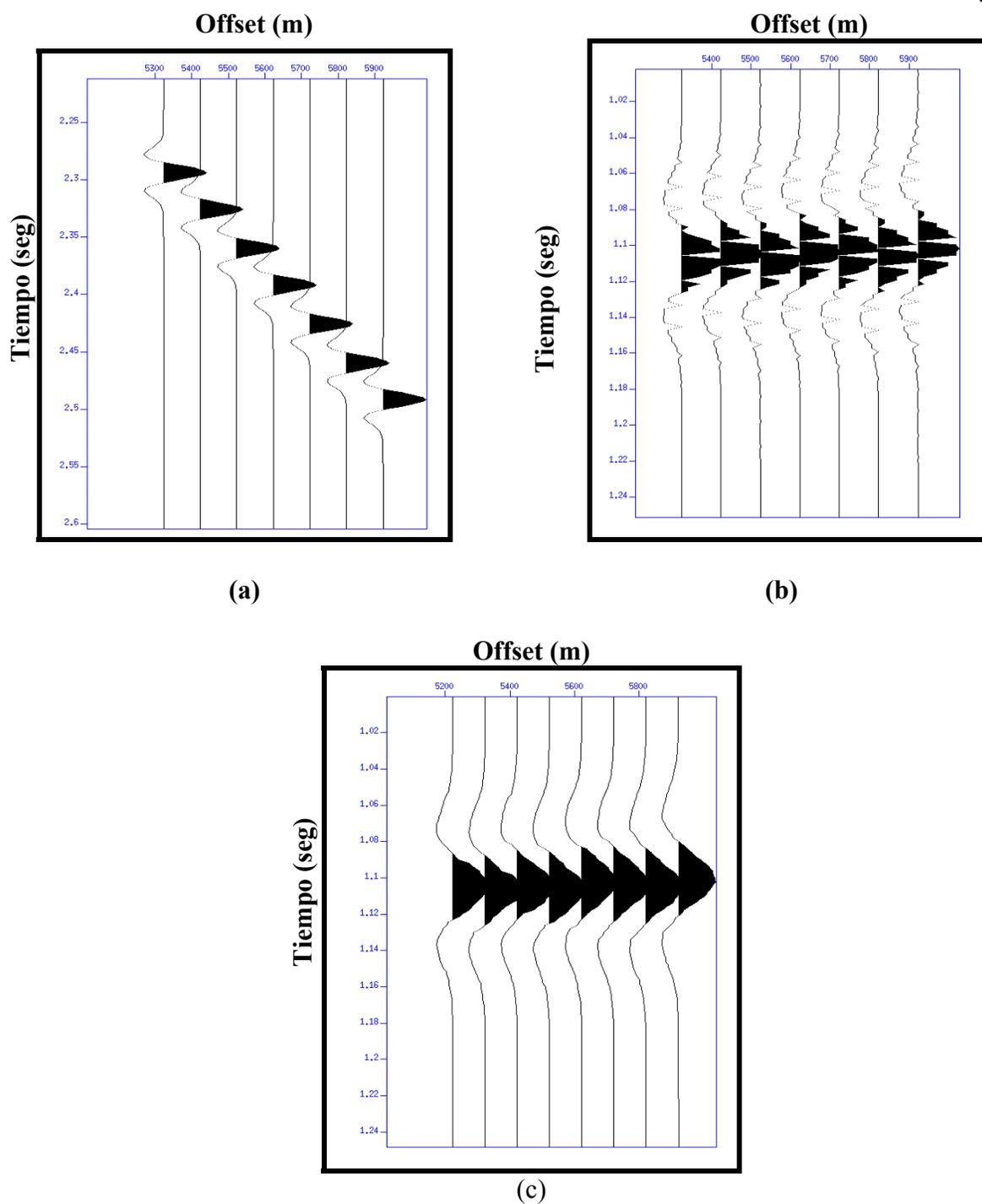


Figura 3. 2 Efectos de la interpolación por *SPLINECUBIC*. En (a) se ilustra un conjunto de trazas correspondientes a una sección de punto medio común, entre 5300 y 6000 metros de distancia f-r. En (b) se muestra la salida de *NMOCMPDOM* sin la interpolación de las trazas, es decir, desactivando *SPLINECUBIC*. En (c) se muestra la salida de *NMOCMPDOM* al activar *SPLINECUBIC*.

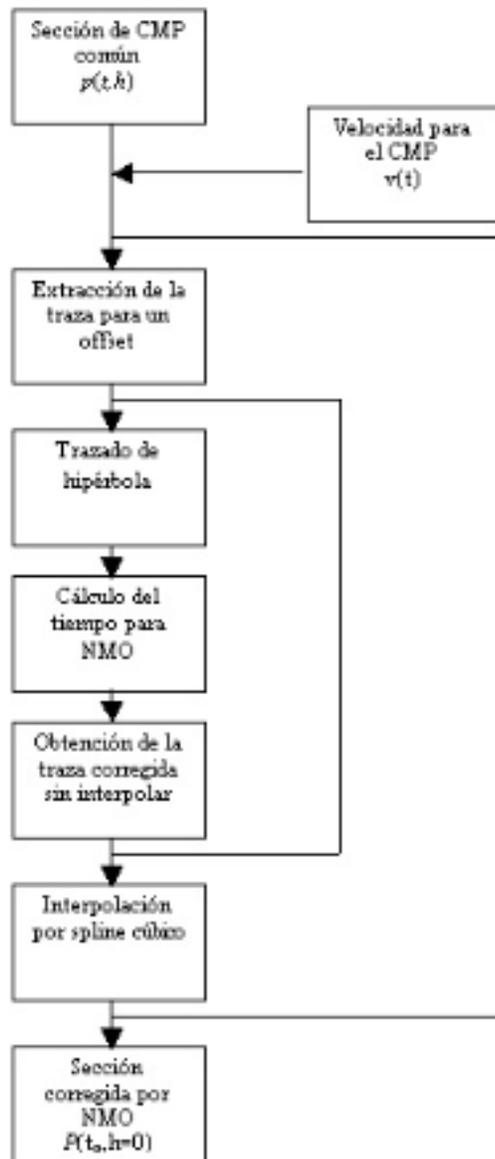


Figura 3. 3. Diagrama de flujo para NMO-CMP-DOM. La sección de CMP común y la velocidad en función del tiempo conforma la información de entrada. El trazado de la hipérbola se refiere al cálculo de los tiempos de reflexión y registro de la amplitud de las trazas.

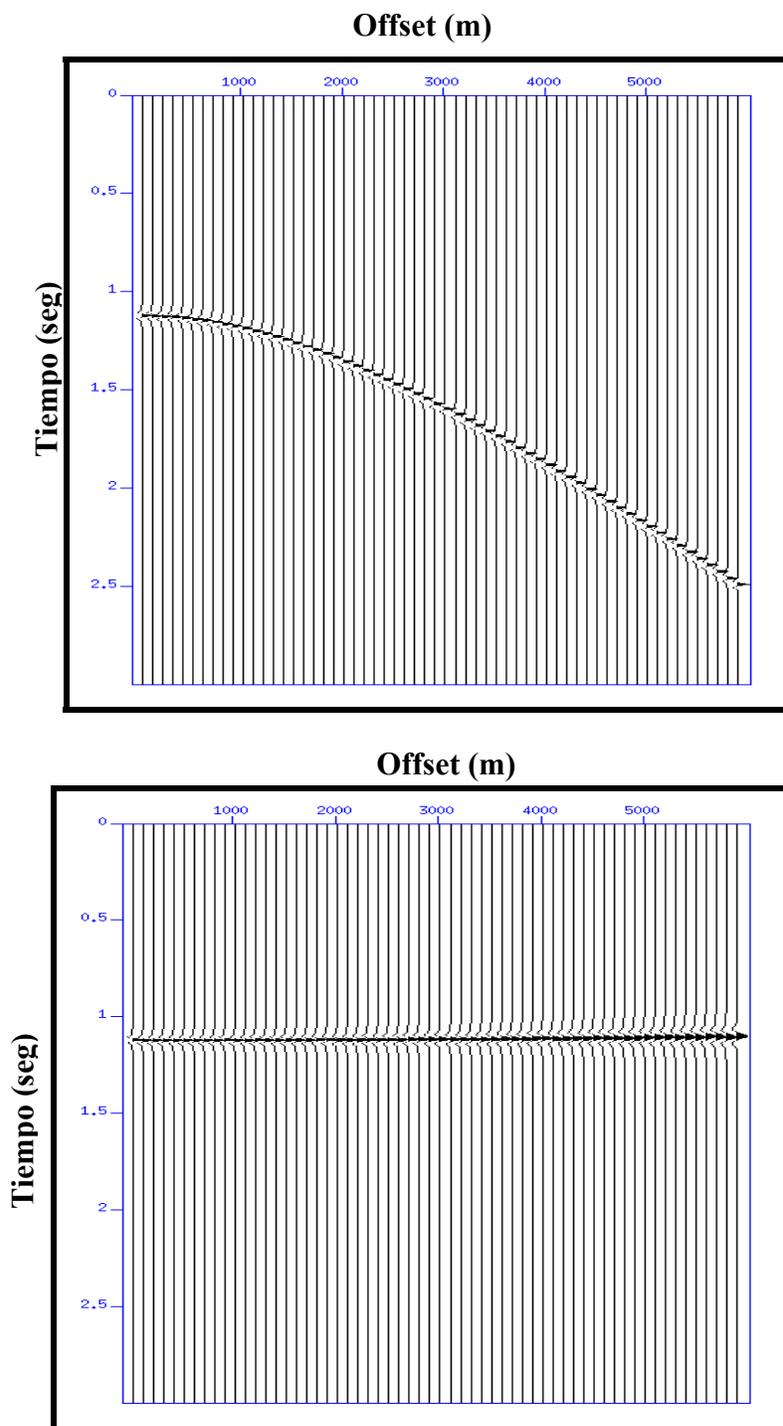


Figura 3. 4. Corrección de NMO para una sección de punto medio común mediante *NMOCMPDOM*. Arriba se muestra la sección de punto medio común que entra a *NMOCMPDOM* con un distancia f-r máxima de 6000 metros. Abajo se muestra la sección corregida por NMO. Nótese la distorsión de la ondícula para las distancias f-r mayores.

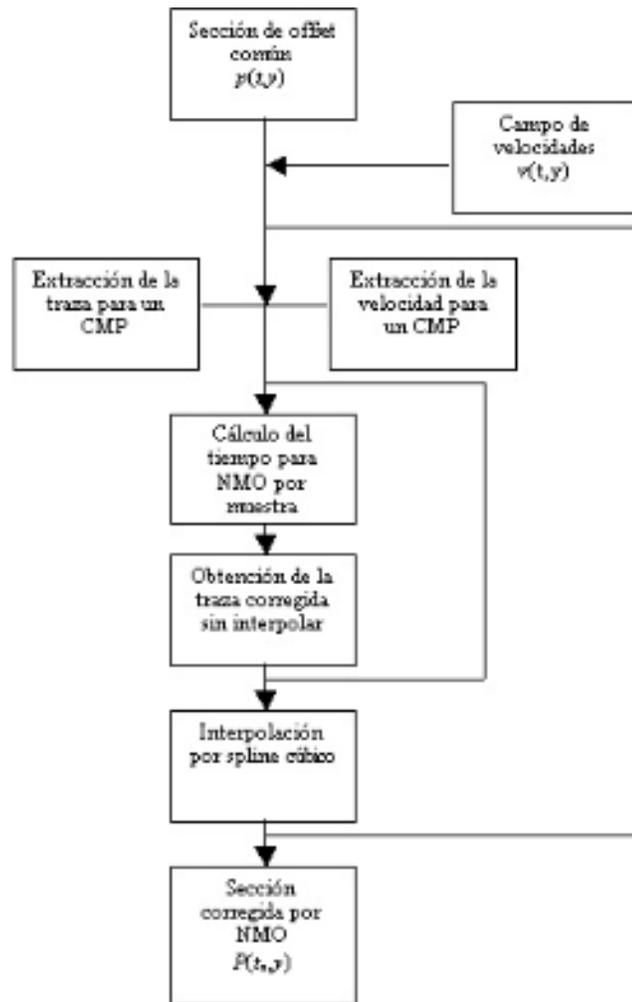


Figura 3. 5. Diagrama de flujo para NMOOFDOM. La sección de distancia f-r común y la velocidad en función del tiempo y del CMP conforman la información de entrada.

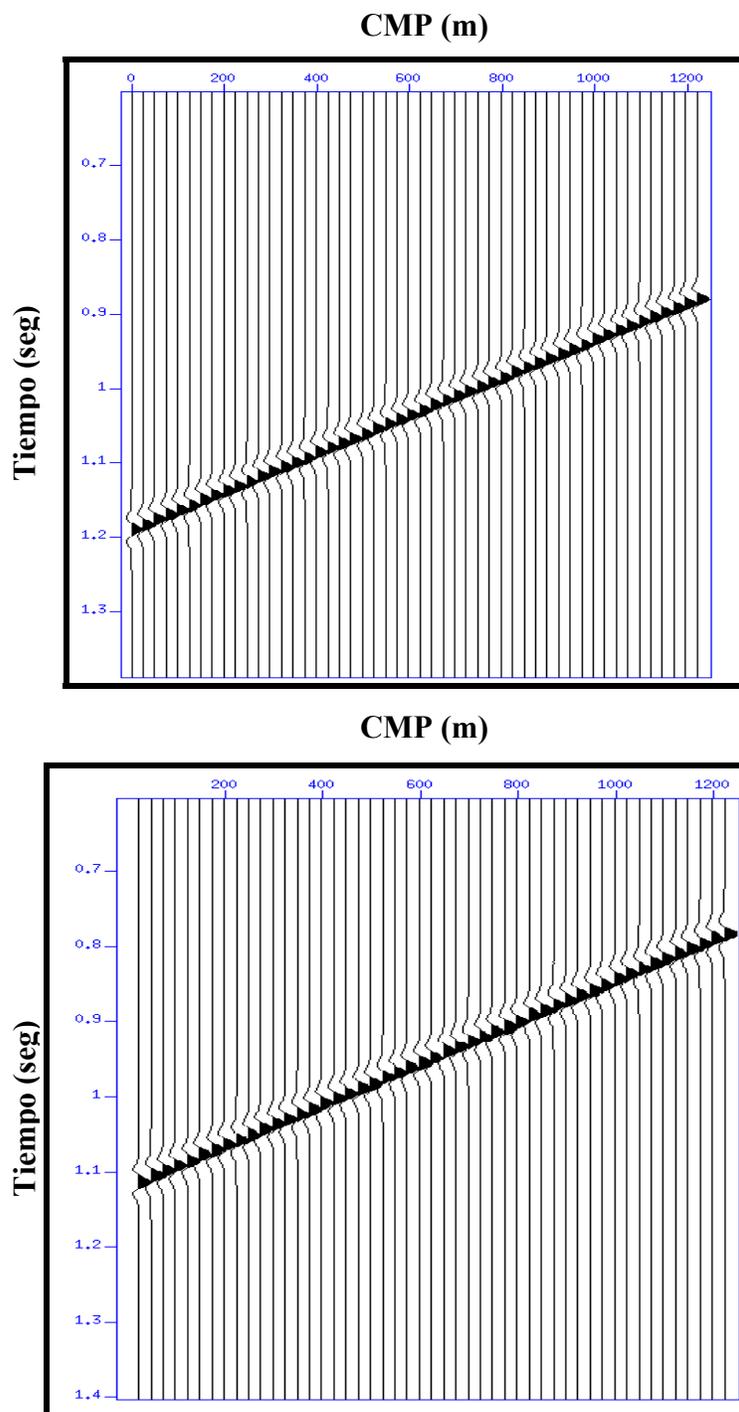


Figura 3. 6. Corrección de NMO para una sección de distancia f-r común mediante NMOOFDOM. Arriba se muestra la sección de distancia f-r común que entra a NMOOCMPDOM con un distancia f-r de 1000 metros para un reflector buzante en un medio de velocidad constante de 2500 m/seg. Abajo se muestra la sección corregida por NMO. En este caso la dispersión no es apreciable, sin embargo, es constante ya que ésta, depende de la distancia f-r.

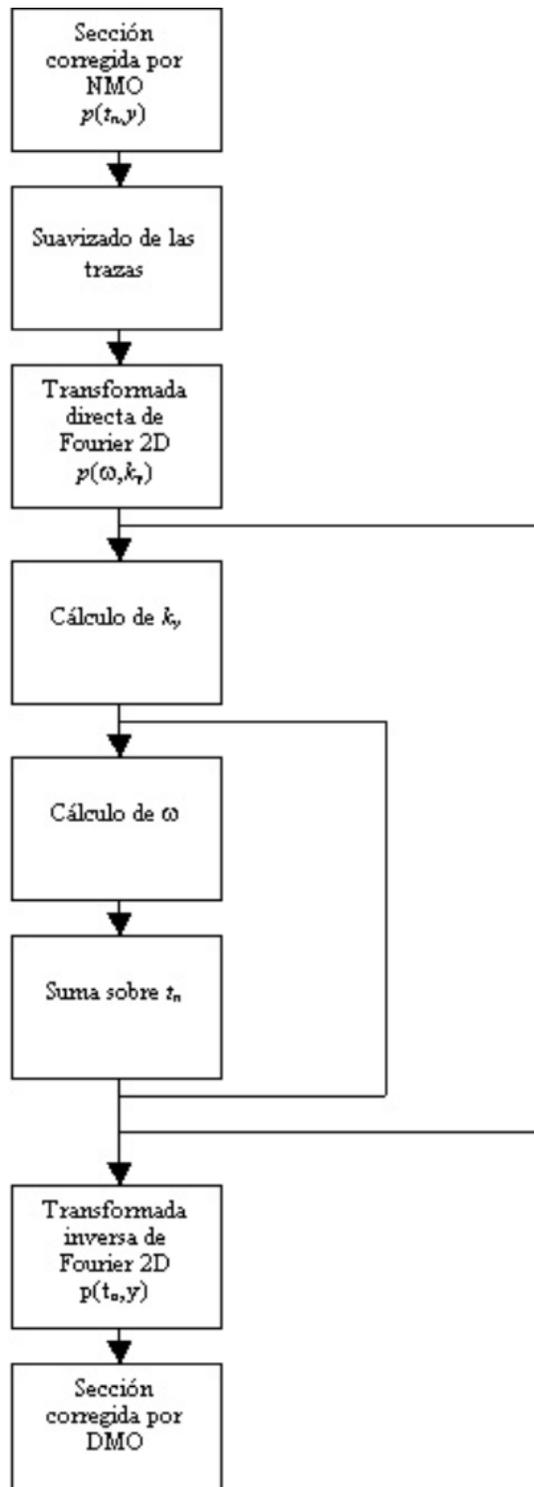


Figura 3. 7. Diagrama de flujo para DMOOFDOM. En este algoritmo la entrada es la sección de distancia f-r común corregida por NMO. Nótese que cada valor de  $k_y$  y  $\omega$  hay una suma sobre  $t_n$ .

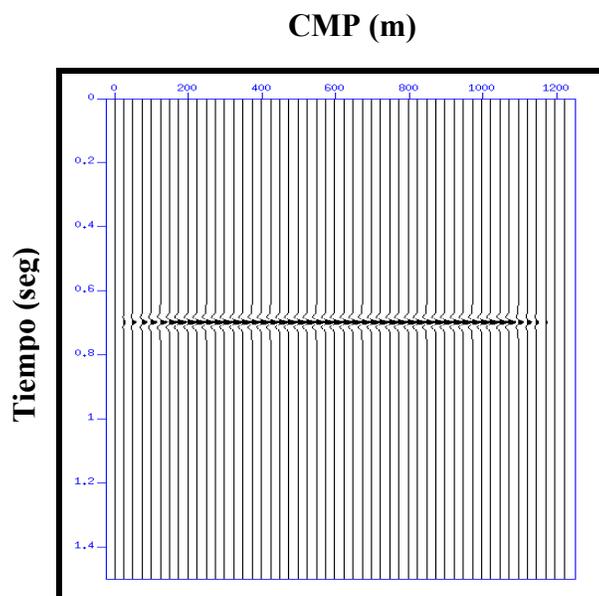
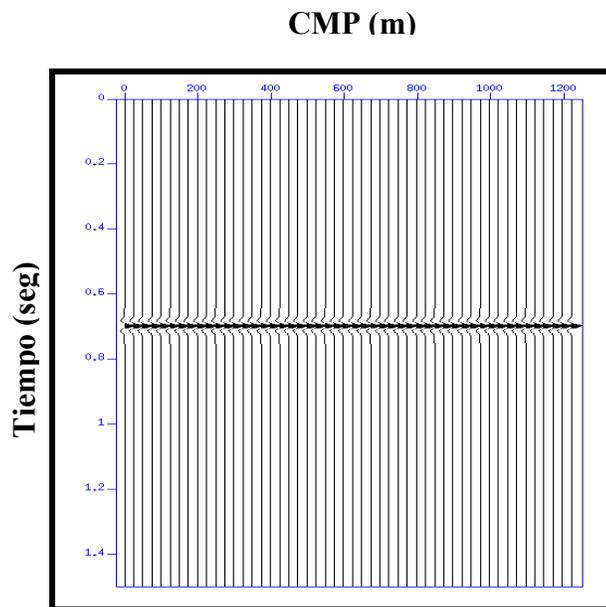


Figura 3. 8. Efecto del suavizado en un sismograma. En este caso el suavizado se realizó para diez trazas en los extremos.

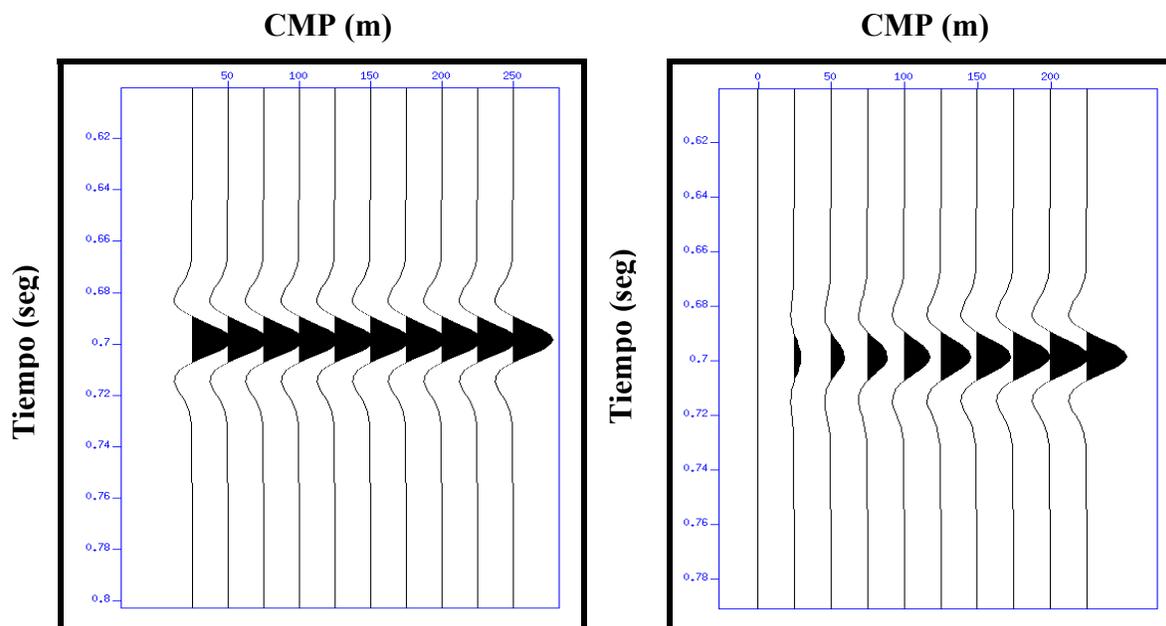


Figura 3. 9. Salida del HANN SIN. Ampliación en las diez primeras trazas de la Figura 3.8. Nótese como la primera traza es totalmente anulada y el efecto se hace progresivo hasta la traza número 10.

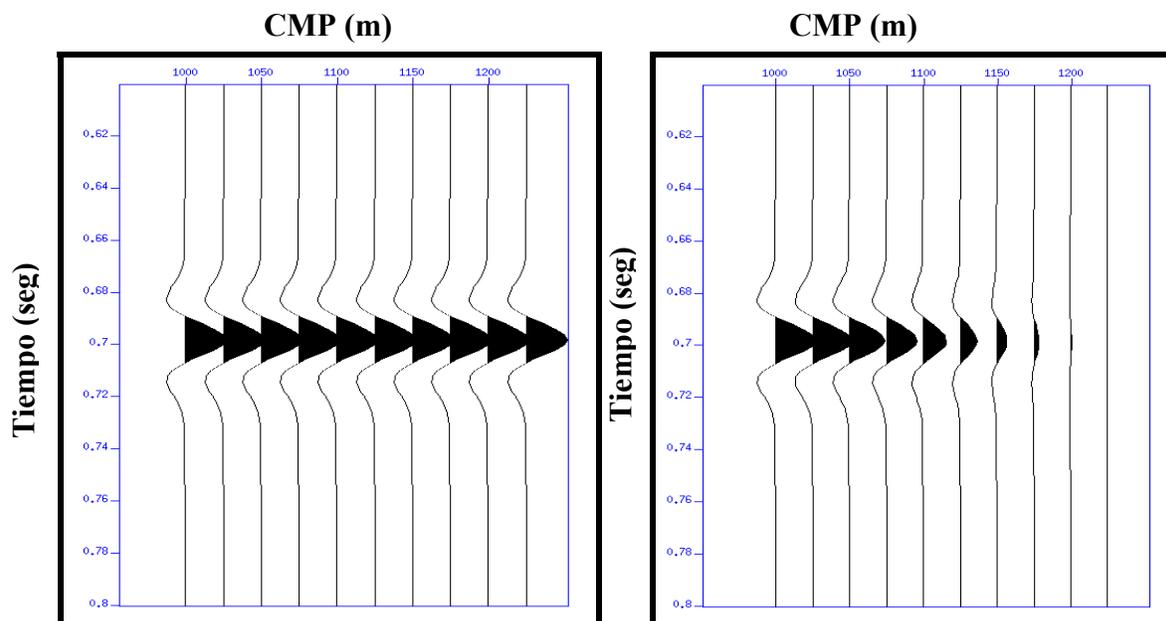


Figura 3. 10. Salida del HANN COS. Ampliación en las diez últimas trazas de la Figura 3.8. Nótese como la primera traza no es afectada y las amplitudes se van reduciendo hasta anularse en la última traza

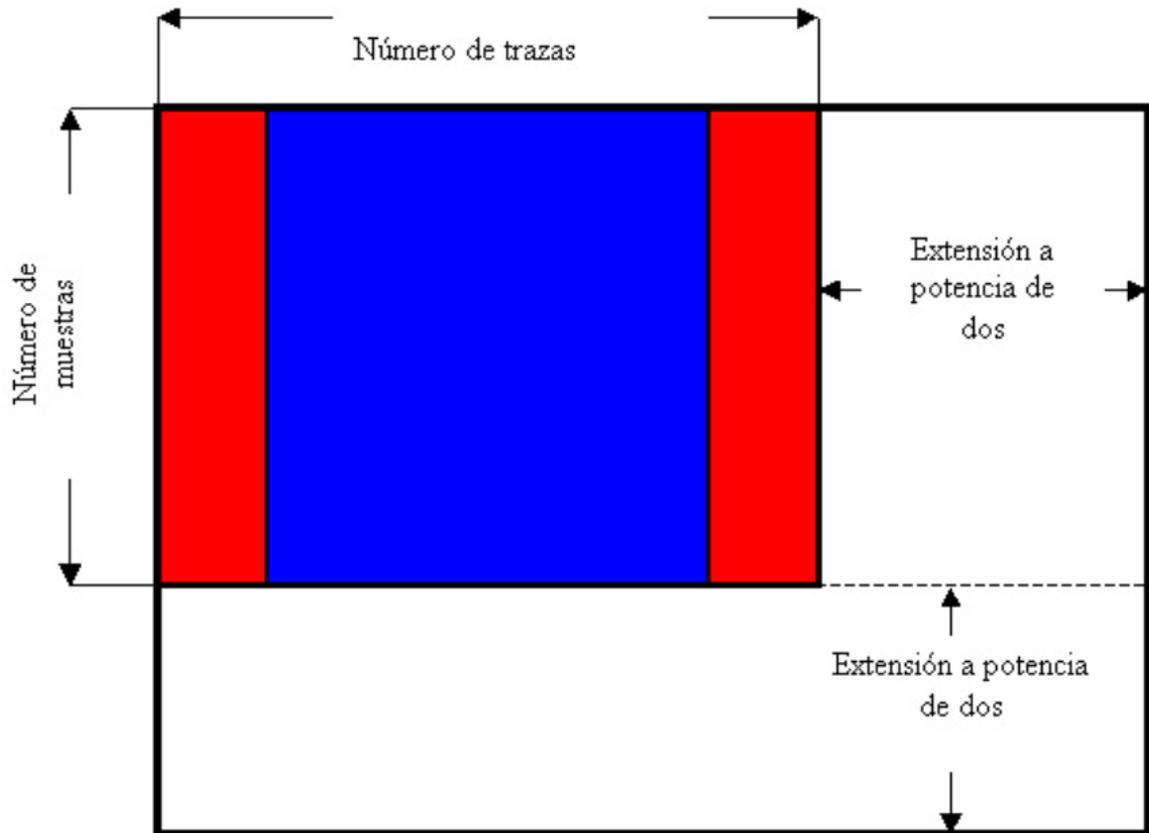


Figura 3. 11. Esquema de la matriz de dos dimensiones de entrada a *DMOOFDOM*. La zona que se encuentra coloreada representa las trazas y muestras de la sección de distancia f-r común. En la zona roja se encuentran las trazas que han sido suavizadas. La zona en blanco representa las trazas que se han adicionado para que las dimensiones de la matriz sean potencia de dos.

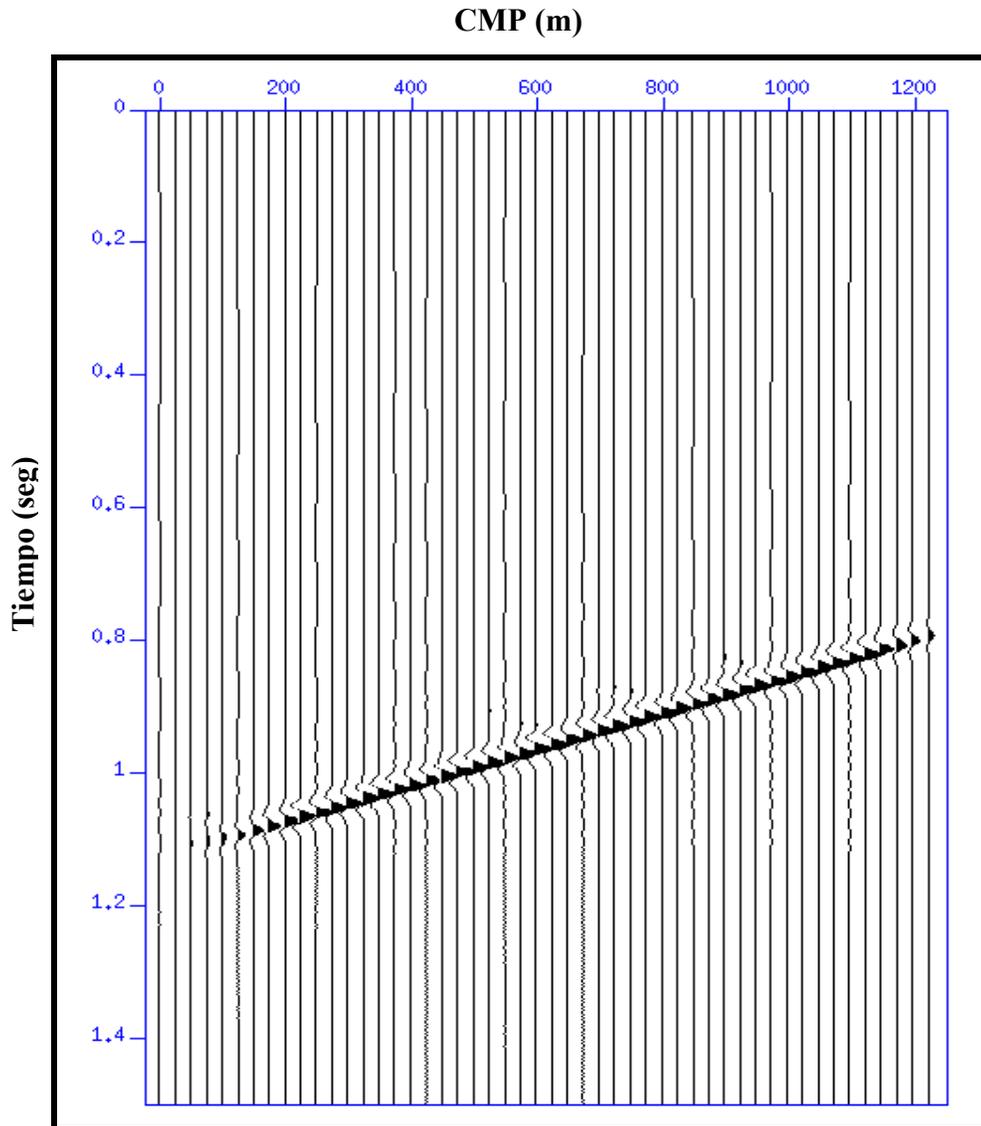


Figura 3. 12. Sismograma de un reflector inclinado corregido por DMO mediante DMOOFDOM. Nótese el efecto del suavizado en los extremos y el desplazamiento  $y_0$  de las trazas por efecto del buzamiento.

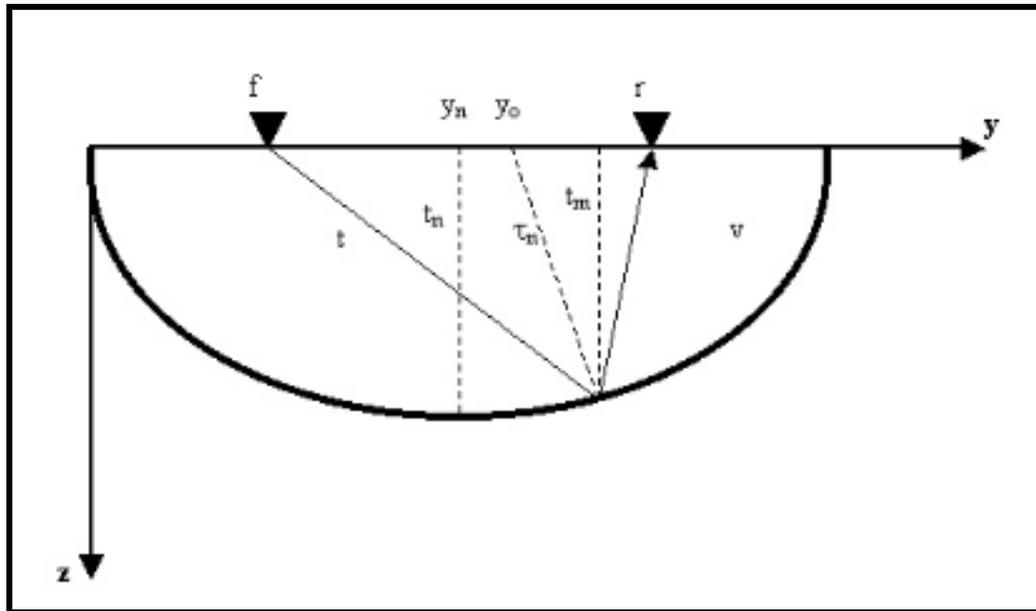


Figura 3. 13. Reflector elíptico en un medio de velocidad constante  $v$ . La fuente y el receptor se ubican en los focos,  $y_n$  representa el punto medio y  $y_o$  el punto en superficie desde donde ocurre la reflexión normal. Se señalan las trayectorias correspondientes a cada tipo de sección para generar un impulso.  $t$  es el tiempo de reflexión ida y vuelta desde la fuente al receptor, y es igual para cada punto del receptor;  $t_n$  es el tiempo corregido por NMO,  $\tau_o$  es el tiempo corregido por DMO y  $t_m$  es el tiempo que resulta de una migración.

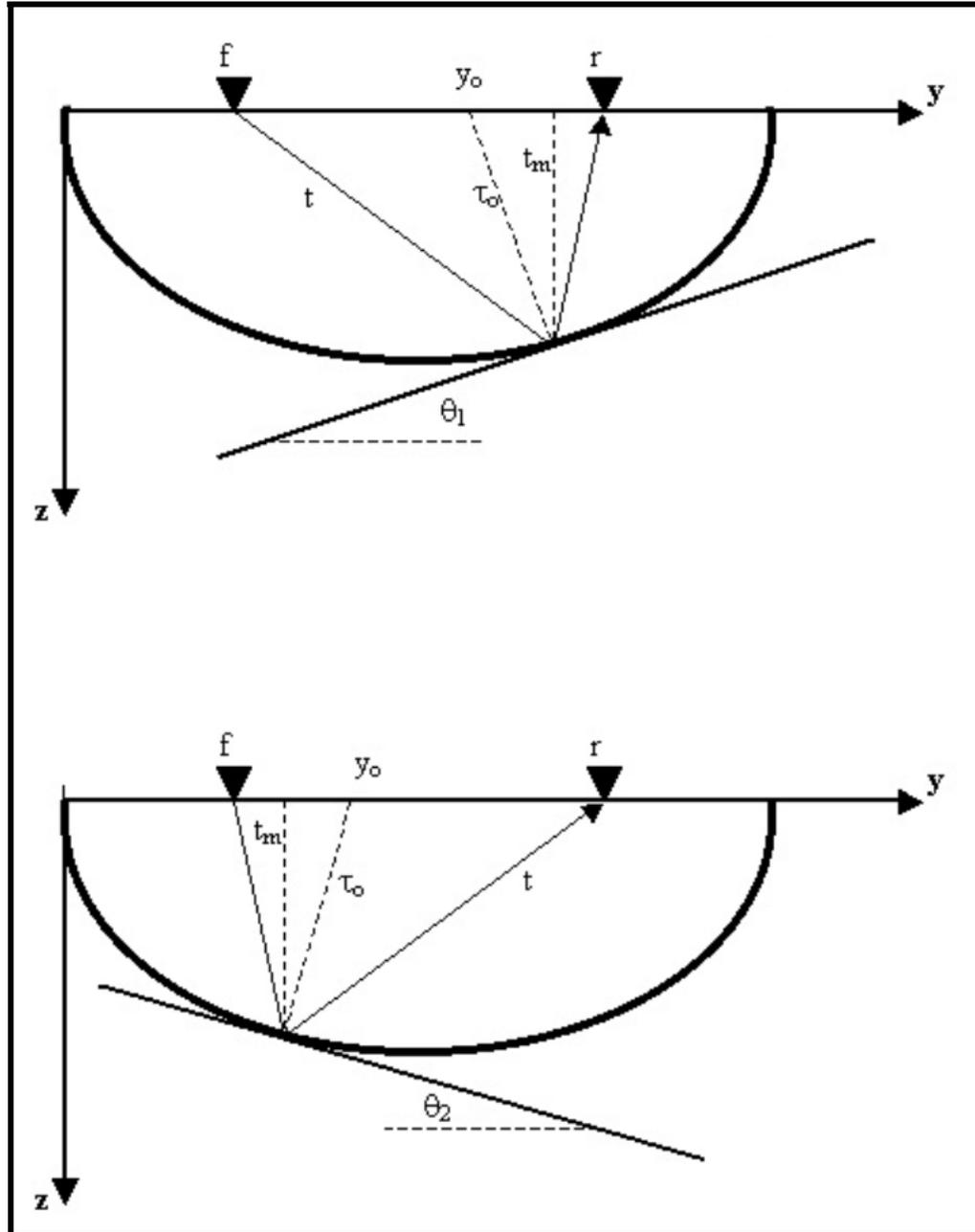


Figura 3. 14. Distintos punto de reflexión para un reflector elíptico. La reflexión para ambos puntos ocurre al mismo tiempo  $t$ , sin embargo, en la figura superior se estudian las correcciones de igual manera que para un reflector plano de buzamiento  $\theta_1$ , y en la figura inferior para uno de buzamiento  $\theta_2$ . De esta manera un impulso representa la reflexión para todos los ángulos de buzamiento.

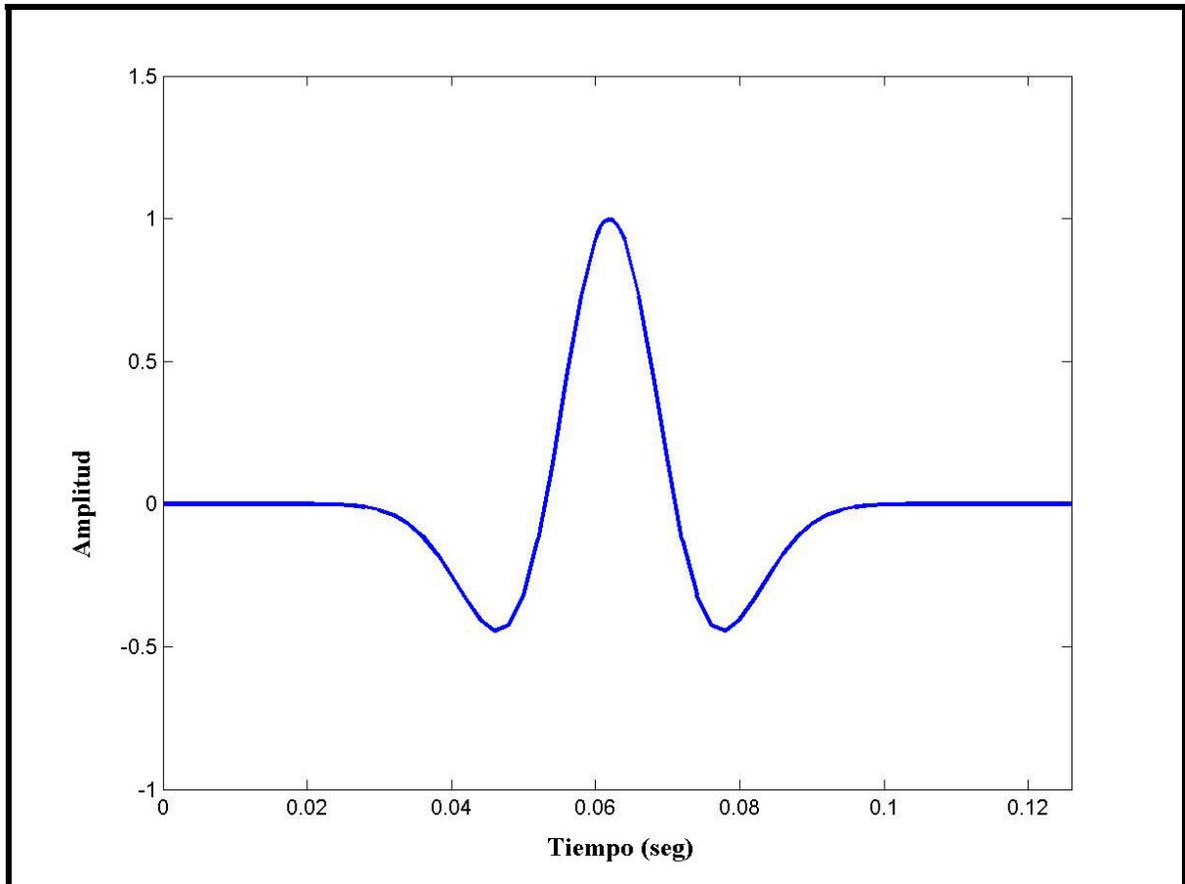
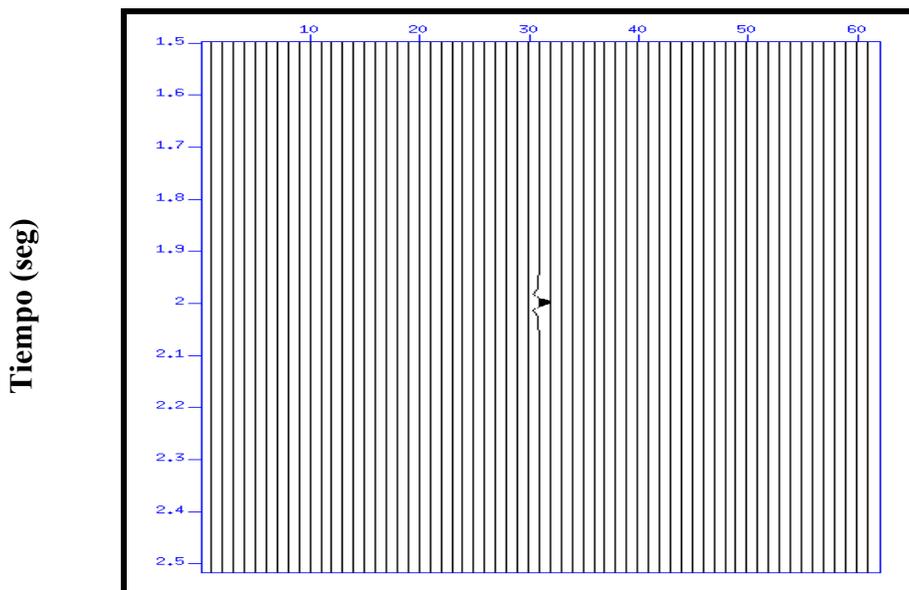


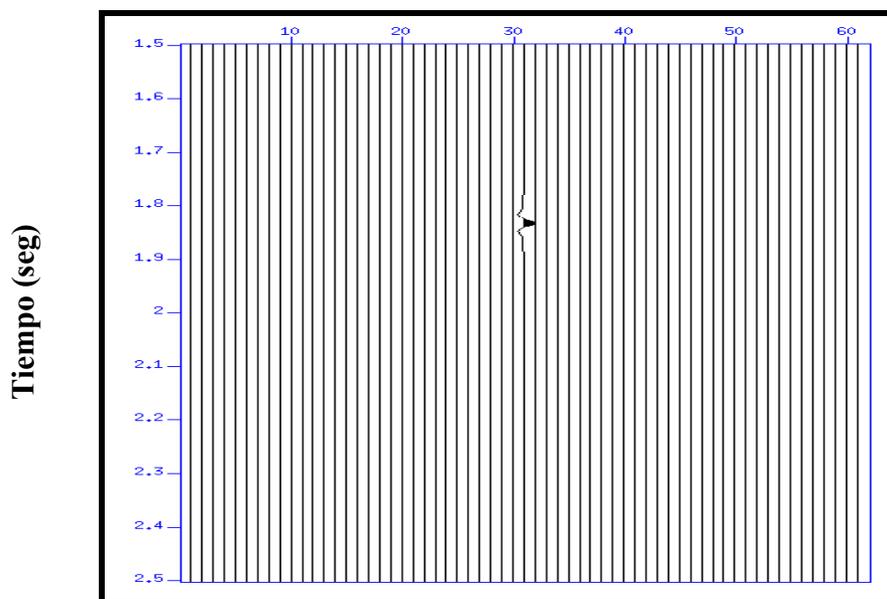
Figura 3. 15. Ondícula de Ricker convolucionada para generar los sismogramas sintéticos mostrados y el impulso. La ondícula fue calculada para 64 muestras en tiempo con intervalo de muestreo cada 2 milisegundos; la máxima amplitud de 1 y la frecuencia de 25 Hertz.

## Trazas



(a)

## Trazas



(b)

Figura 3. 16. Sismogramas sintéticos del impulso. La Figura (a) representa el sismograma para el tiempo  $t$  del reflector elíptico. La Figura (b) es el sismograma corregido por NMO utilizando NMOOFDOM y representa el tiempo  $t_n$  en el reflector elíptico. El sismograma posee 61 trazas que equidistan 33.33 metros. La distancia f-r es de 2000 metros.

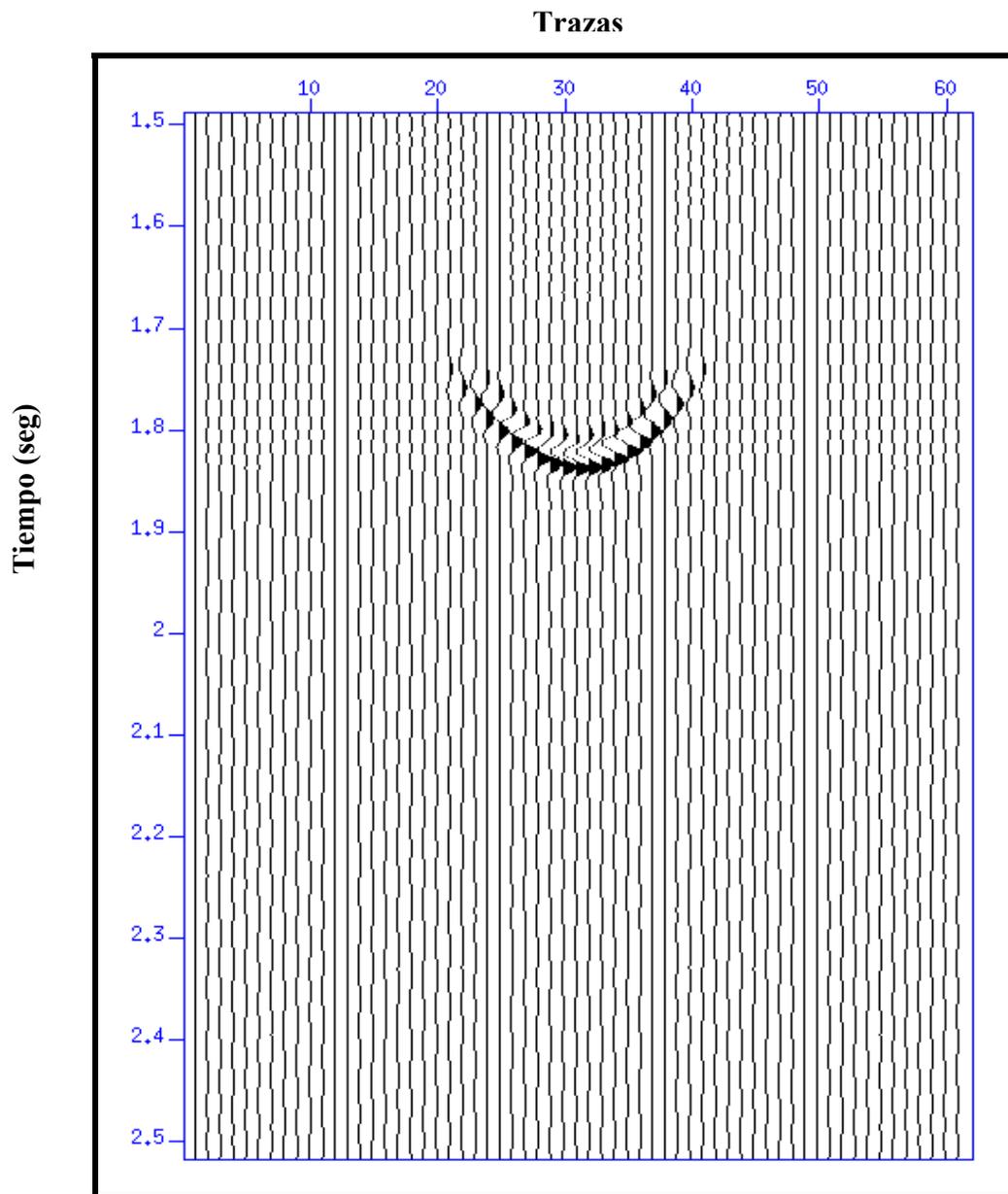


Figura 3. 17. Respuesta impulso de DMO mediante *DMOOFDOM*. Cada traza representa una posición  $y_0$ , tal y como se muestra en el reflector elíptico y cada pico de amplitud representa el tiempo  $\tau_0$ .

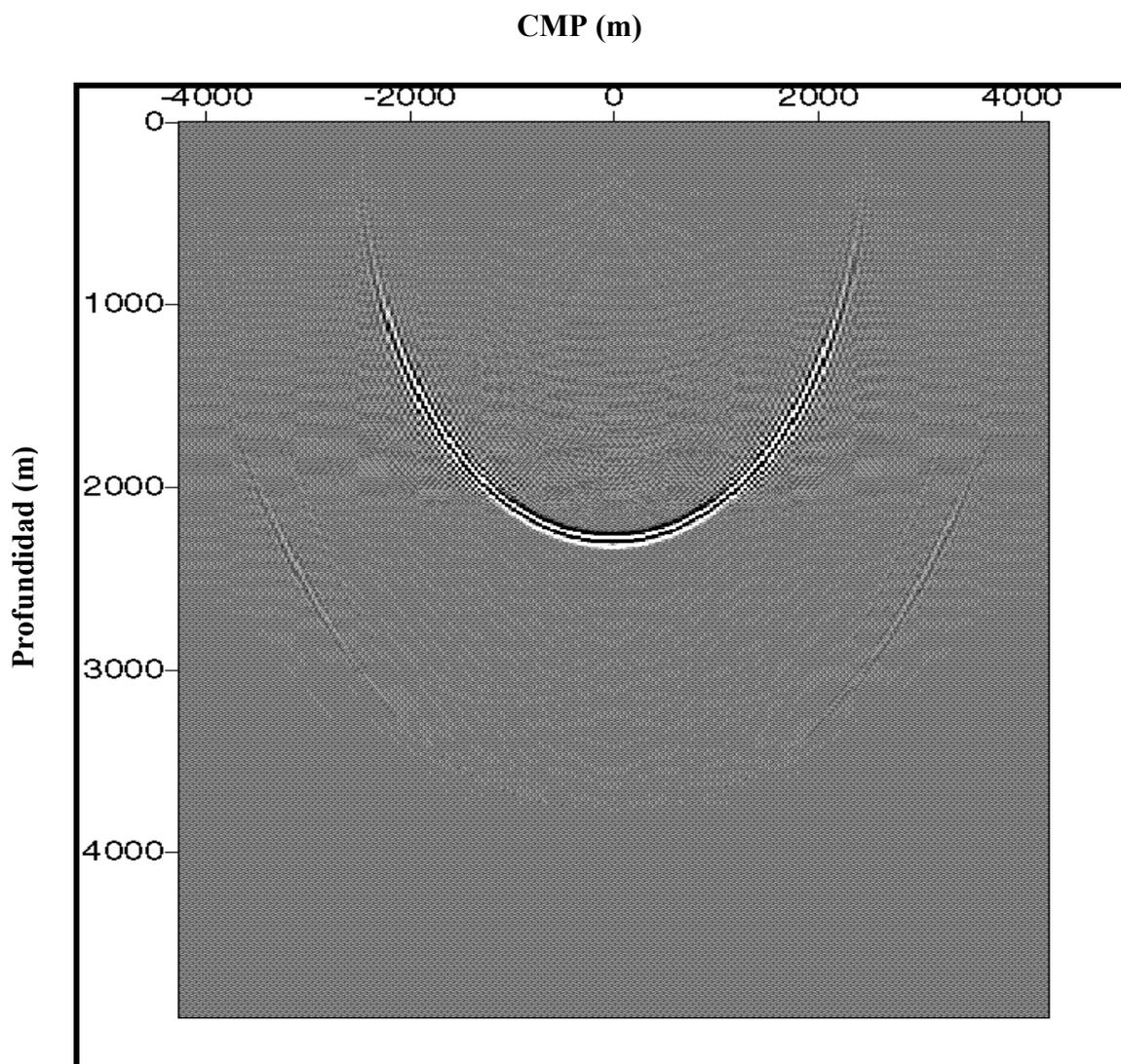


Figura 3. 18. Migración en profundidad de la respuesta impulso de DMO. La traza 31 en los sismogramas anteriores corresponden al CMP ubicado en cero. La imagen representa la forma de la elipse.

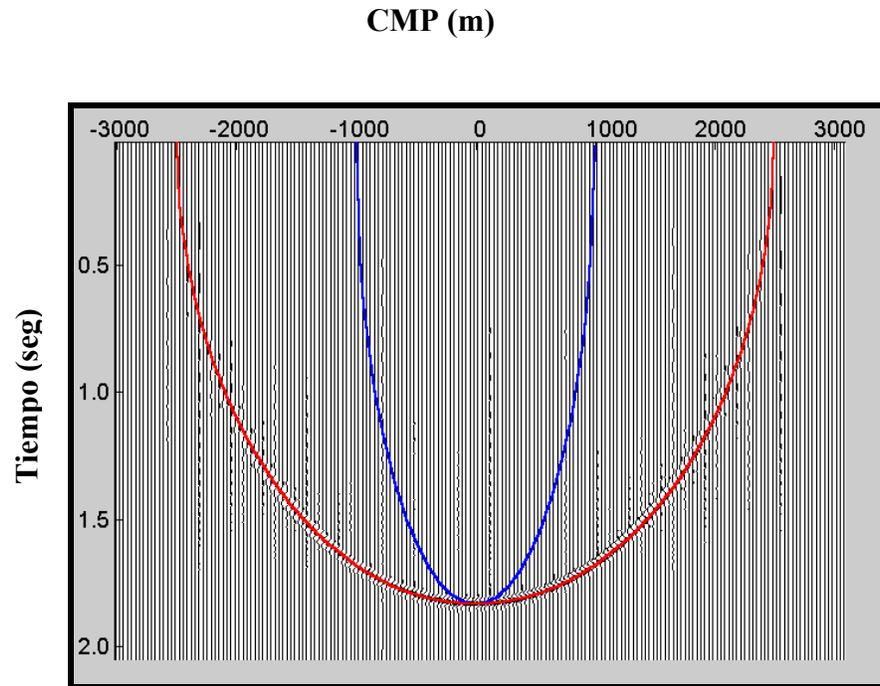


Figura 3. 19. Respuesta impulso de DMO contrastada con su migración escalada en tiempo. La curva azul representa la curva teórica de la respuesta impulso de DMO y la curva roja migración en tiempo teórica. Nótese que para los puntos más céntricos del reflector elíptico, la diferencia entre los tiempos  $\tau_0$  y  $t_m$  disminuye hasta ser iguales donde no hay buzamientos.

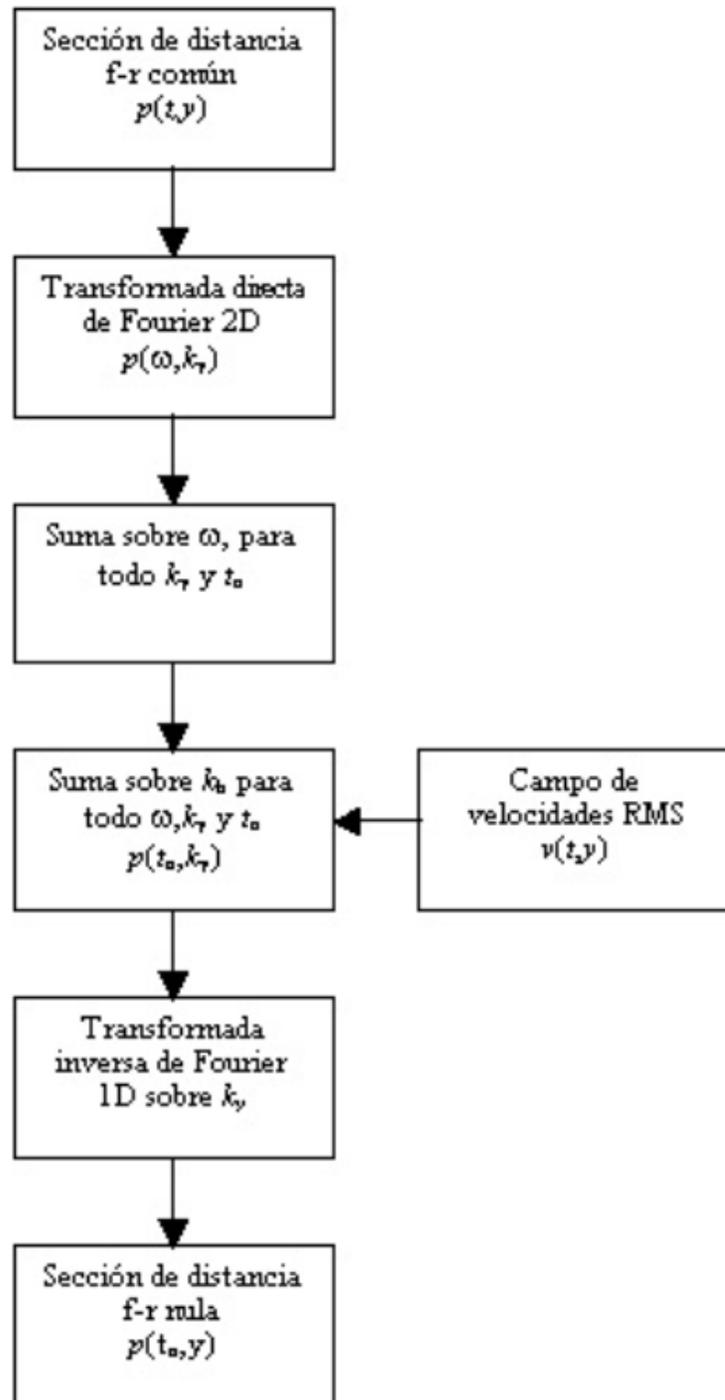


Figura 4. 1. Diagrama de flujo para *MZOCONSVEL*. El campo de velocidad sólo es requerido para realizar la suma sobre  $k_0$  en la raíz cuadrada doble.

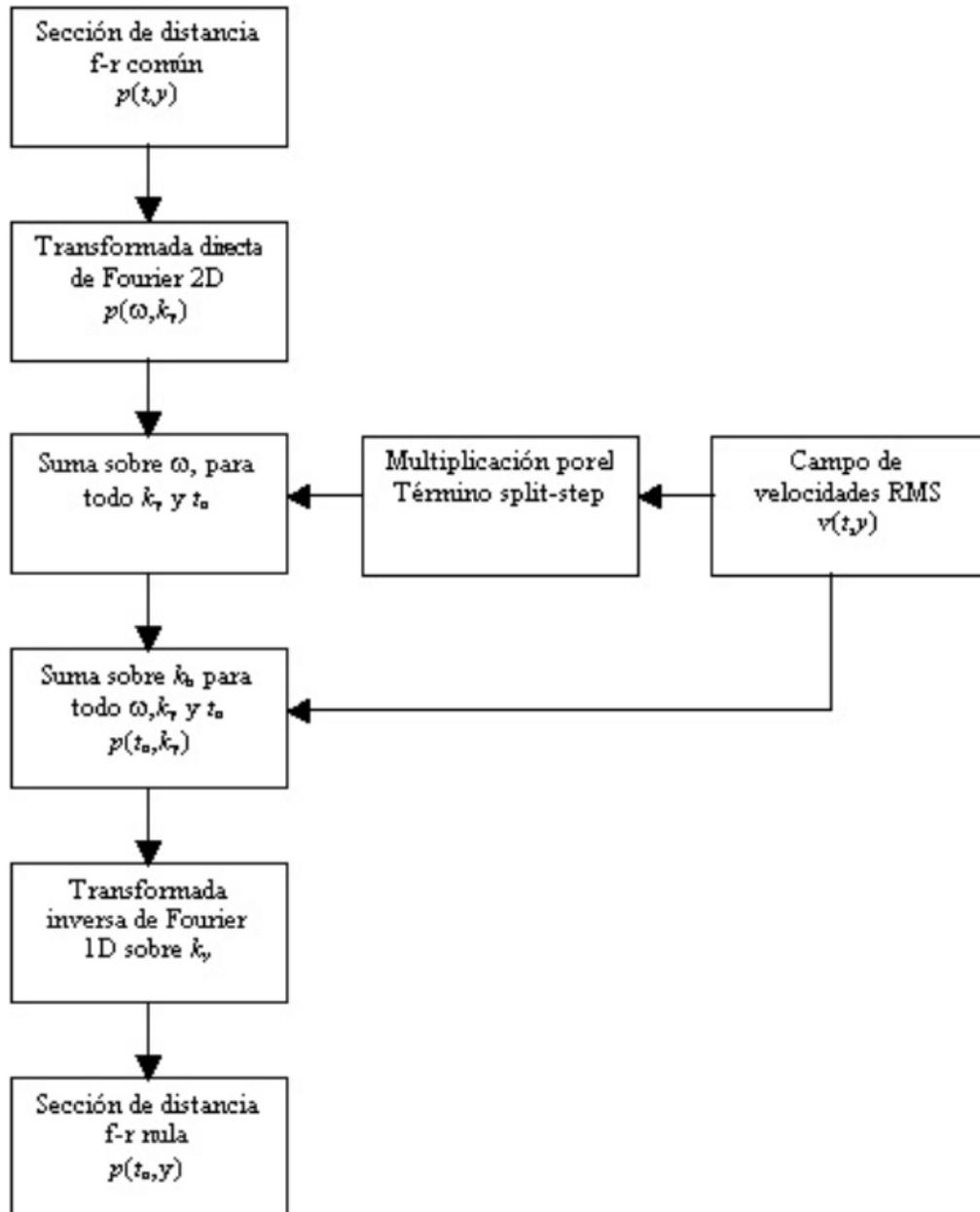


Figura 4. 2. Diagrama de flujo para *MZOVARIVEL*. El campo de velocidad es requerido para el término split-step y para la raíz cuadrada doble.

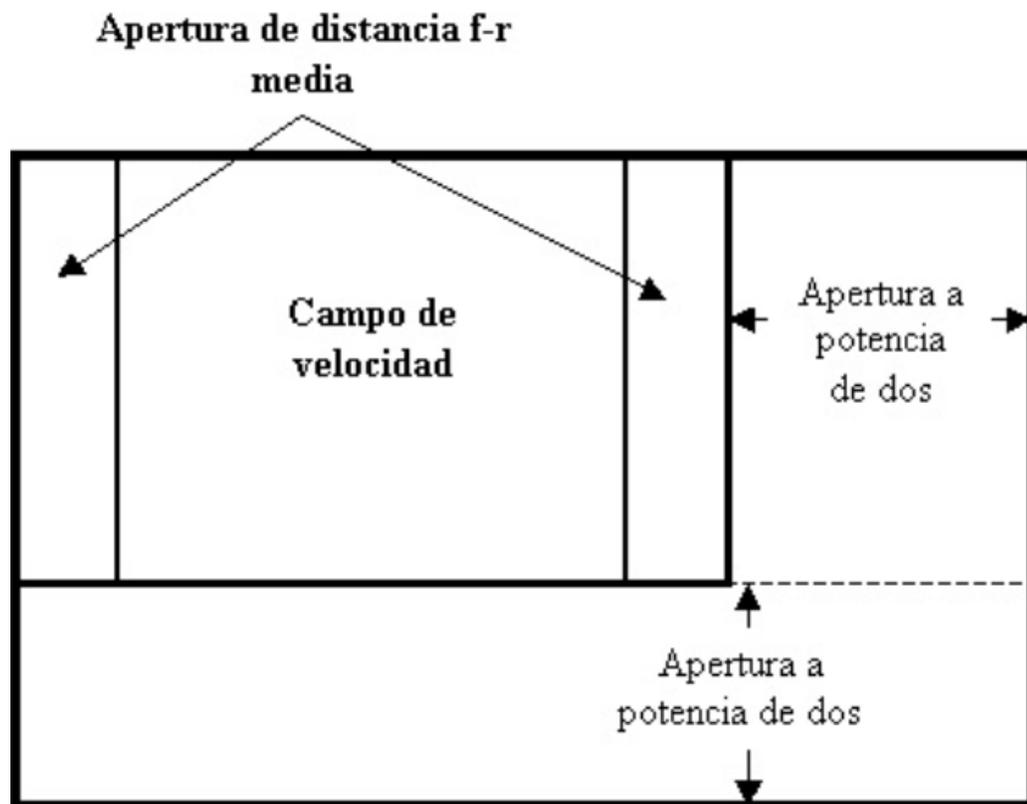


Figura 4. 3. Esquema del campo de velocidades que entra a *MZOVARIVEL*. El campo de velocidad es el que corresponde a la sección de distancia f-r que se desea corregir.

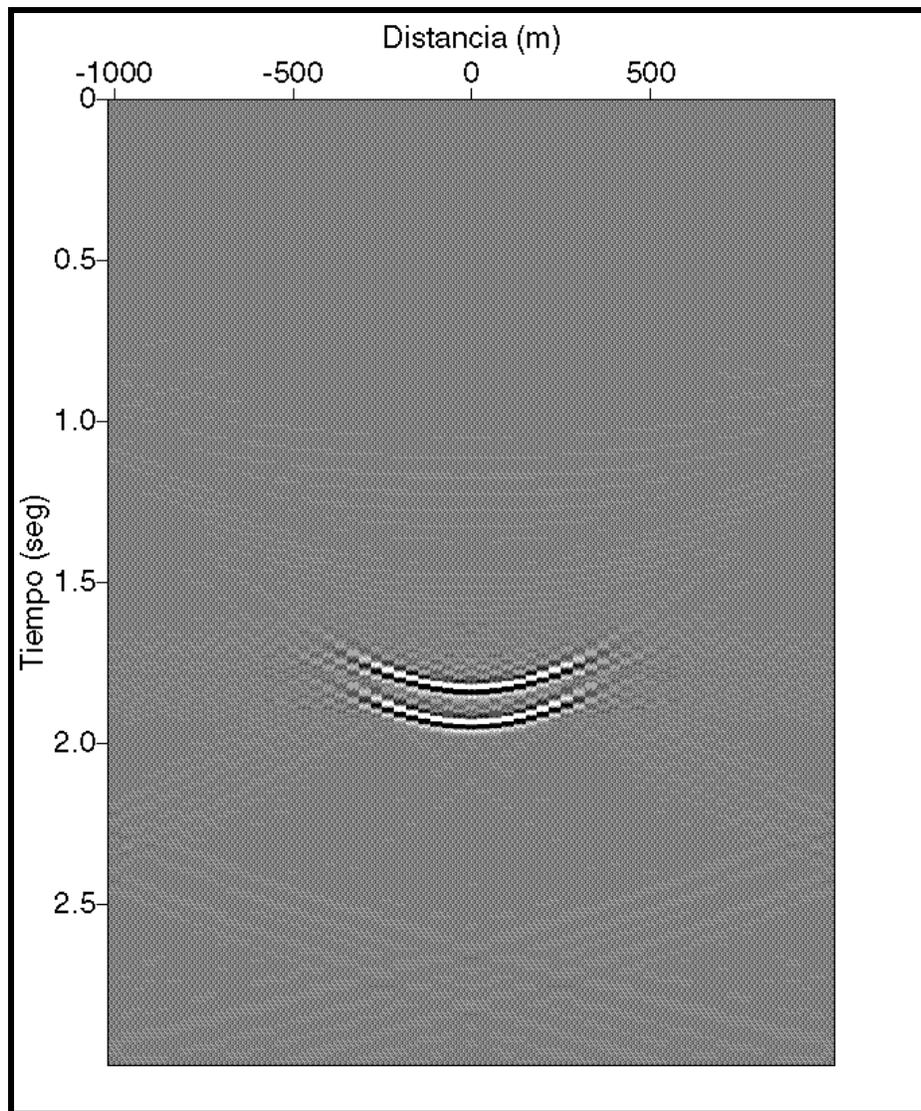


Figura 4. 4 Respuesta impulso del operador MZO mediante *MZOCONSVEL* utilizando 64 muestras de  $k_h$ , y extendiendo las muestras por trazas a 4096 (de 1500 originalmente). La extensión a potencia de dos respecto a las trazas es hasta 64 (de 61 trazas originalmente).

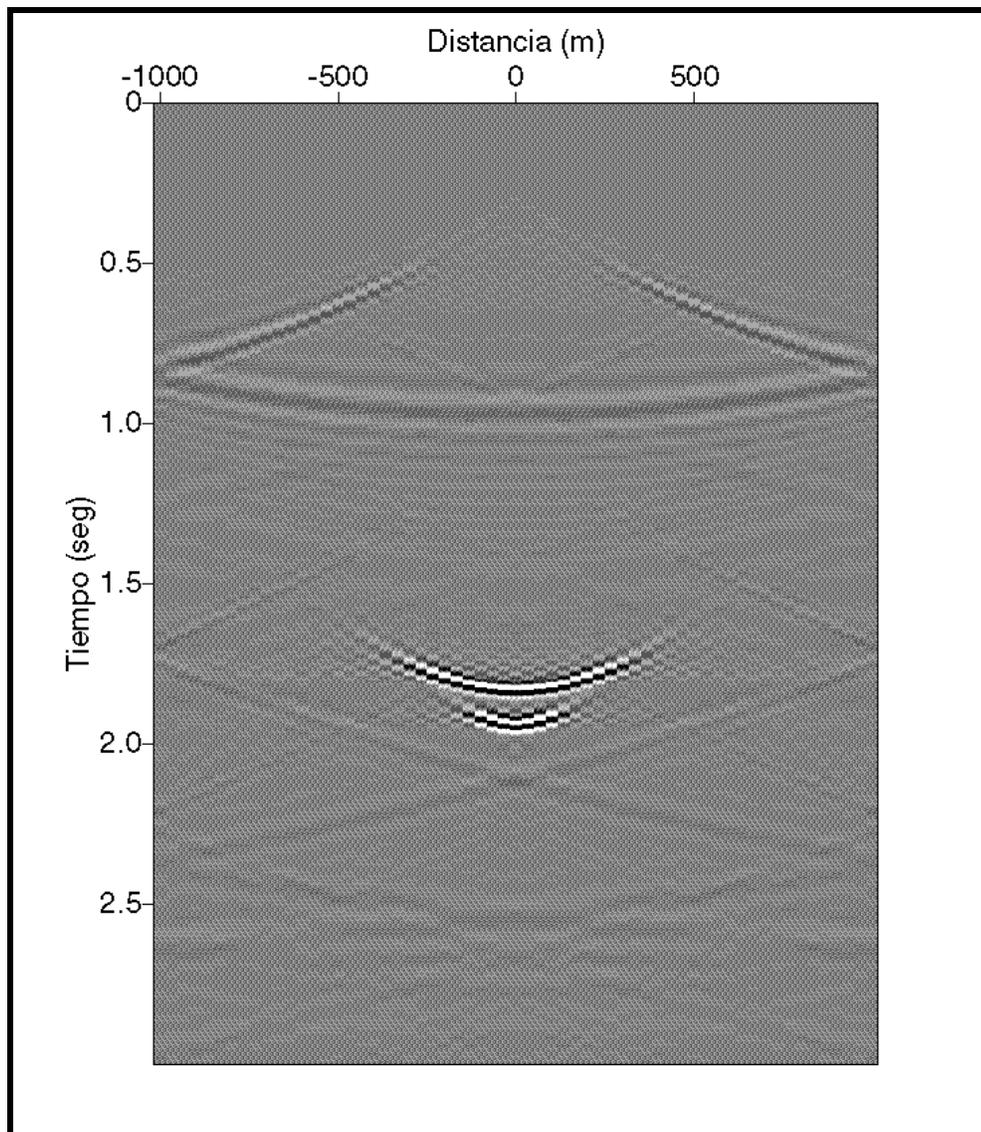


Figura 4. 5. Respuesta impulso del operador MZO mediante *MZOCONSVEL* utilizando 512 muestras de  $k_h$ , y extendiendo las muestras por trazas a 2048, (de 1500 originalmente). La extensión a potencia de dos respecto a las trazas es hasta 64, (de 61 trazas originalmente).

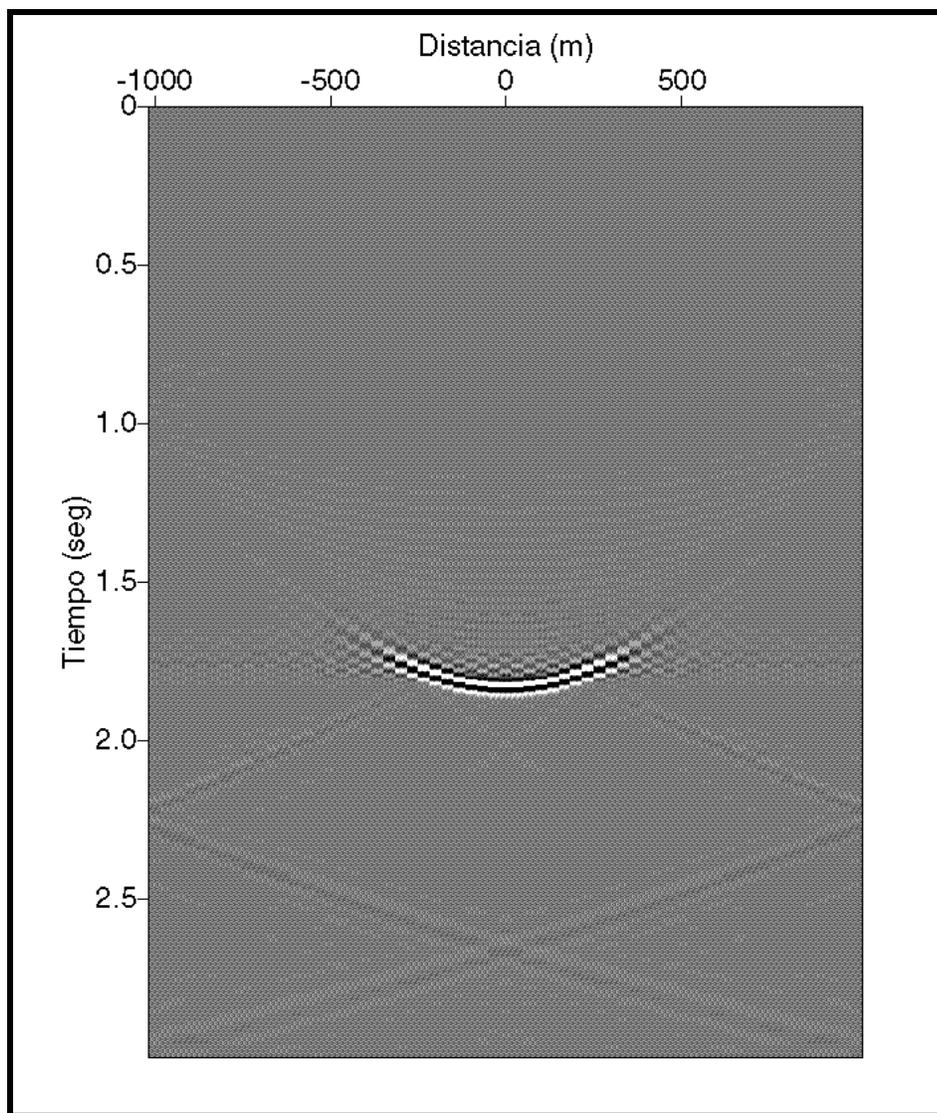


Figura 4. 6. Respuesta impulso del operador MZO mediante *MZOCONSVEL* utilizando 512 muestras de  $k_h$ , y extendiendo las muestras por trazas a 4096. La extensión a potencia de dos respecto a las trazas es hasta 64 (de 61 trazas originalmente).

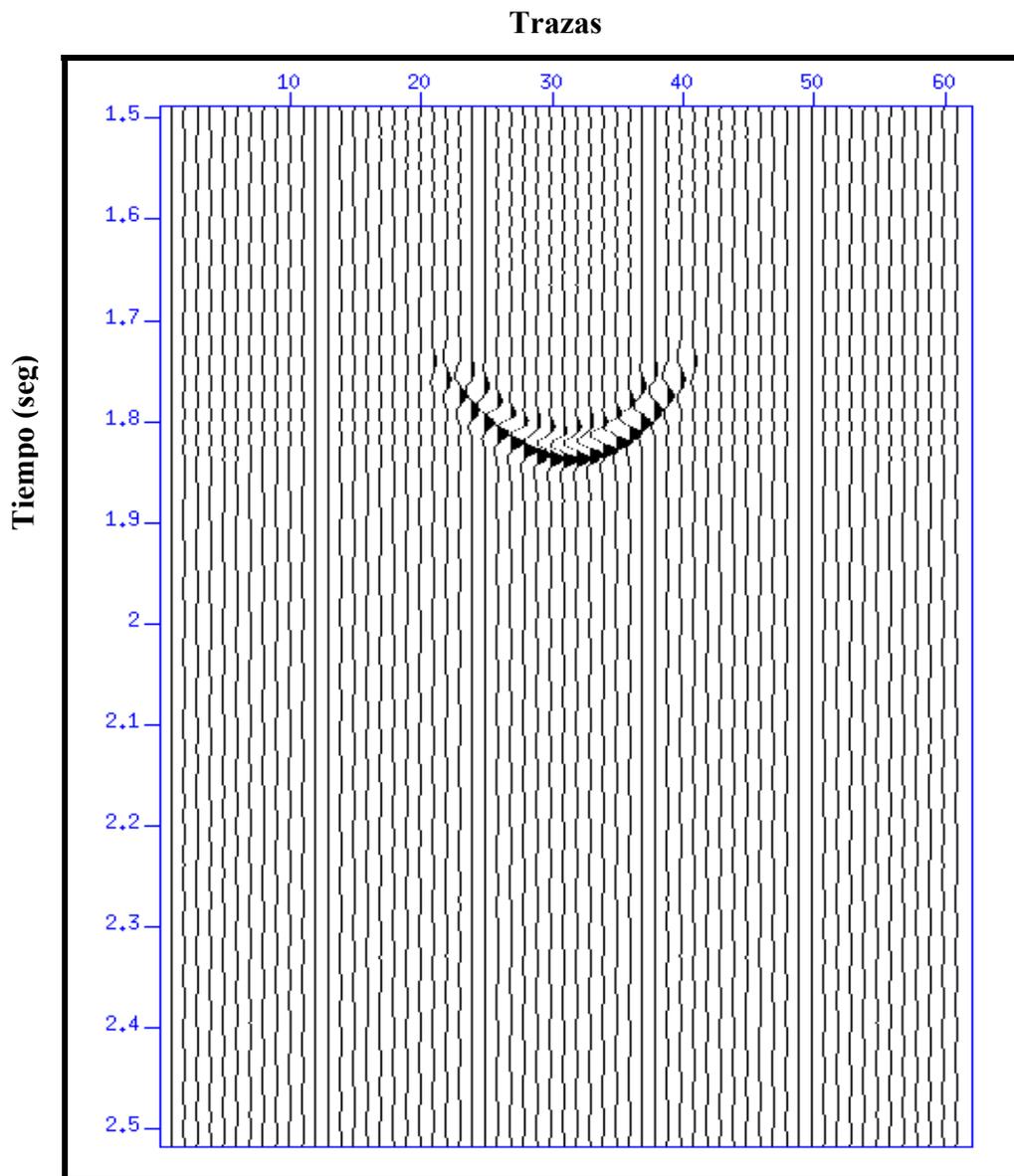


Figura 4.7. Respuesta impulso del operador MZO mediante *MZOCONSVEL*. La información de esta respuesta es exactamente igual a la Figura 4.8; pero ésta se puede comparar con la respuesta de DMO en la Figura 3.17.

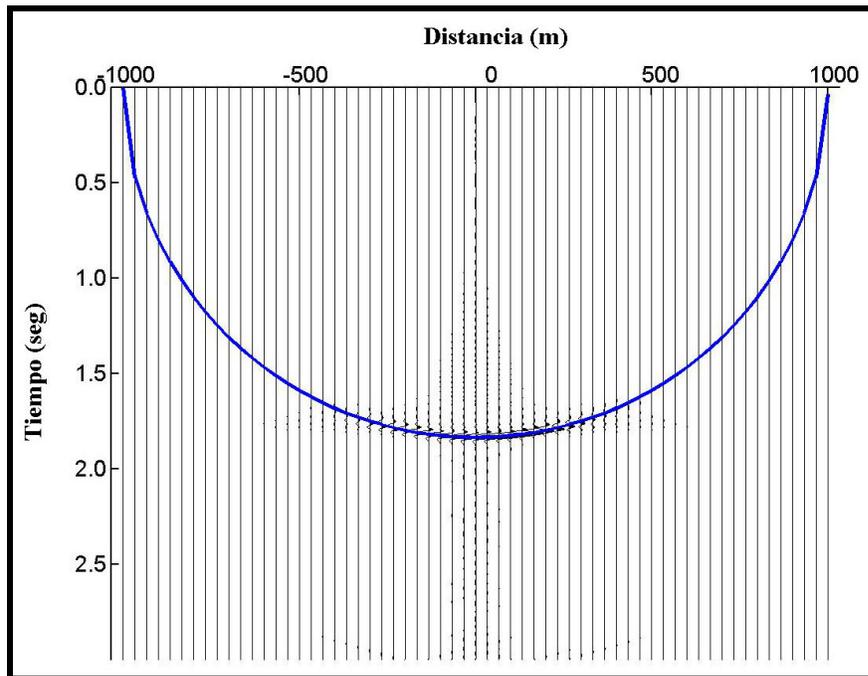
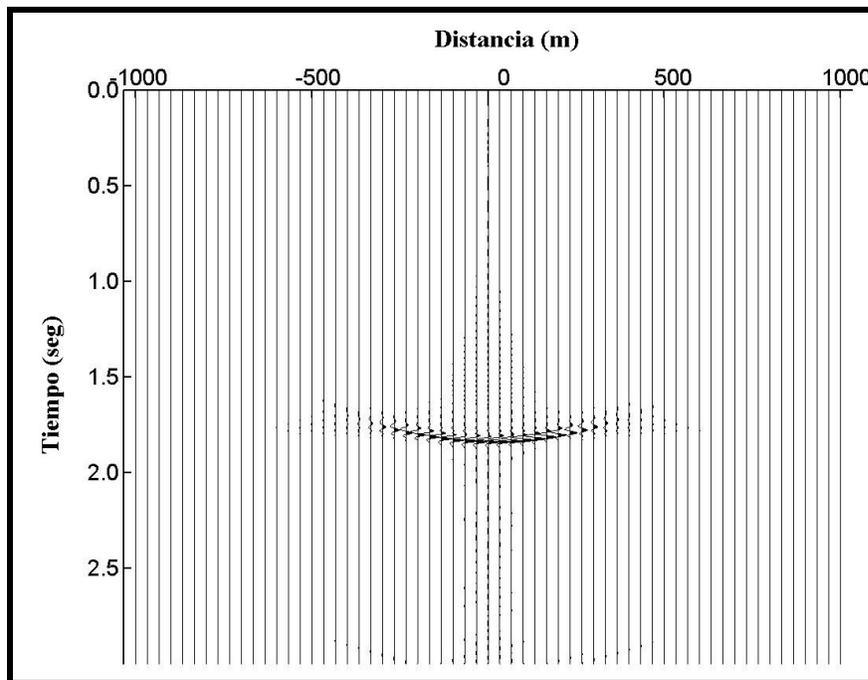


Figura 4. 8. Respuesta impulso del operador MZO comparada con la respuesta teórica.

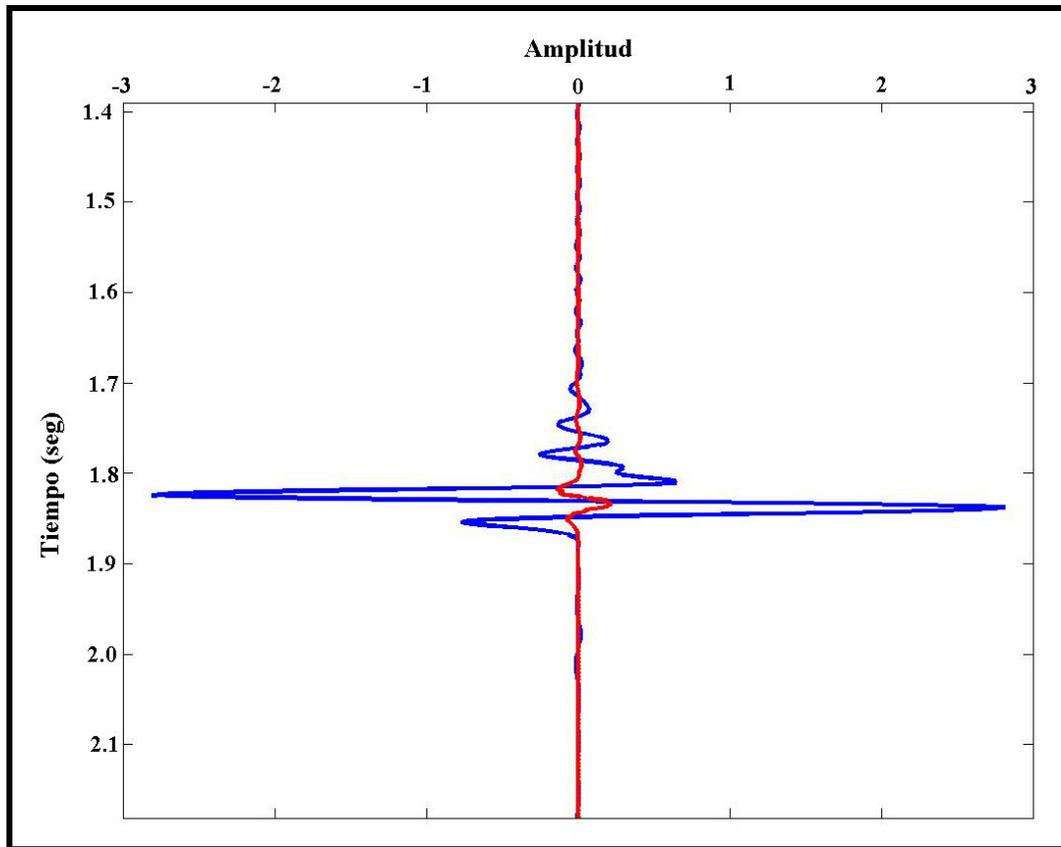


Figura 4. 9. Comparación de amplitudes entre la respuesta impulso de MZO, (línea azul), y la respuesta impulso de NMO+DMO, (en rojo). Ambas curvas son fragmentos de la traza 31 de los sismogramas mostrados en las figuras 4.7 y 3.17.

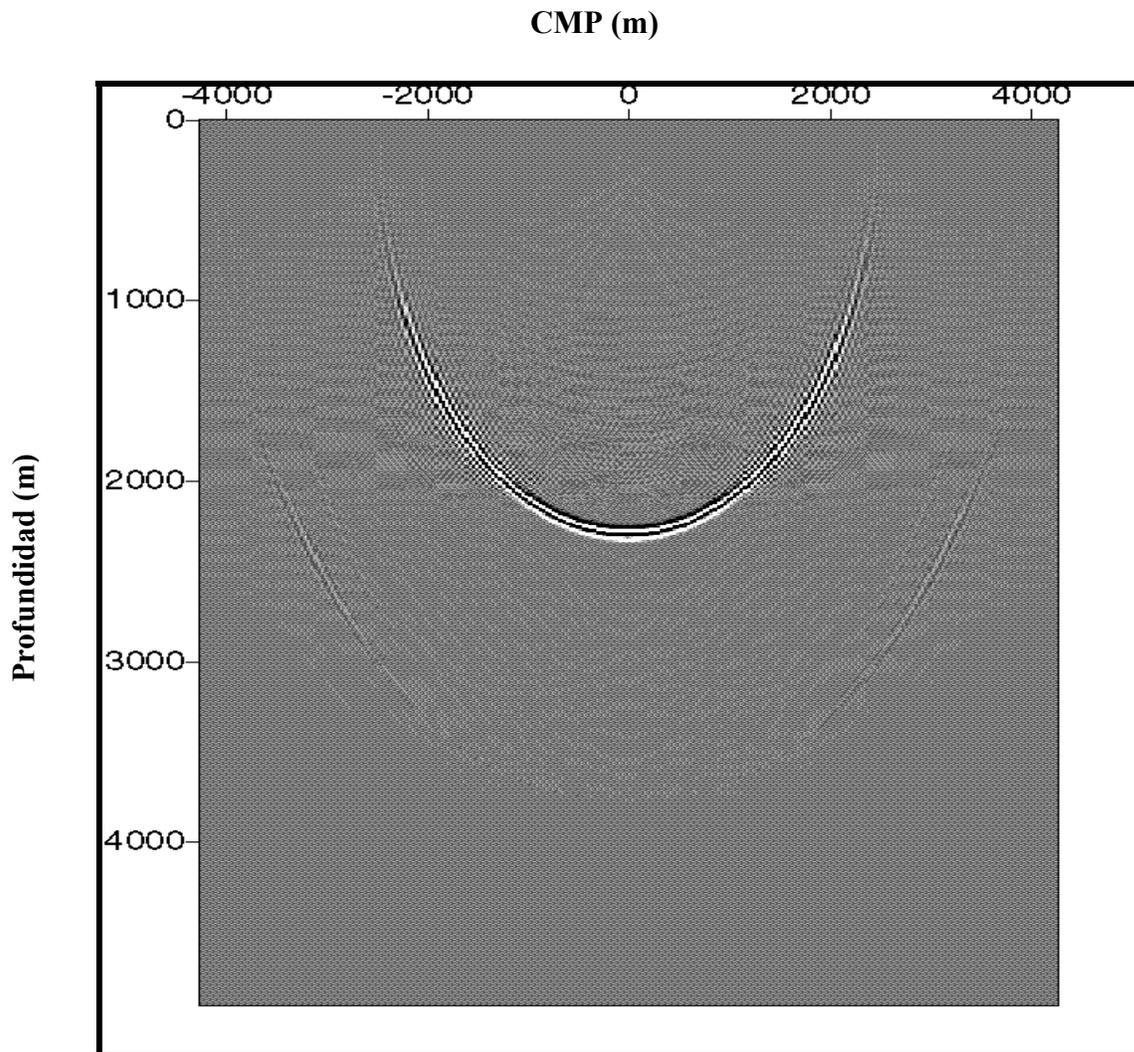


Figura 4. 10. Migración en profundidad de Gazdag de la respuesta impulso de MZO.

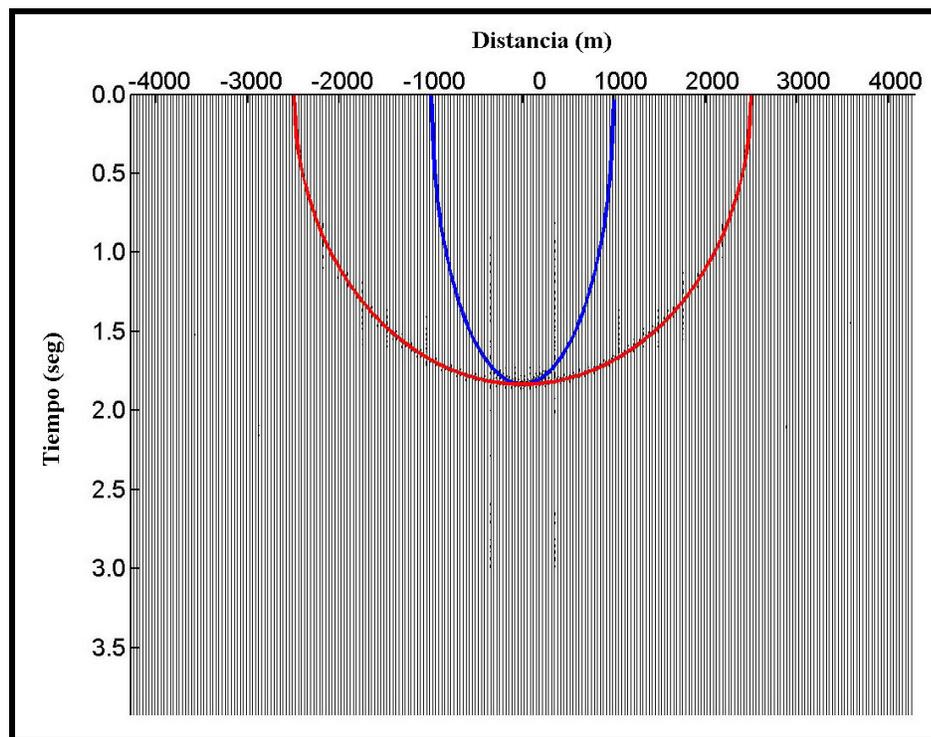
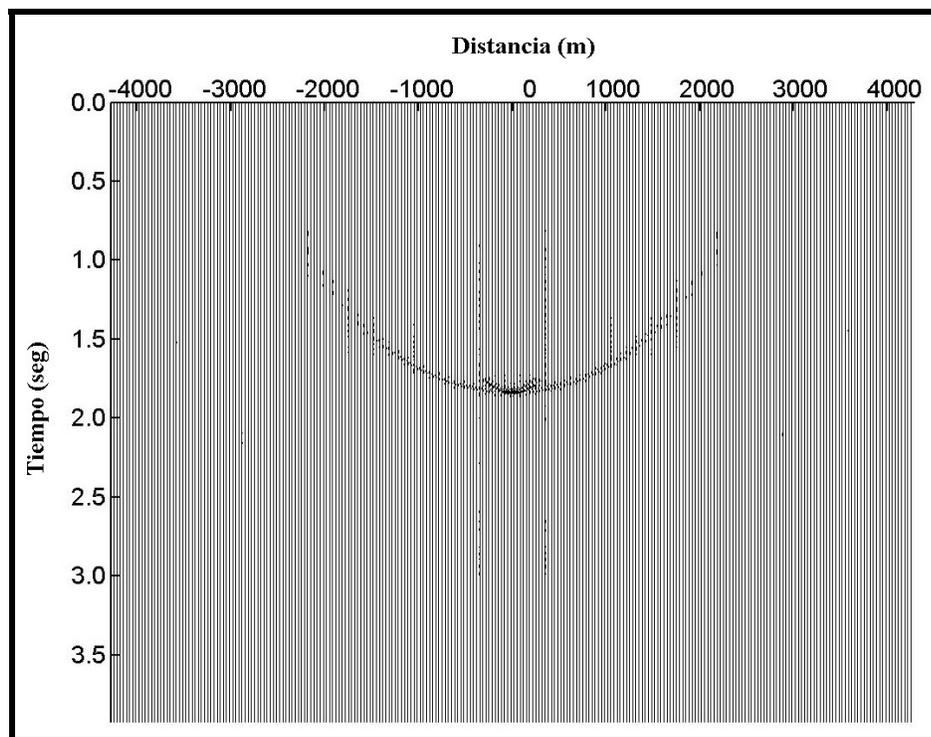


Figura 4. 11. Migración del de la respuesta impulso por MZO escalada en tiempo junto a la respuesta impuso de MZO. Abajo se trazan las respuestas teóricas para MZO, (en azul), y para la migración (en rojo).

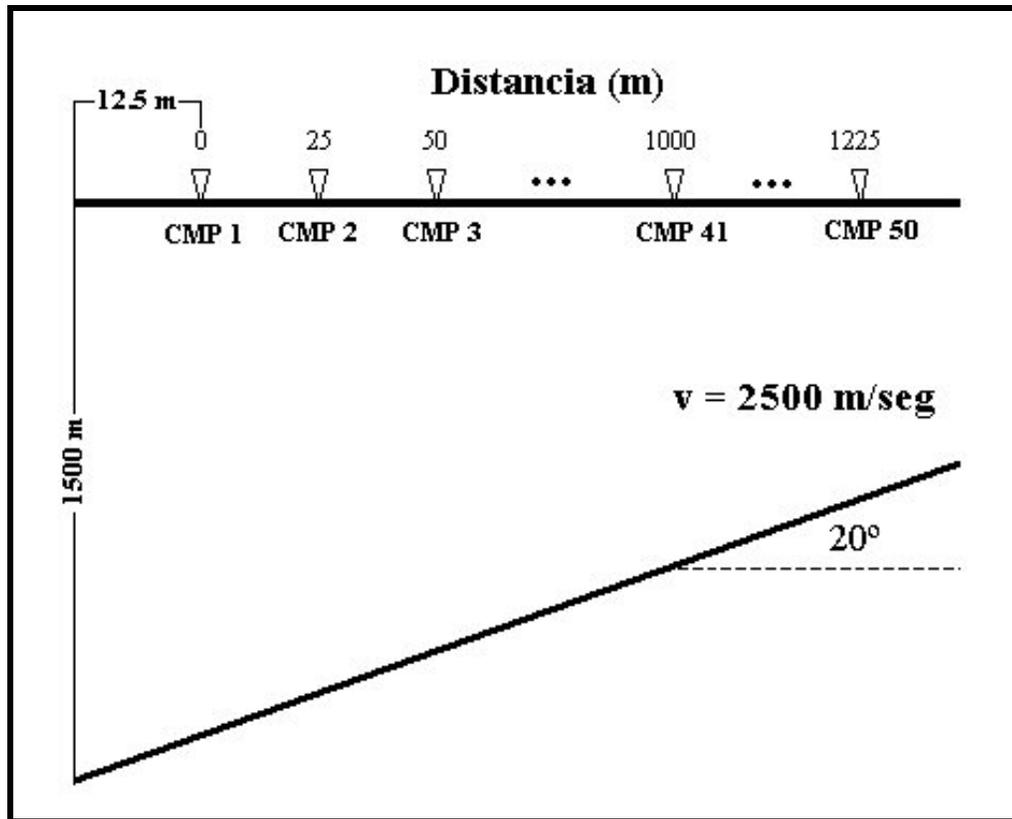


Figura 4. 12. Modelo de reflector buzante usado para corregir por MZO a distintas velocidades. Las secciones de CMP común que se mostrarán en las siguientes figuras corresponden al CMP 41, (1000 m).

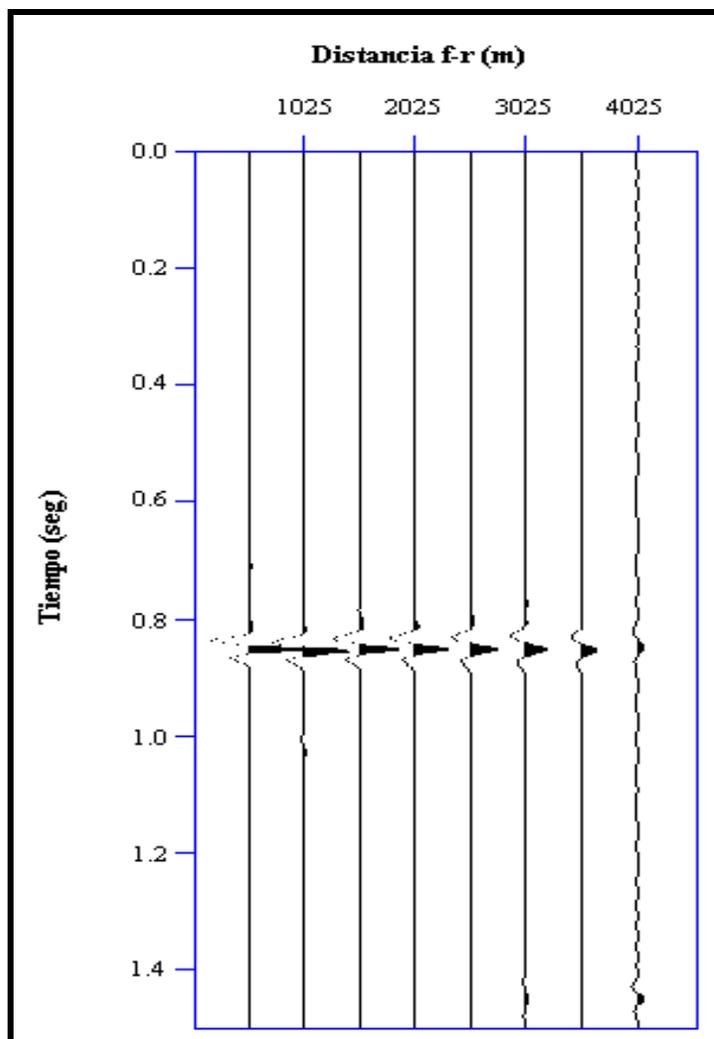


Figura 4. 13. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/sag).

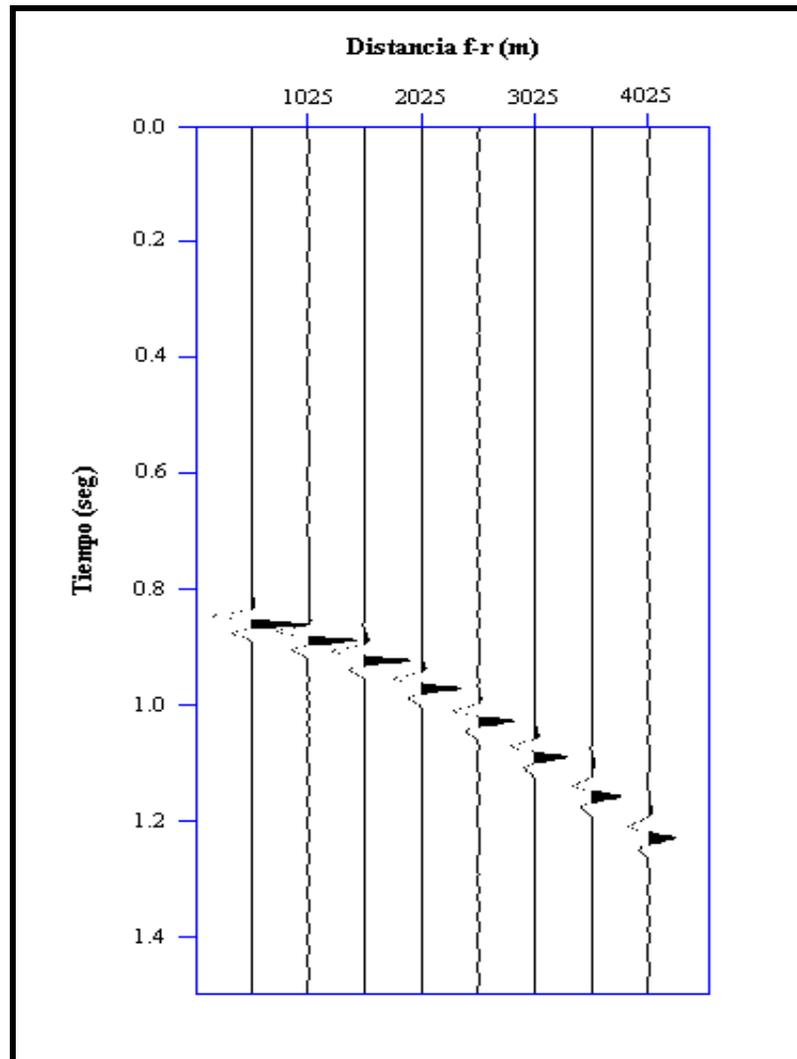


Figura 4. 14. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 25 % mas alta que la velocidad del medio (3125 m/sag).

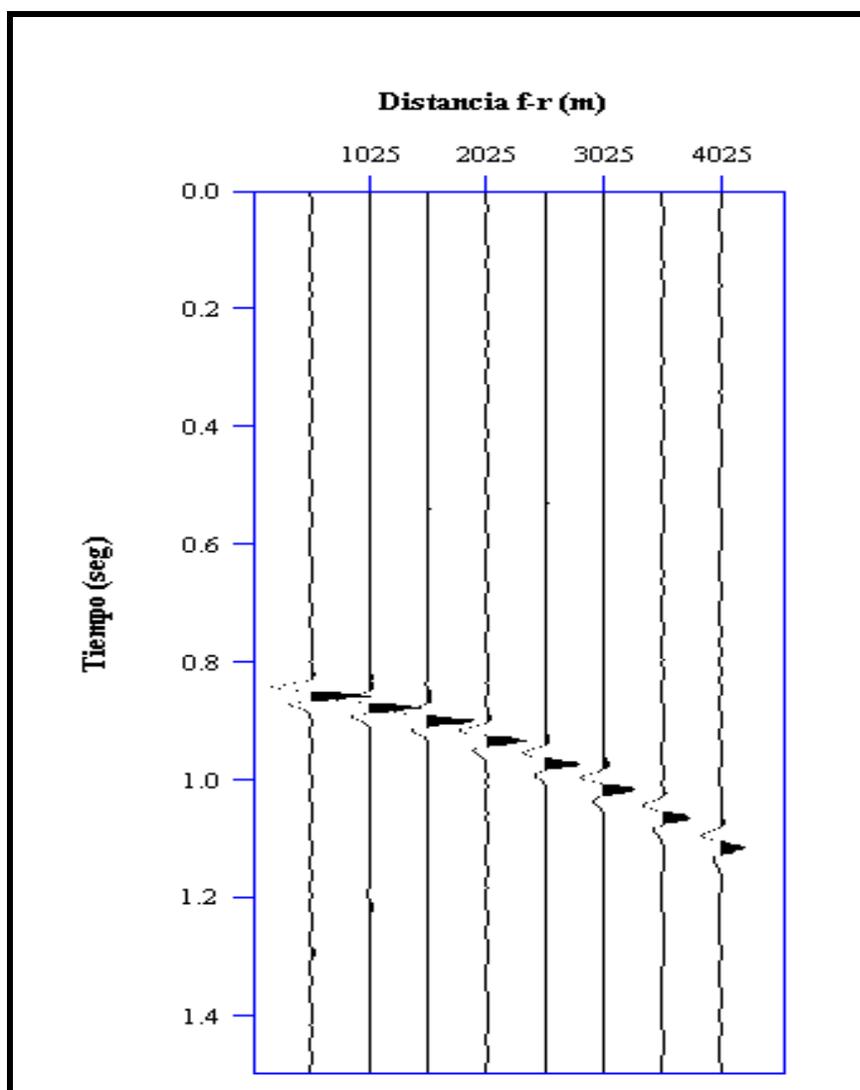


Figura 4. 15. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 15% más alta que la velocidad del medio (2875 m/sag).

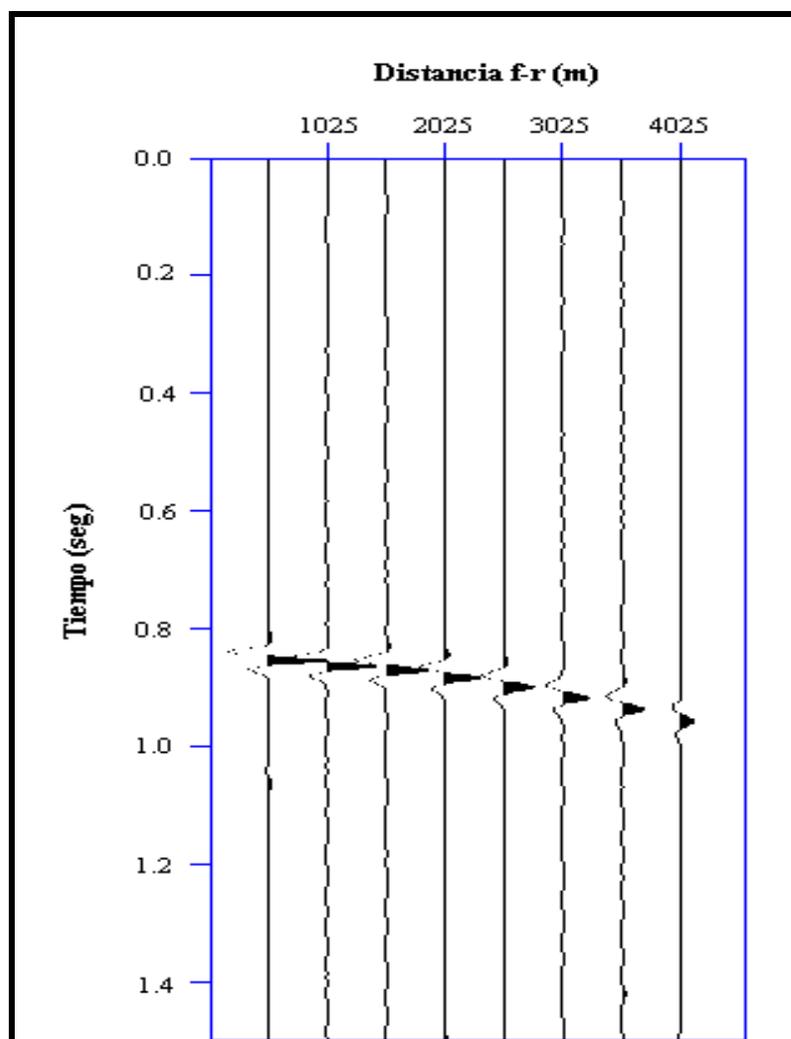


Figura 4. 16. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 5% más alta que la velocidad del medio (2625 m/sag).

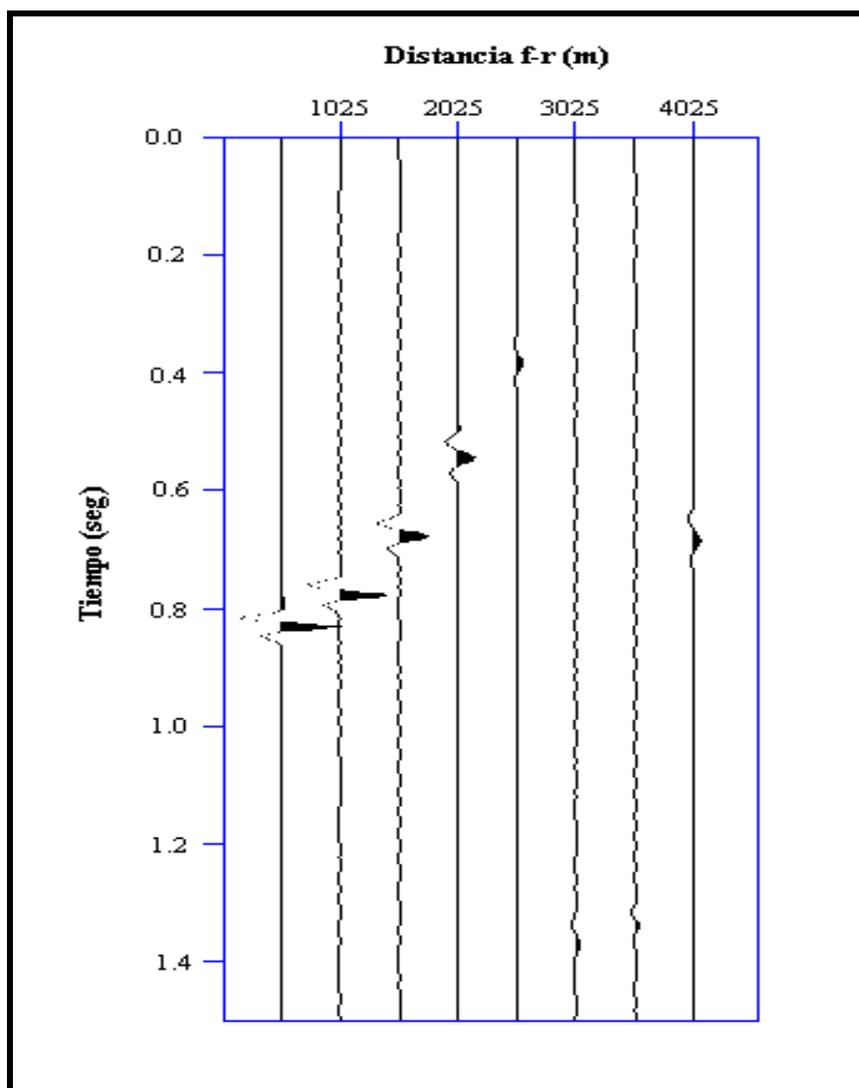


Figura 4. 17. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 25% más baja que la velocidad del medio (1875 m/sag).

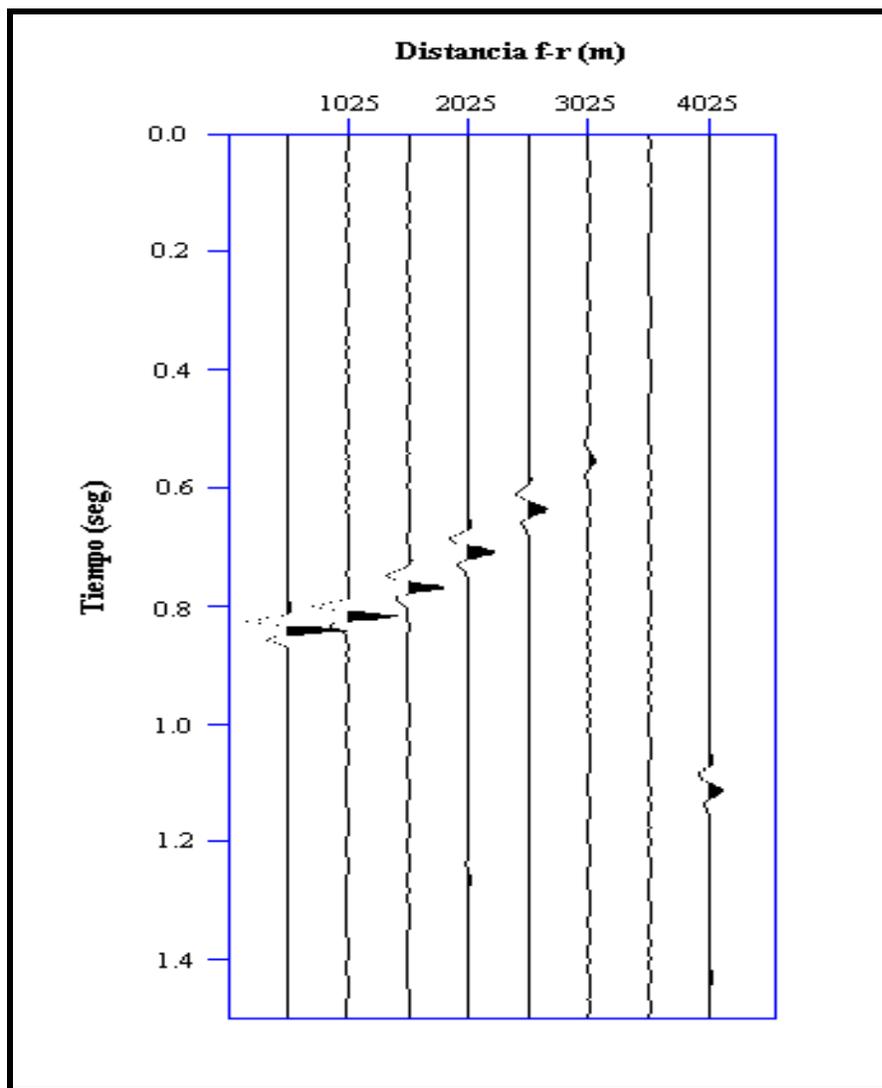


Figura 4. 18. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 15% más baja que la velocidad del medio (2125 m/sag).

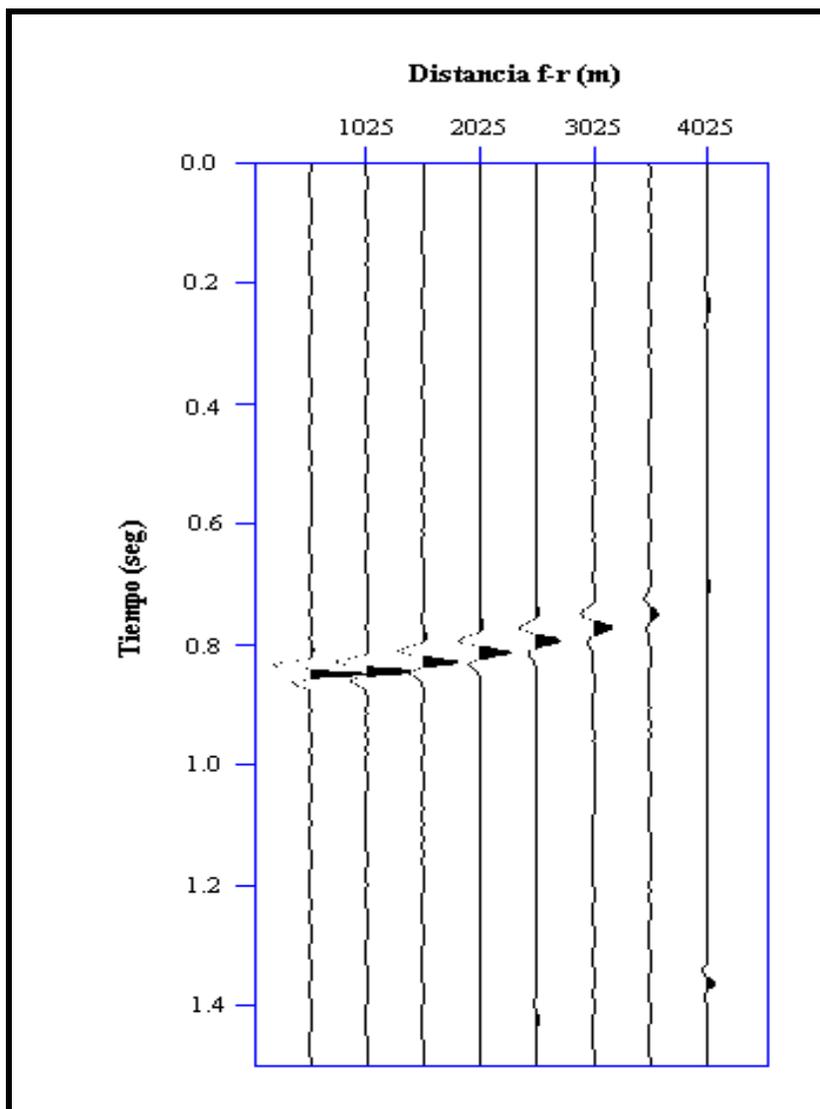


Figura 4. 19. Sección de CMP común, (CMP 41), corregida por MZO usando una velocidad 5% más baja que la velocidad del medio (2375 m/sag).

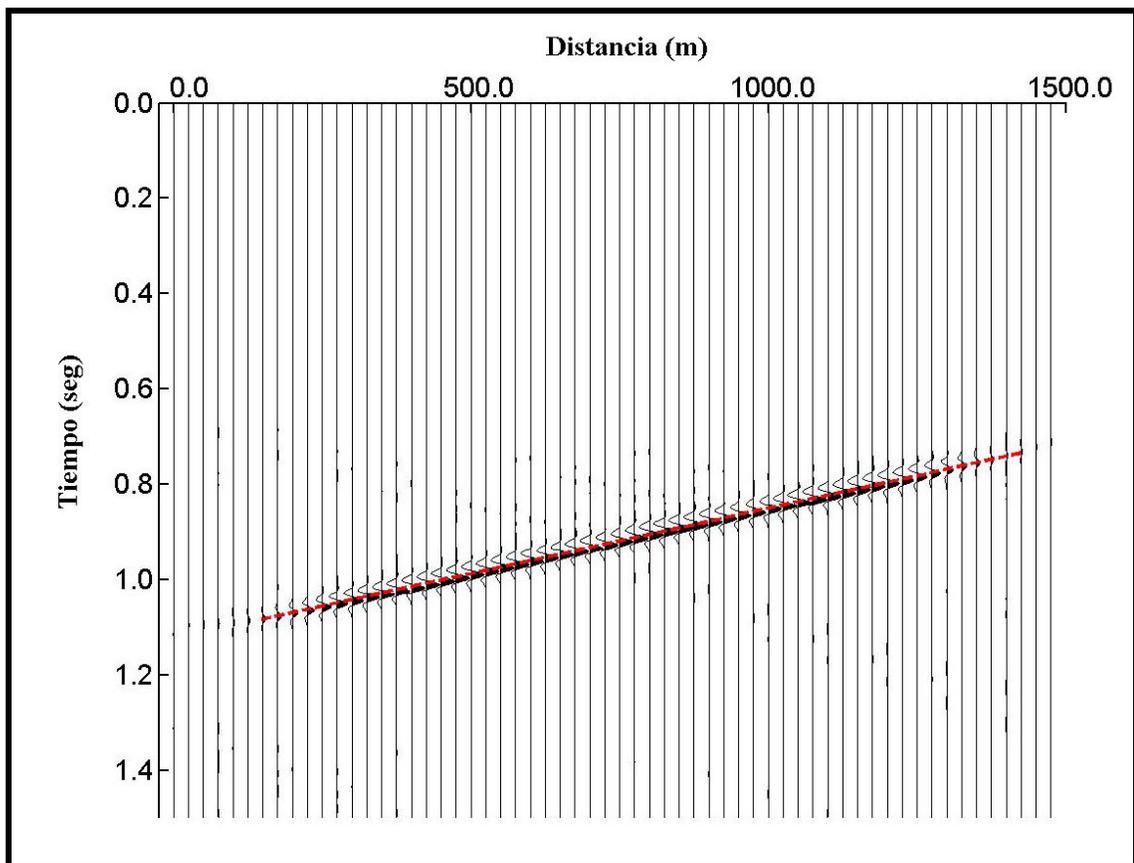


Figura 4. 20. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

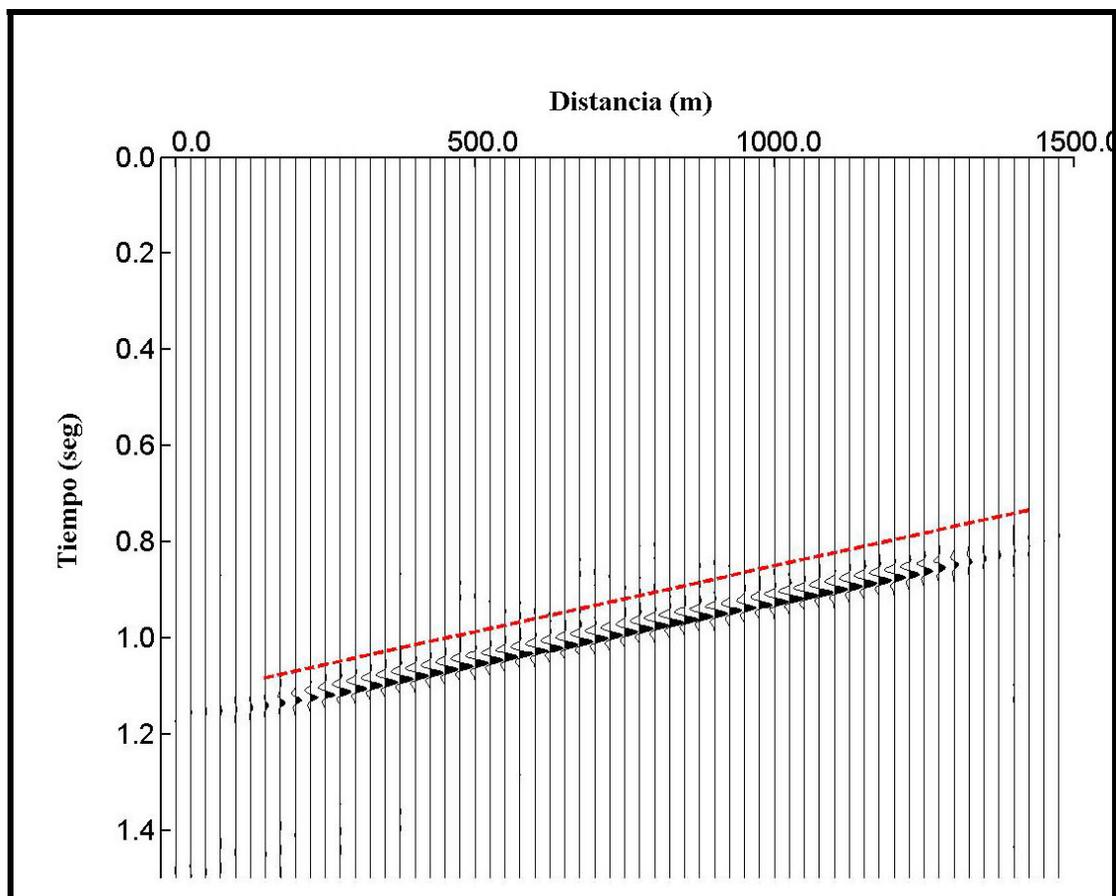


Figura 4. 21. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 25% más alta que la velocidad del medio (3125 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

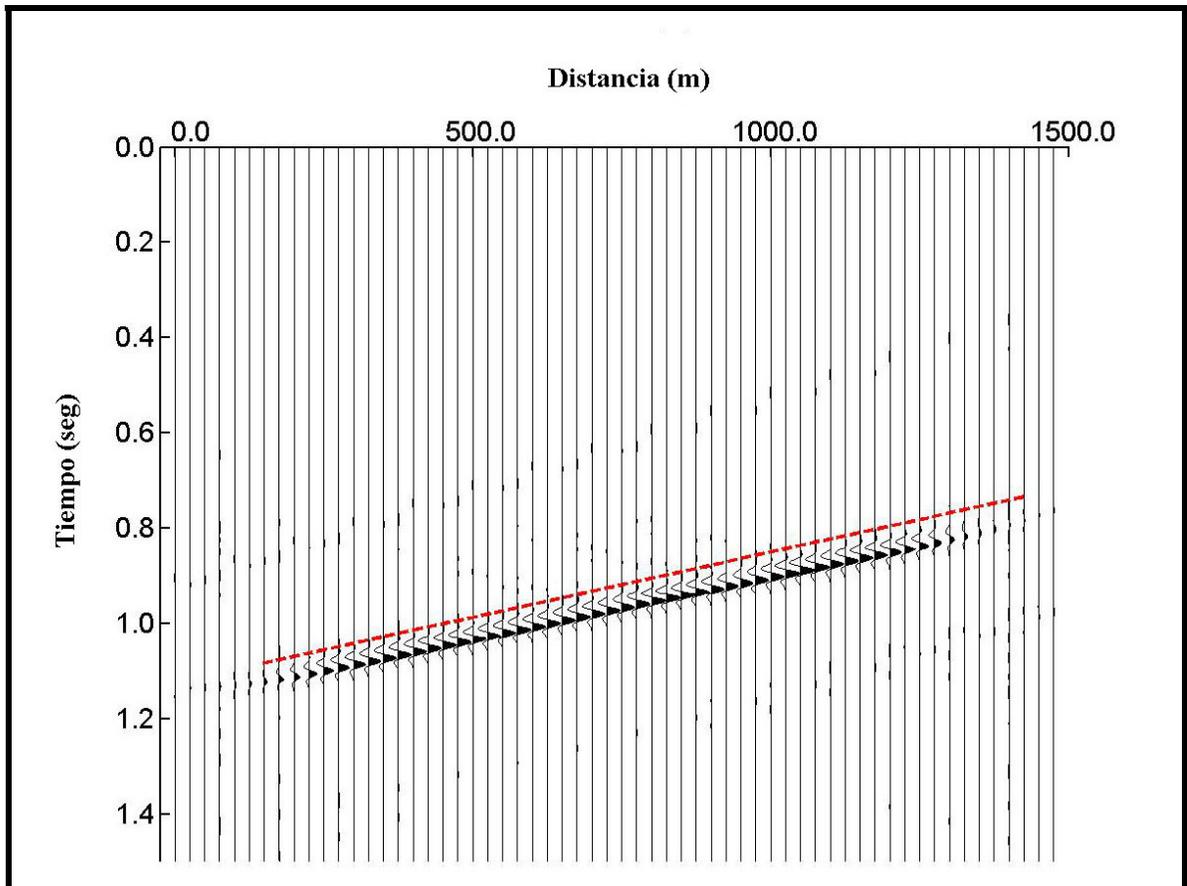


Figura 4. 22. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 15% más alta que la velocidad del medio (2875 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

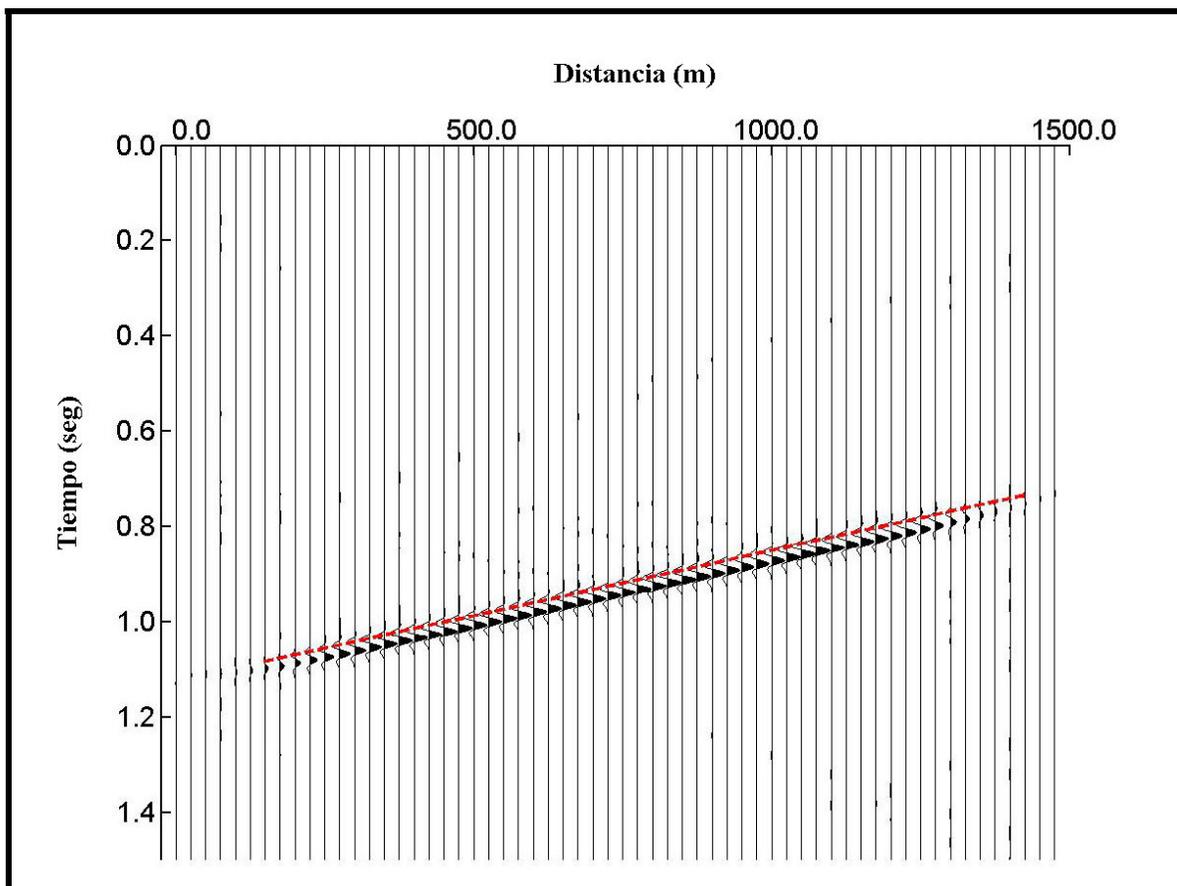


Figura 4. 23. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 5% más alta que la velocidad del medio (2625 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

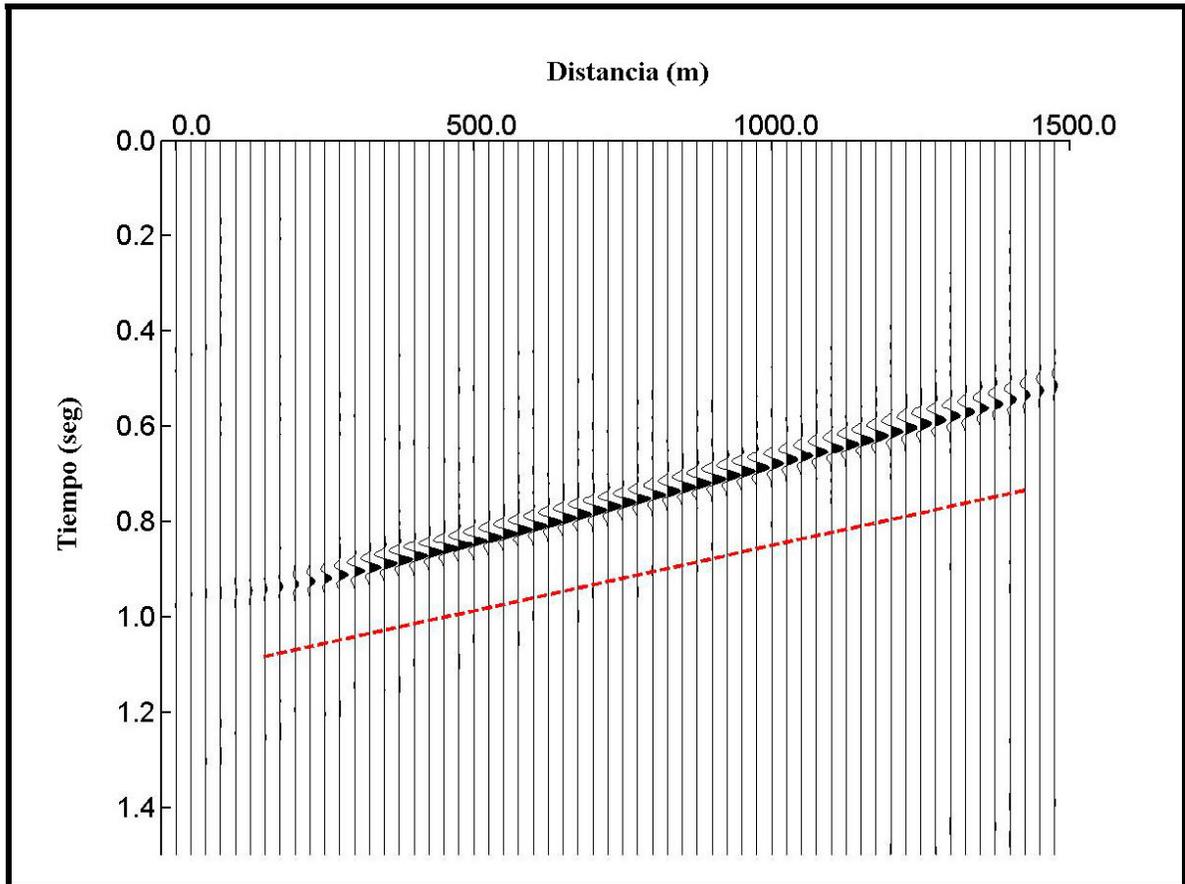


Figura 4. 24. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 25% más baja que la velocidad del medio (1875 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

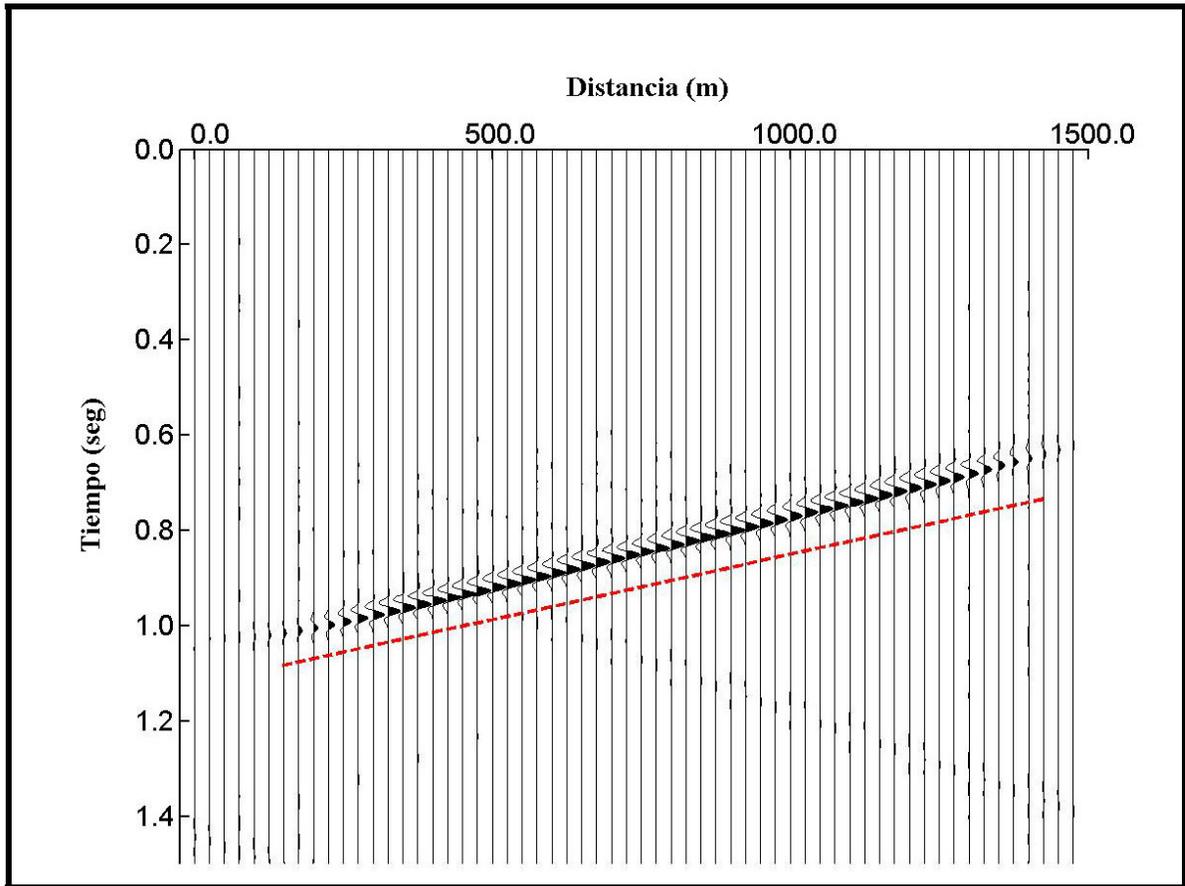


Figura 4. 25. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 15% más baja que la velocidad del medio (2125 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

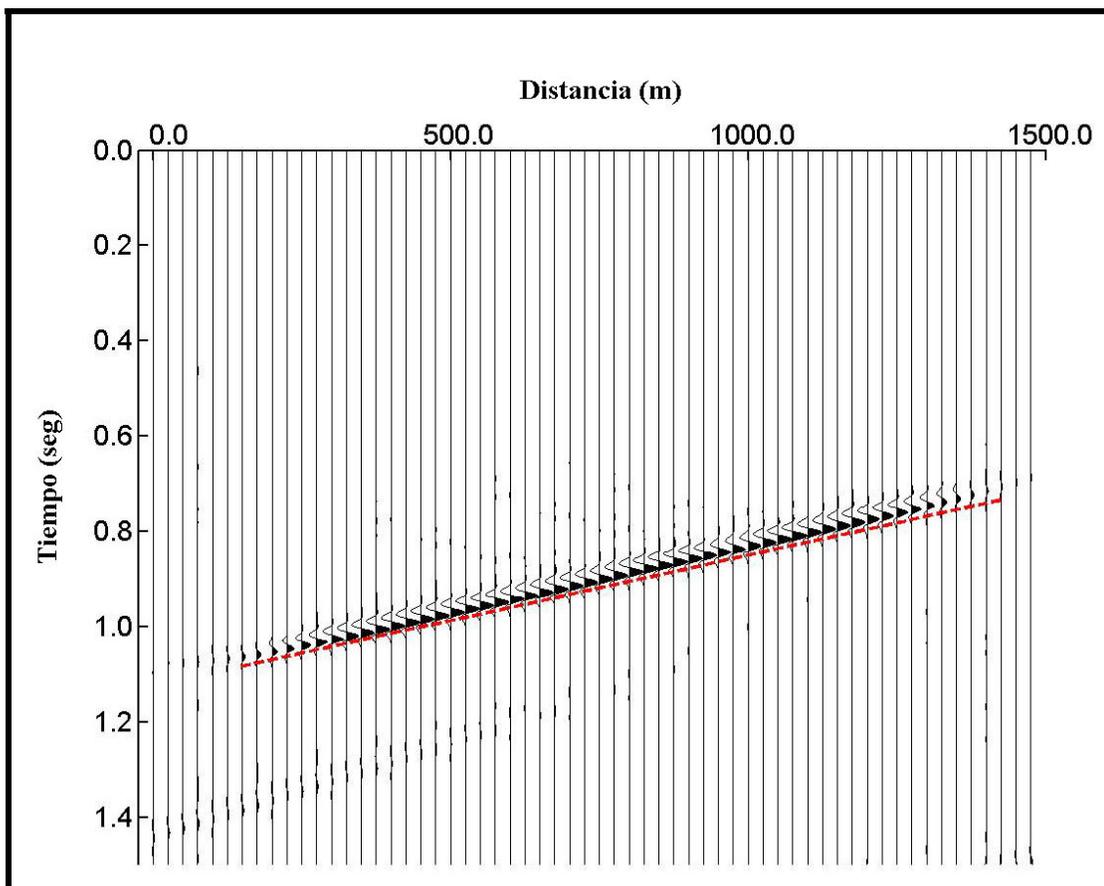


Figura 4. 26. Sección de distancia f-r común igual a 1525 metros, corregida por MZO usando una velocidad 5% más baja que la velocidad del medio (2375 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

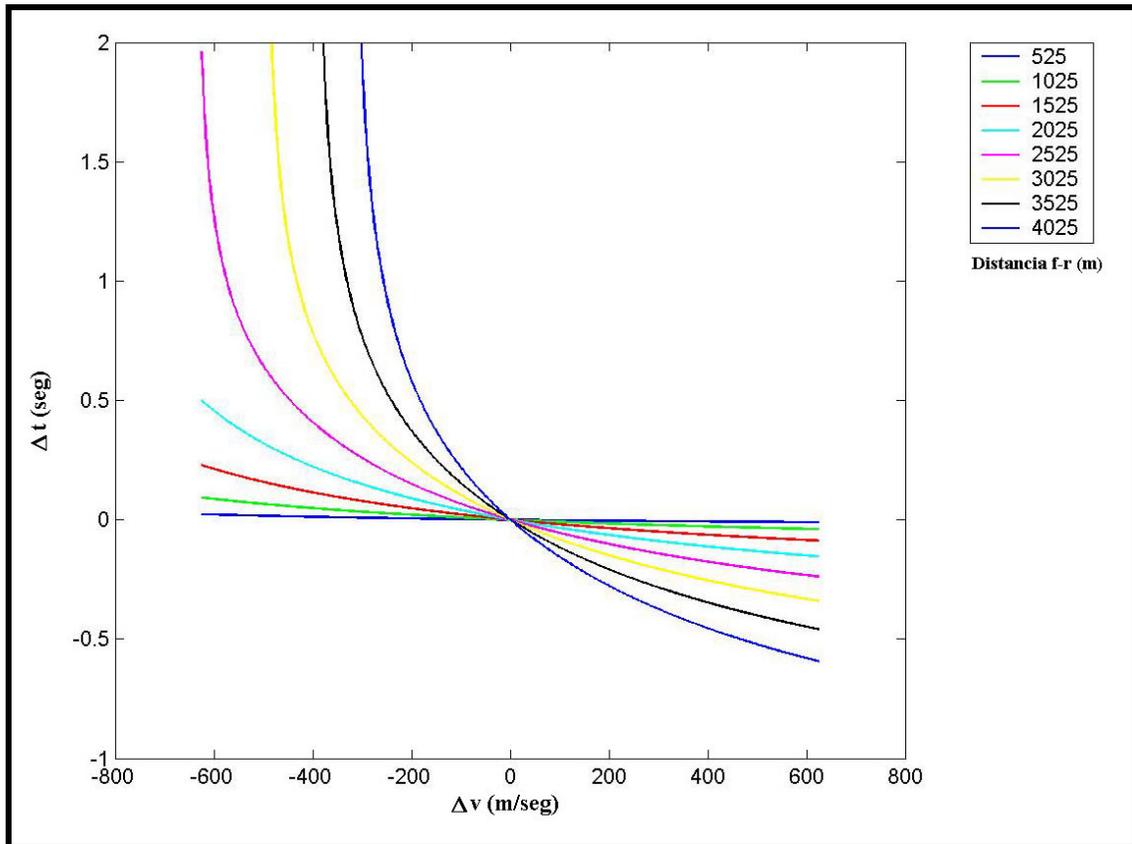


Figura 4. 27. Error en la corrección temporal contra error de estimación de la velocidad del medio.

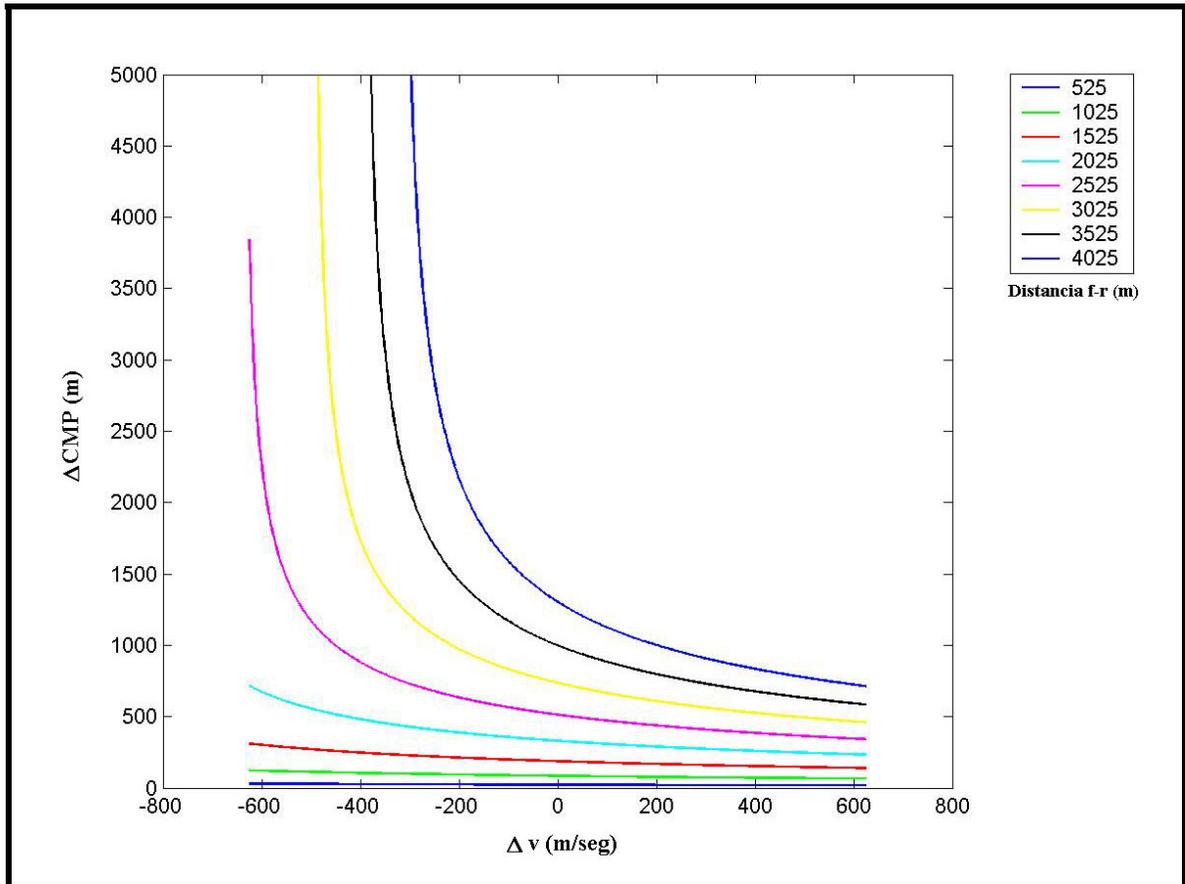


Figura 4. 28. Desplazamiento del CMP por efecto del buzamiento contra error de estimación de la velocidad del medio.

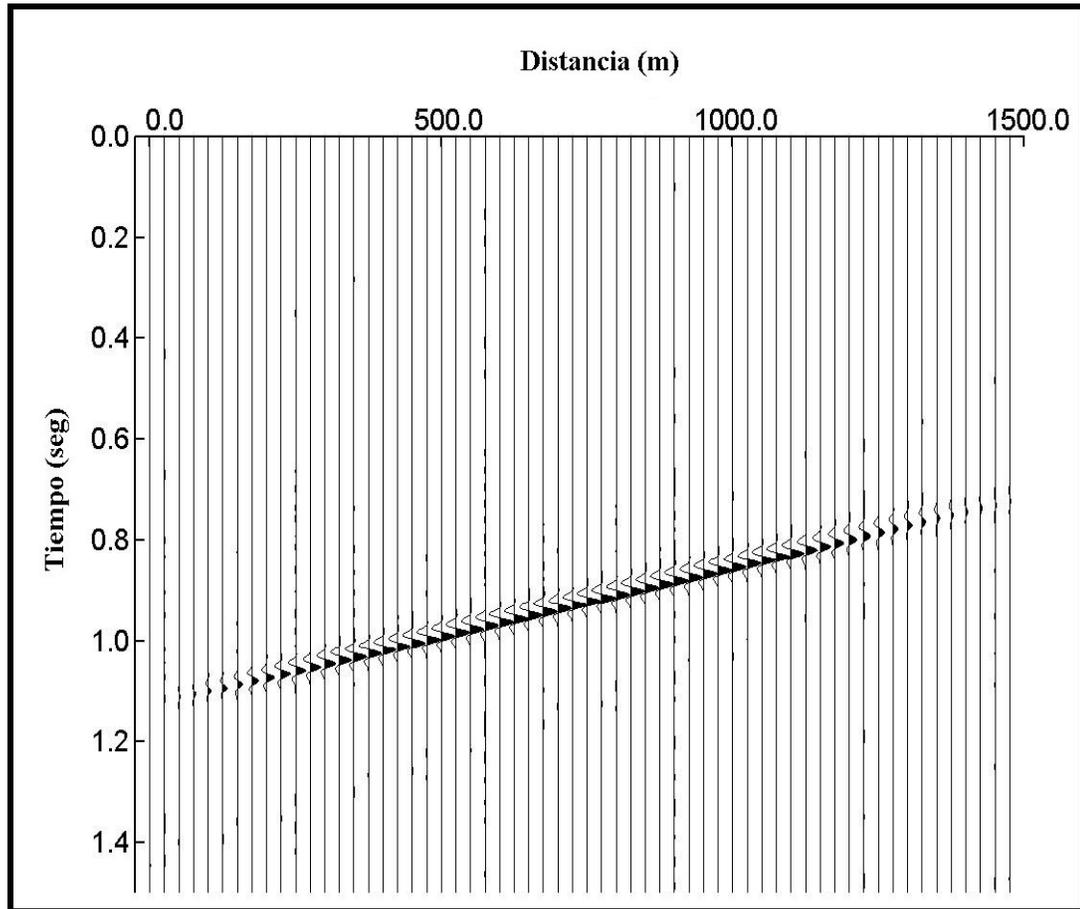


Figura 4. 29. Sección apilada con la velocidad del medio (2500 m/seg).

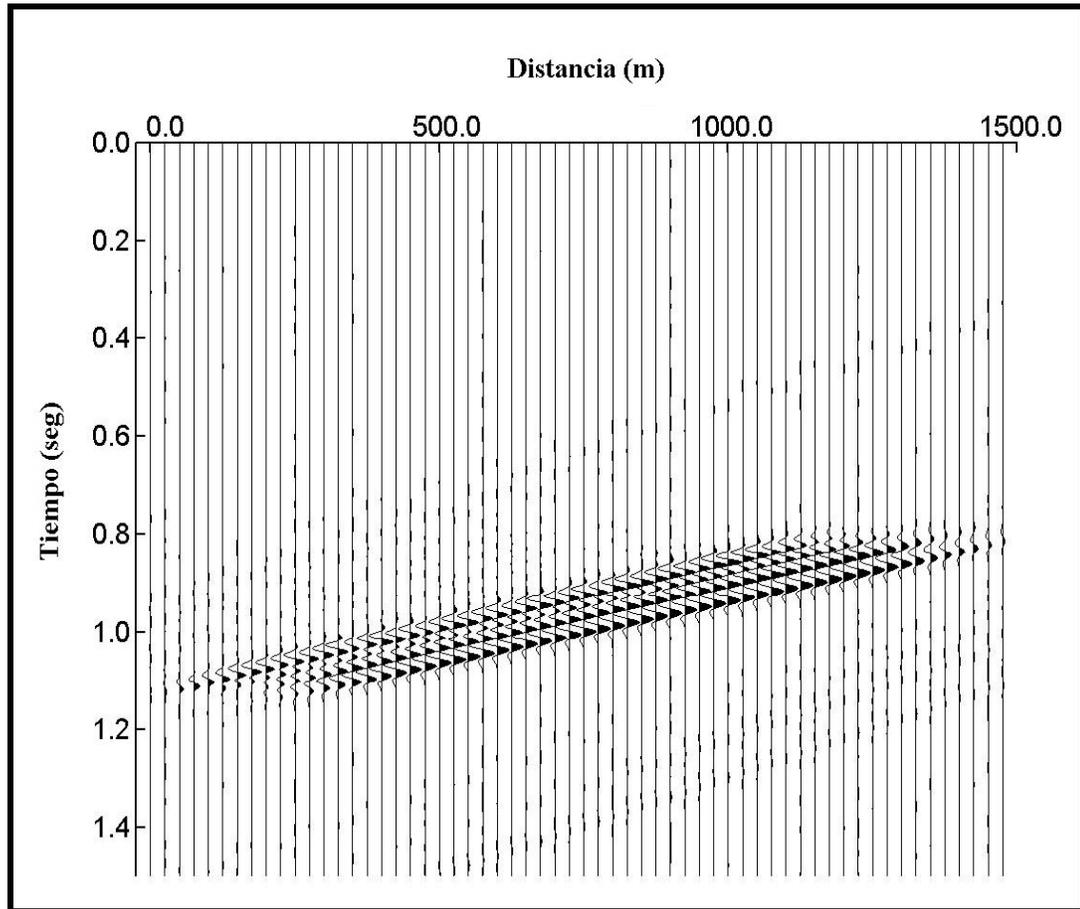


Figura 4. 30. Sección apilada con la velocidad 15% más alta que la velocidad del medio (2875 m/seg).

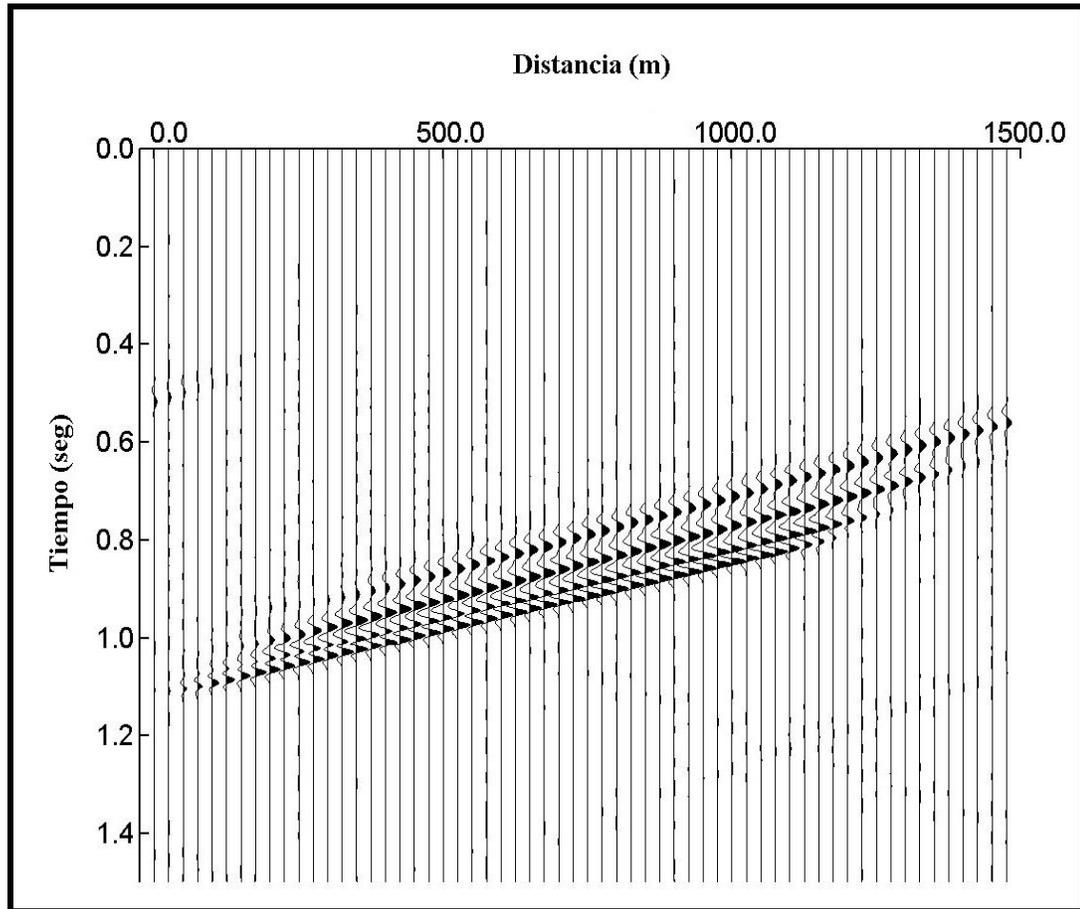


Figura 4. 31. Sección apilada con la velocidad 15% más baja que la velocidad del medio (2125 m/seg).

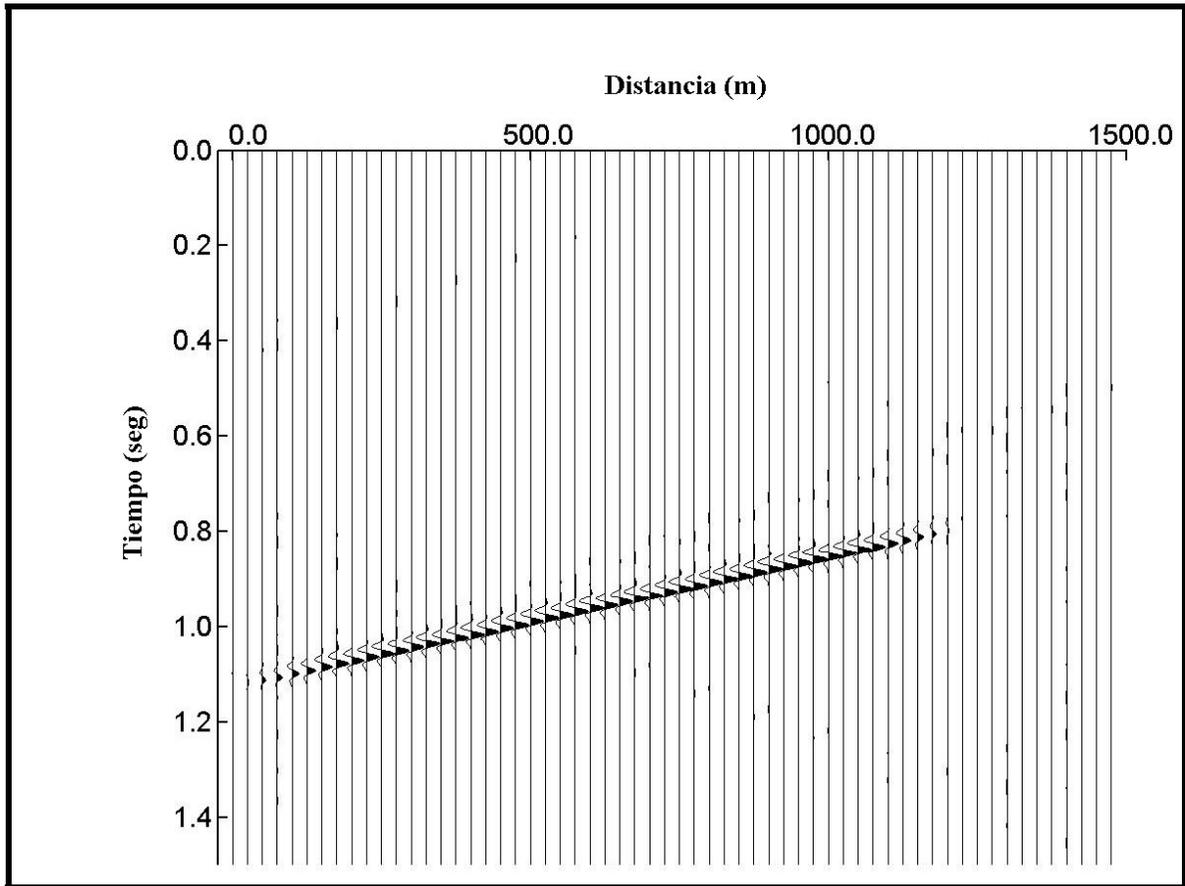


Figura 4. 32. Sección de distancia f-r común igual a 525 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg).

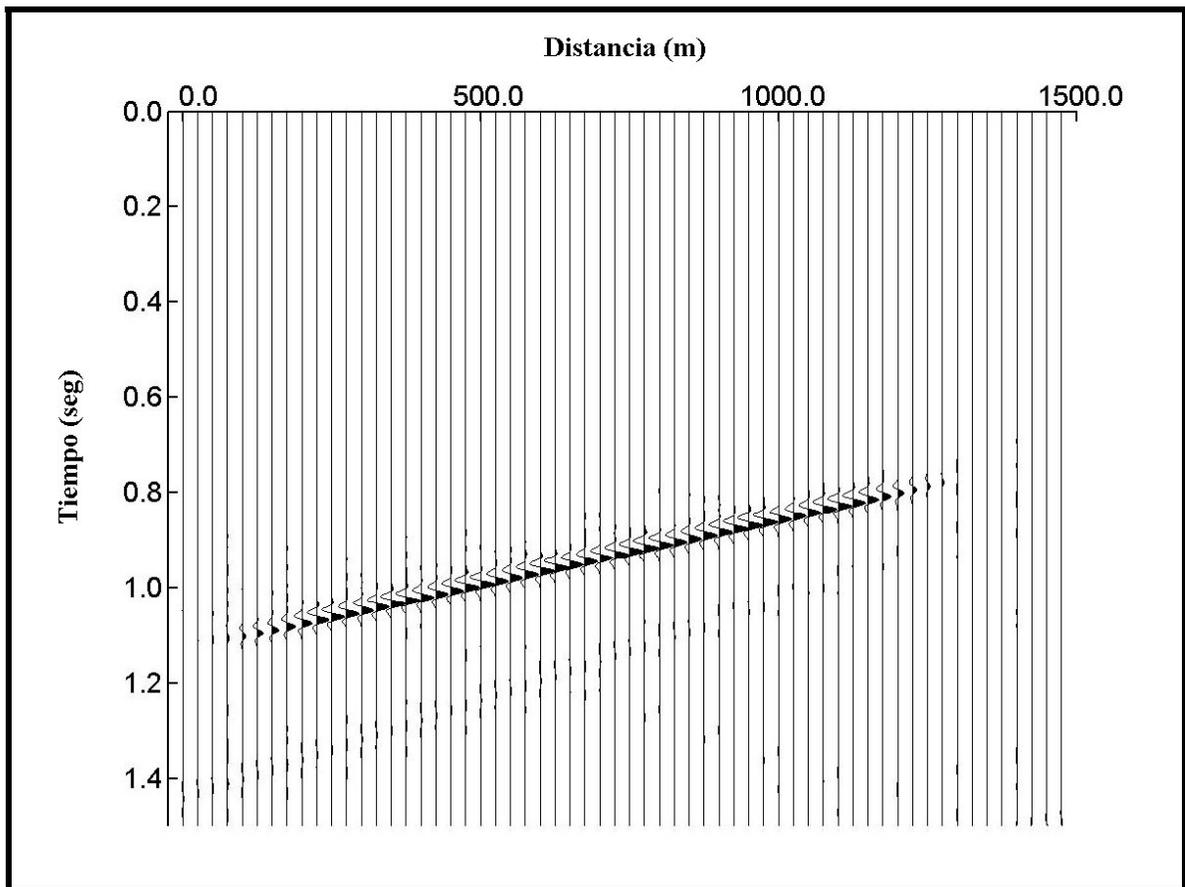


Figura 4. 33. Sección de distancia f-r común igual a 1025 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg).

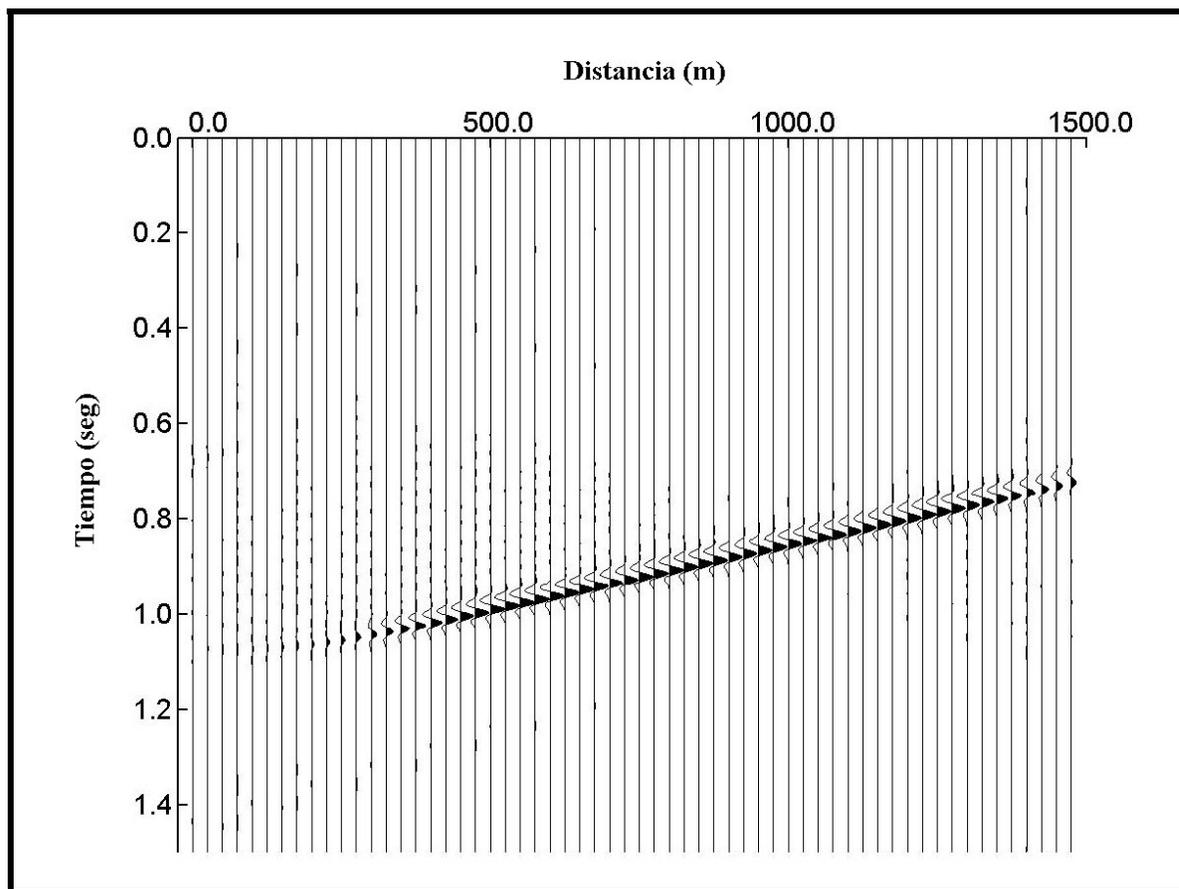


Figura 4. 34. Sección de distancia f-r común igual a 2025 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg).

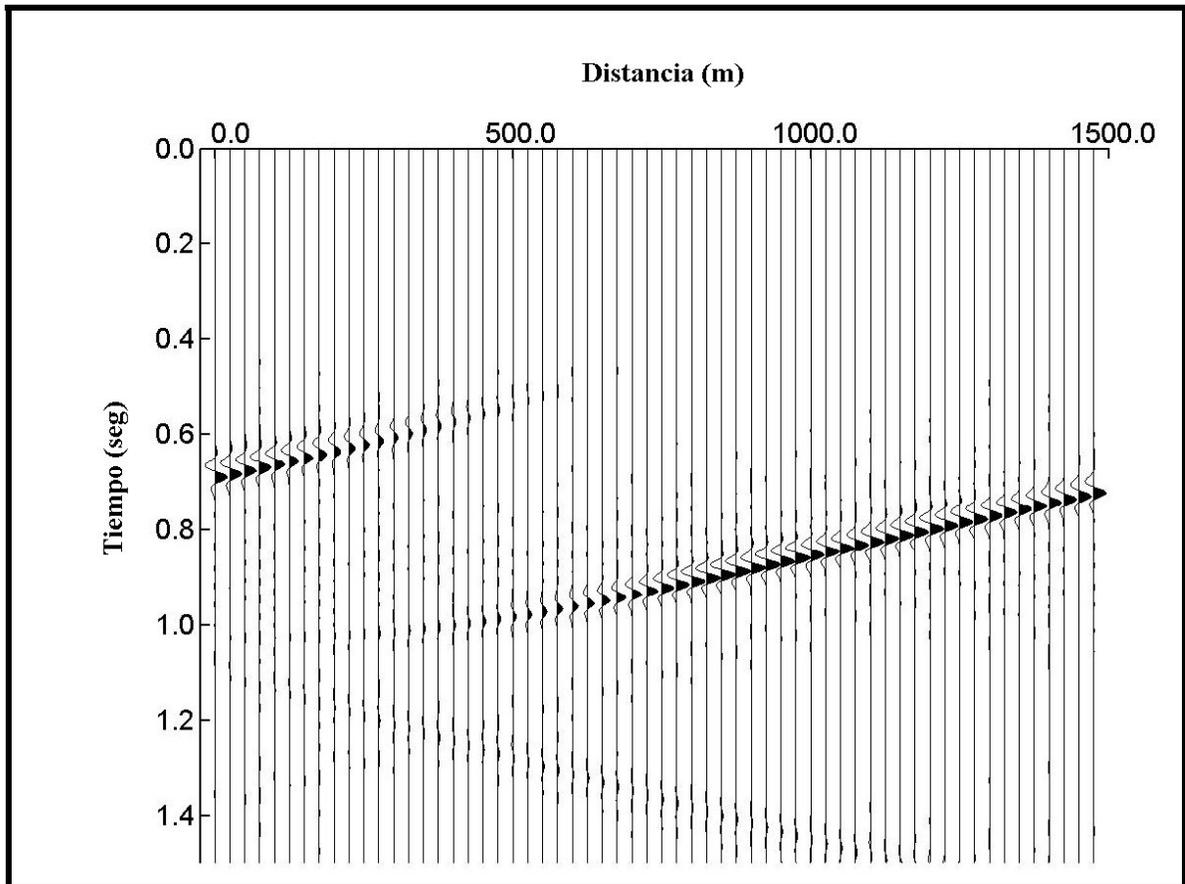


Figura 4. 35. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg).

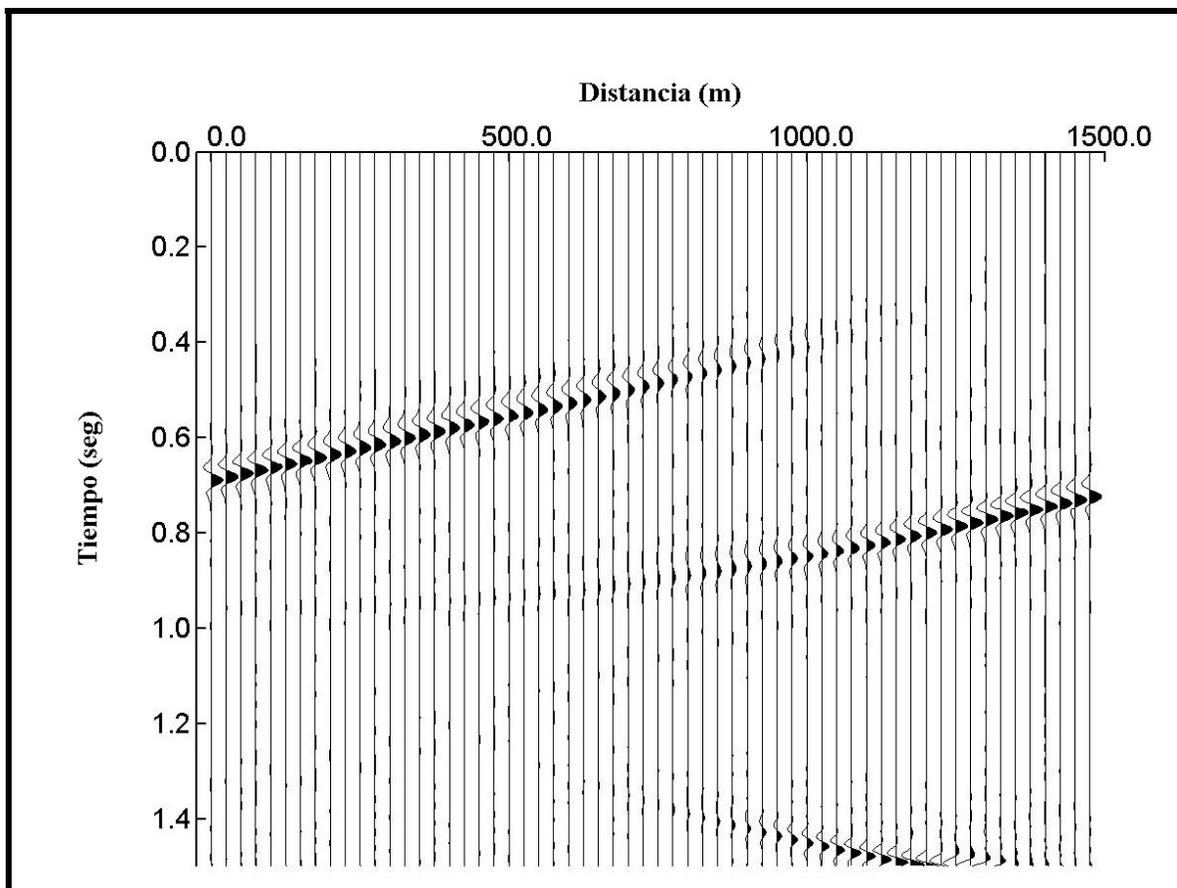


Figura 4. 36. Sección de distancia f-r común igual a 4025 metros, corregida por MZO usando la velocidad del medio (2500 m/seg).

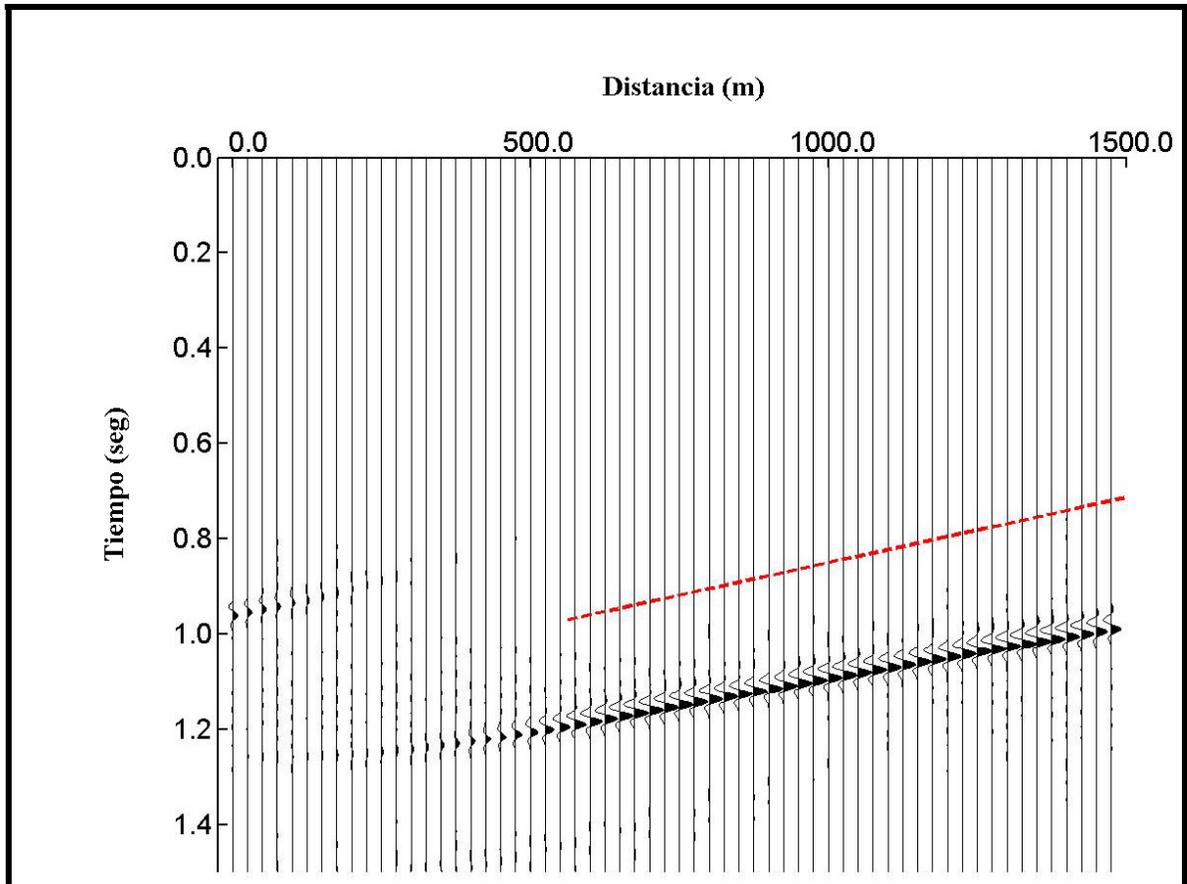


Figura 4. 37. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 25% más alta que la velocidad del medio (3125 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

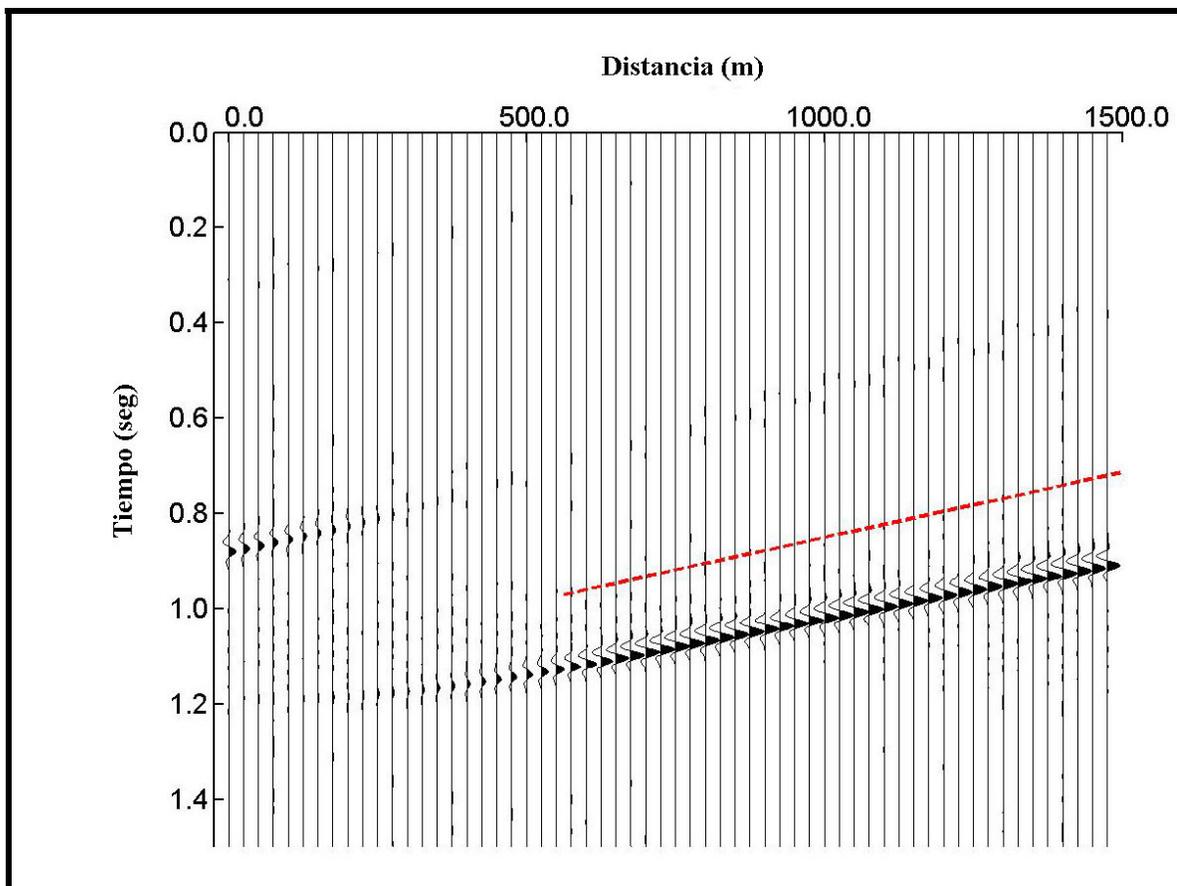


Figura 4. 38. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 15% más alta que la velocidad del medio (2875 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

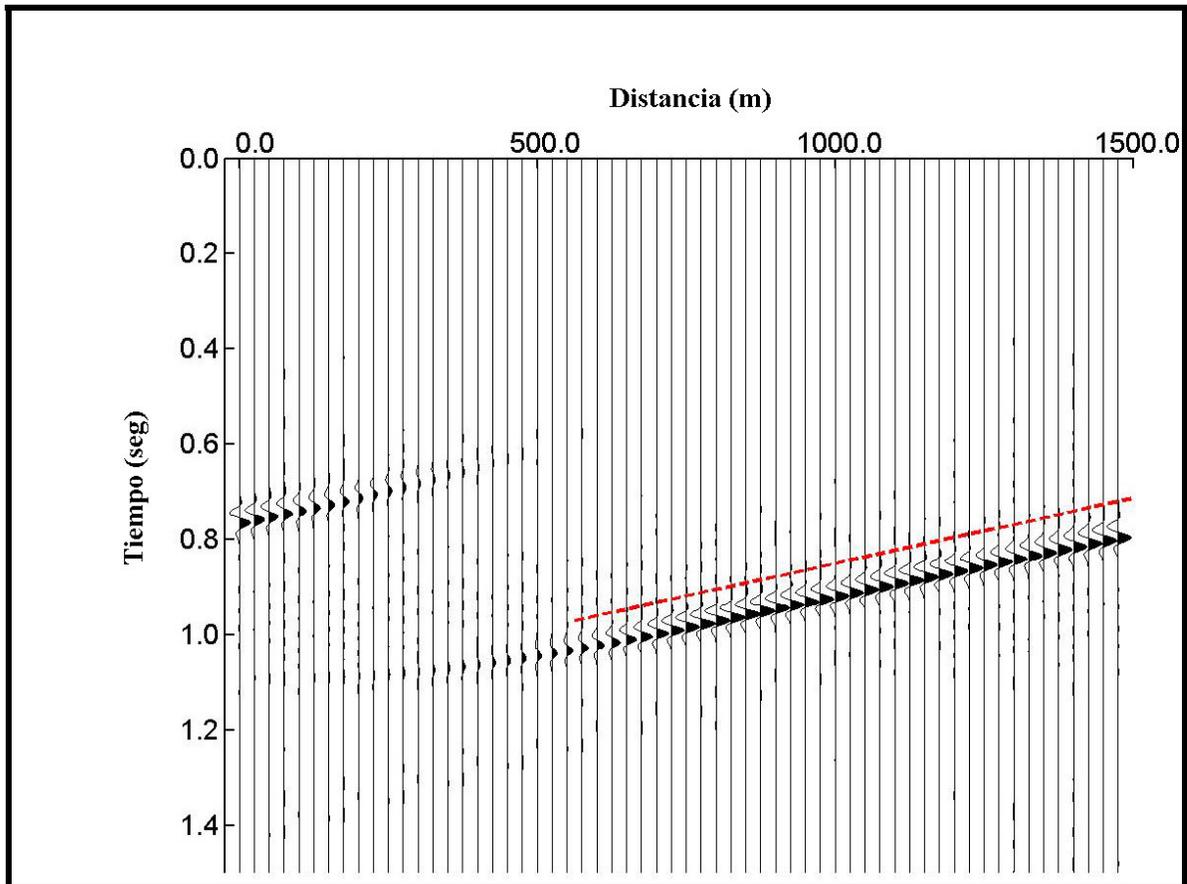


Figura 4. 39. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 5% más alta que la velocidad del medio (2625 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

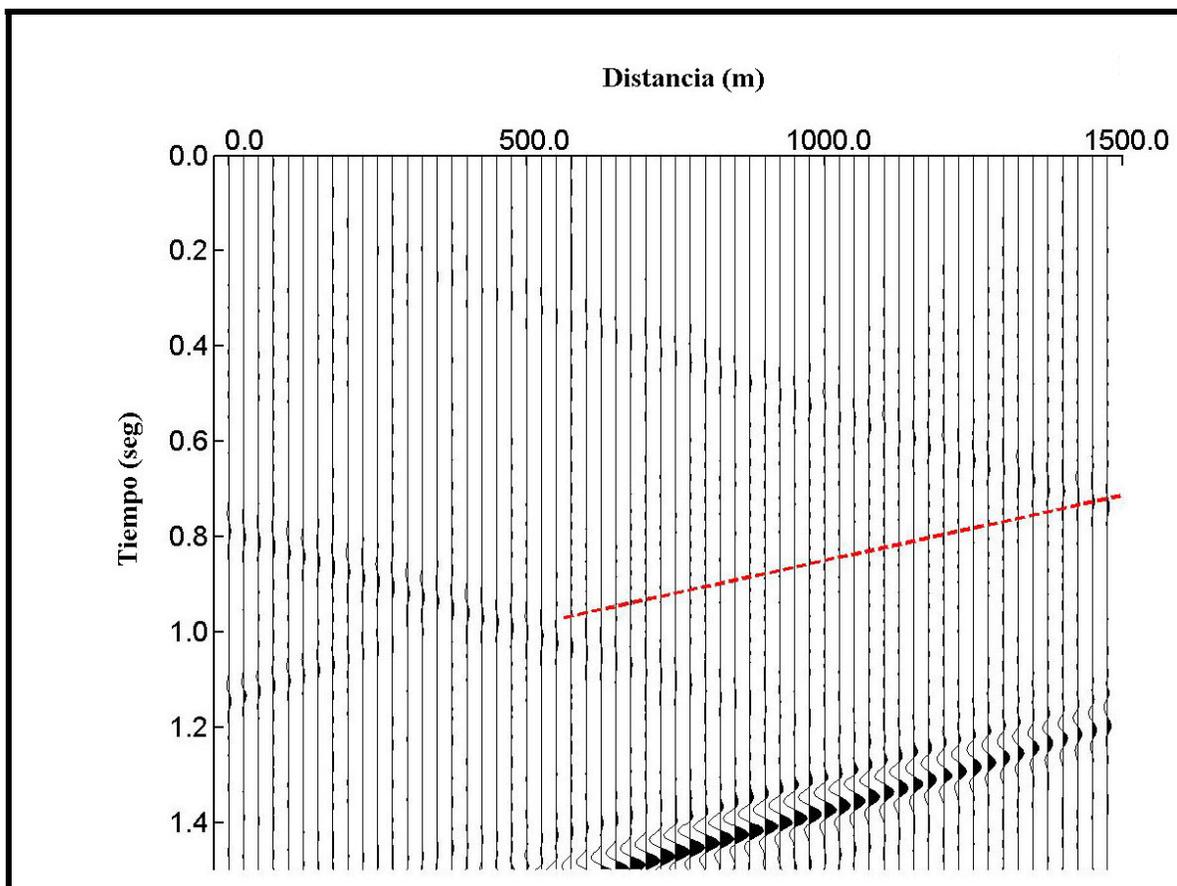


Figura 4. 40. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 25% más baja que la velocidad del medio (1875 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

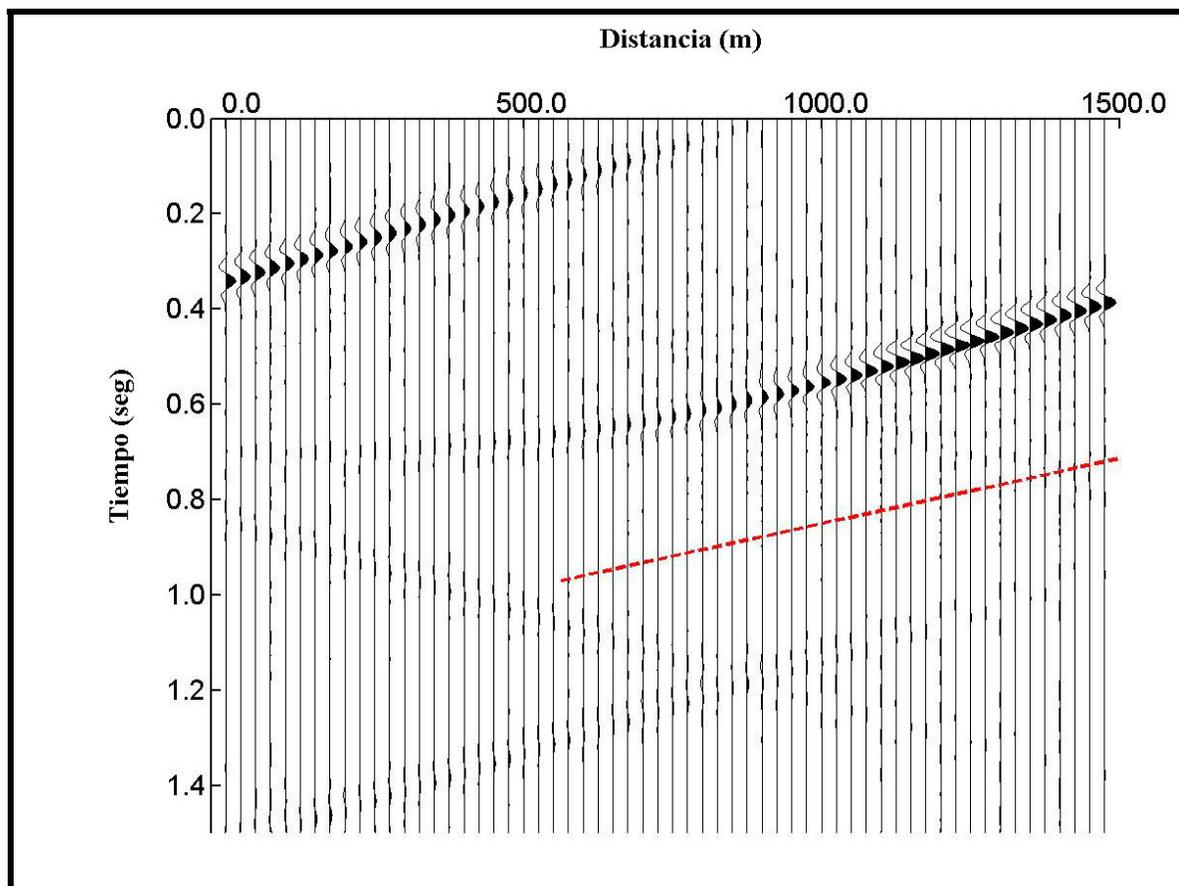


Figura 4. 41. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 15% más baja que la velocidad del medio (2125 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

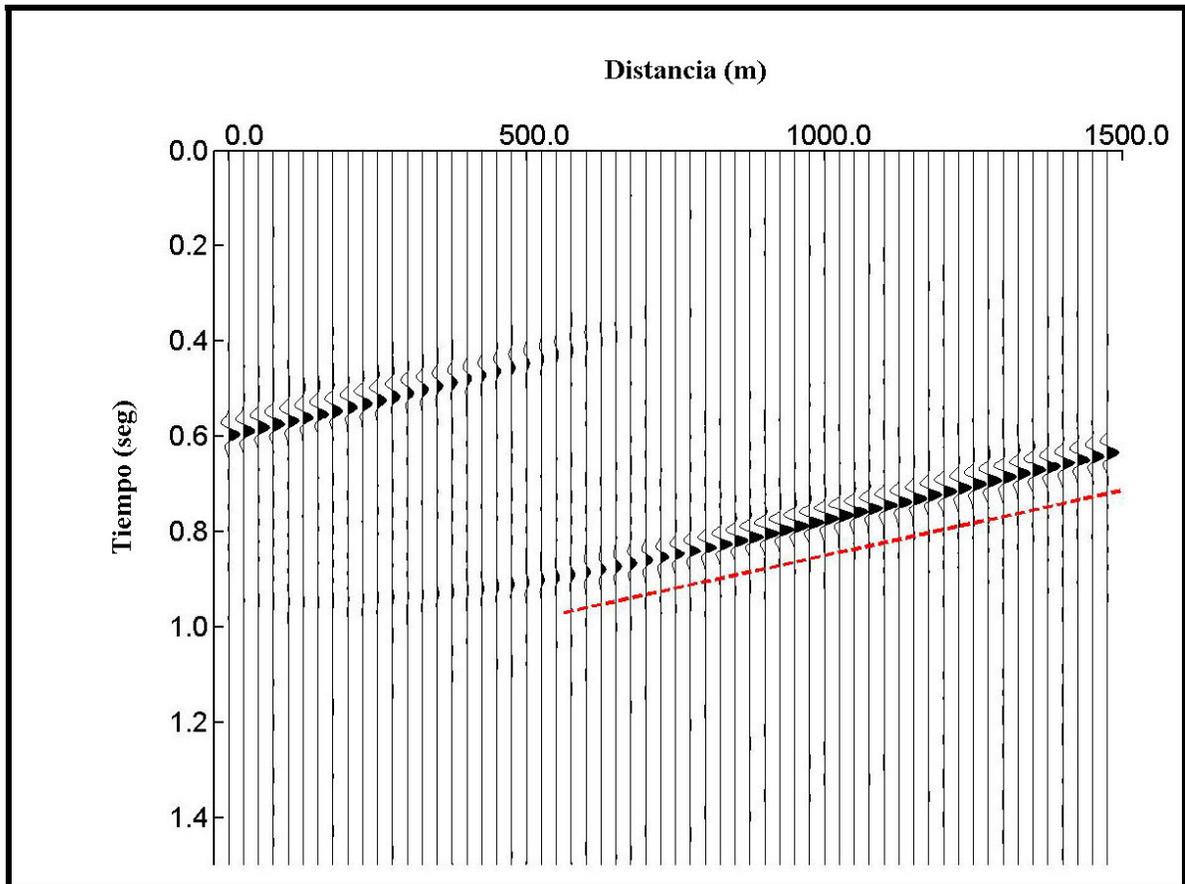


Figura 4. 42. Sección de distancia f-r común igual a 3025 metros, corregida por MZO usando una velocidad 5% más baja que la velocidad del medio (2375 m/seg). La línea roja indica la corrección teórica.

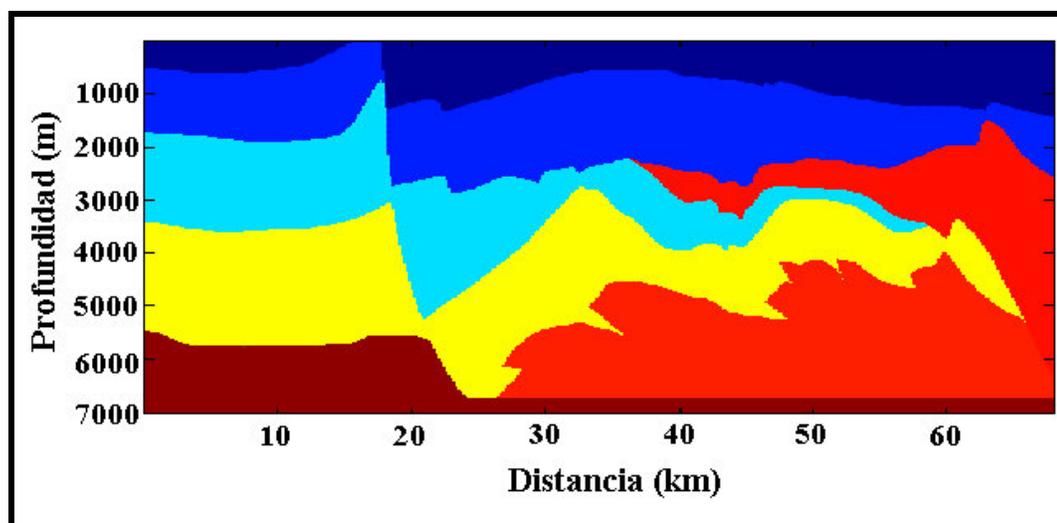


Figura 5. 1. Modelo de velocidad para la Ensenada de Barcelona. (Tomado de VIPA – PDVSA).

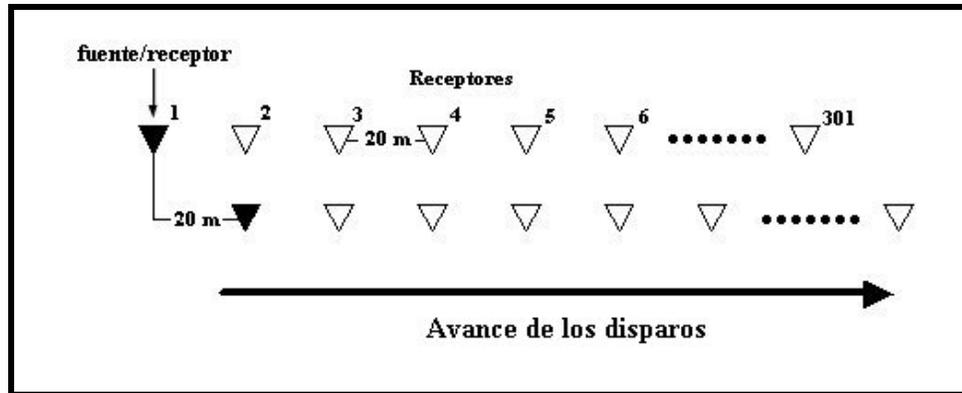


Figura 5. 2. Esquema para la configuración de disparo. El tipo de tendido utilizado es “End – on”.

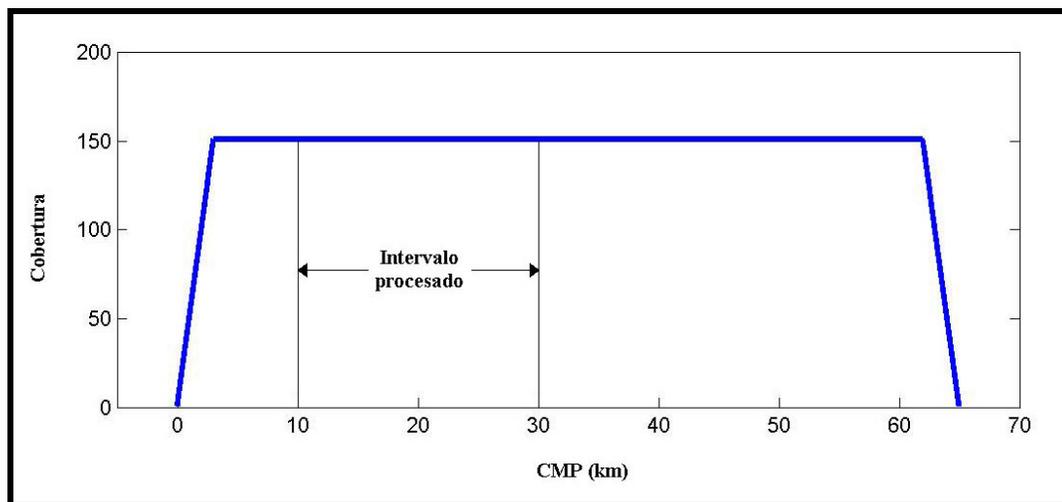


Figura 5. 3 Diagrama de cobertura indicando el intervalo del transecto escogido para realizar las transformaciones a distancia f-r nula.

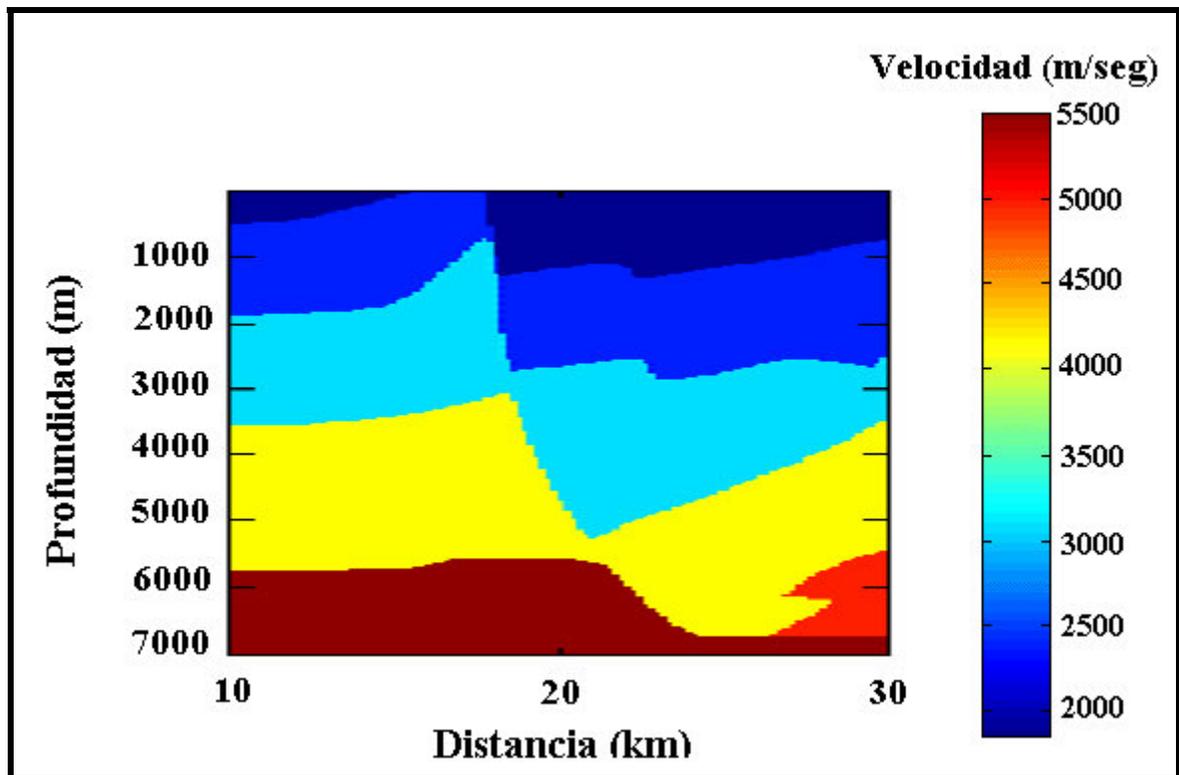


Figura 5. 4. Intervalo del modelo de velocidades escogida para realizar las transformaciones a distancia f-r nula.

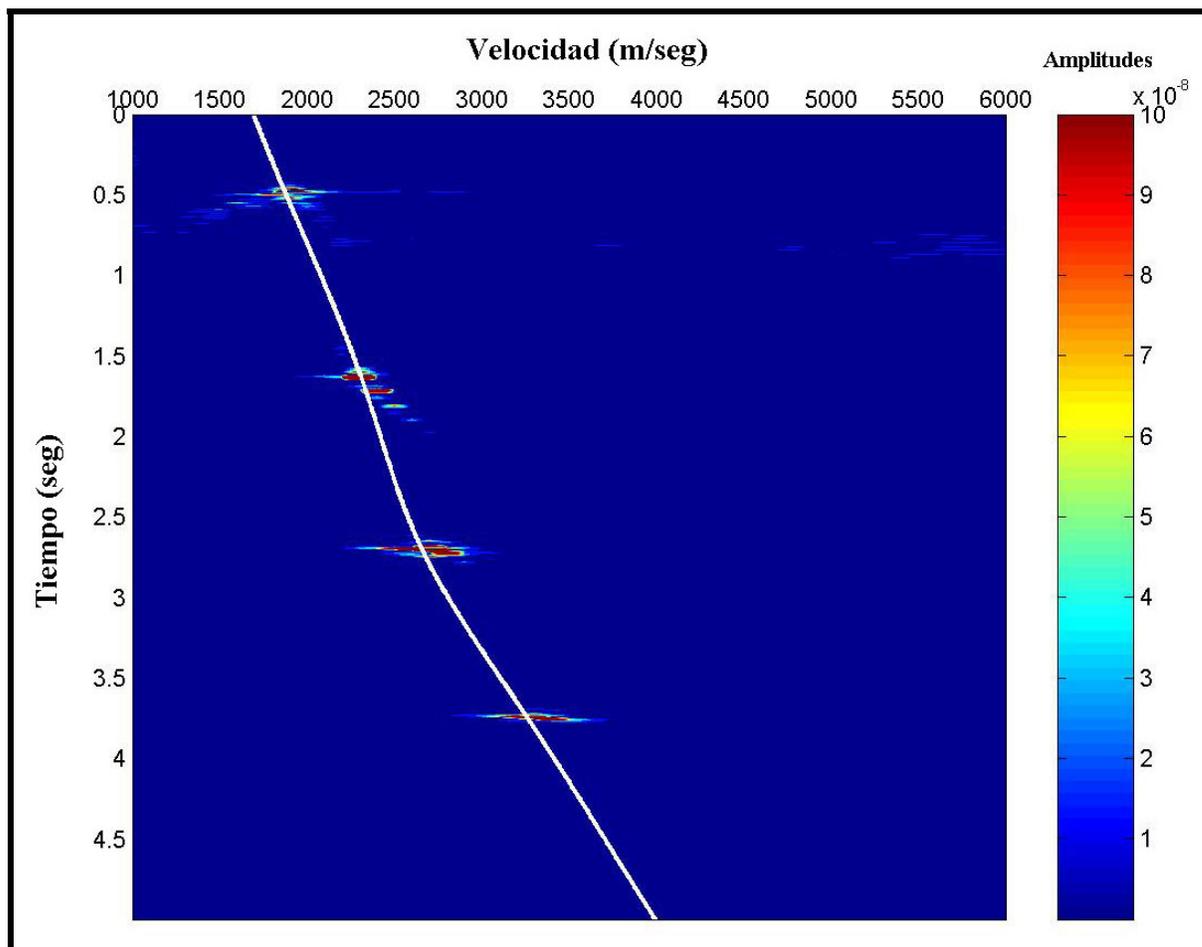


Figura 5. 5. Semblanza para el CMP ubicado en el kilómetro 11 del transecto. La línea blanca representa la velocidad en función del tiempo.

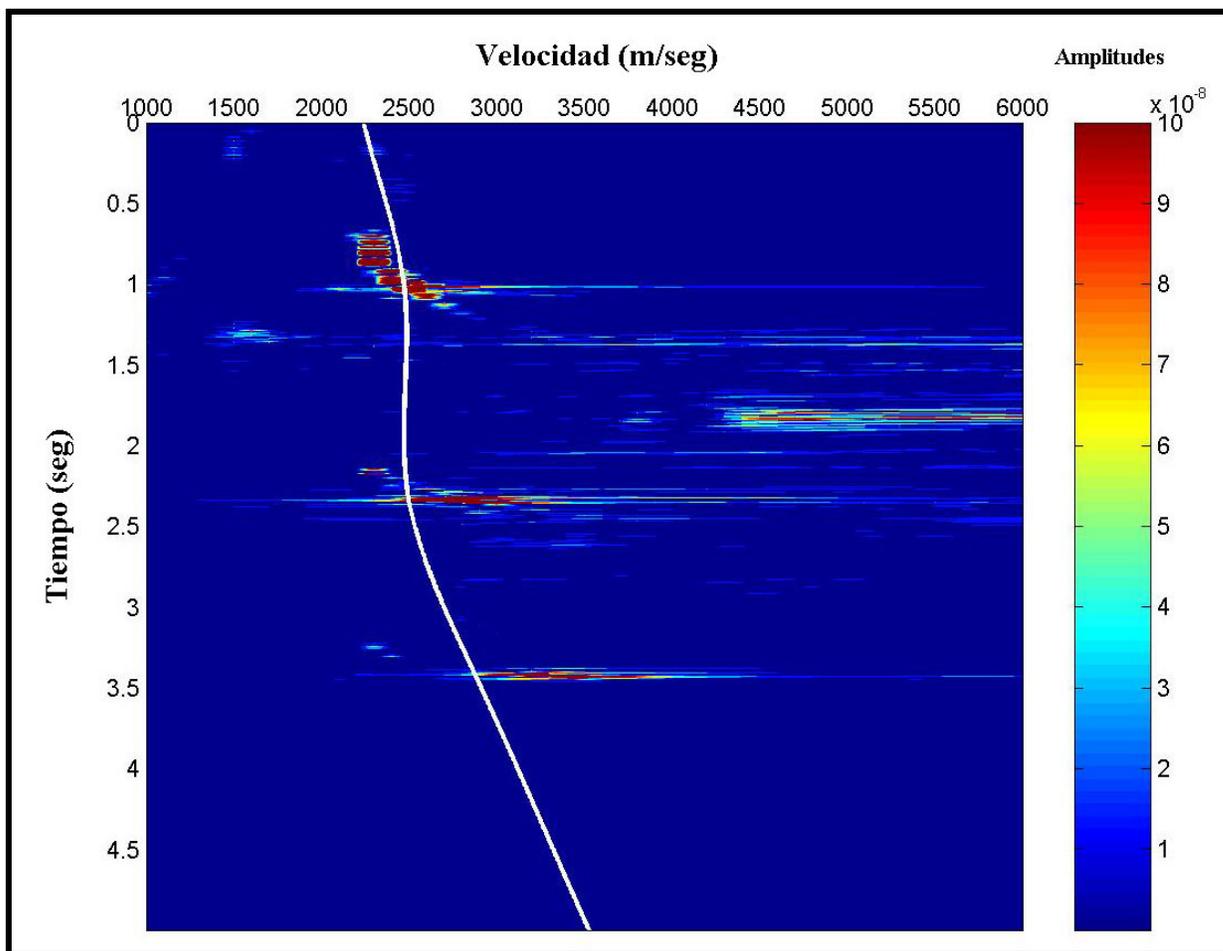


Figura 5. 6. Semblanza para el CMP ubicado en el kilómetro 16 del transecto. La línea blanca representa la velocidad en función del tiempo.

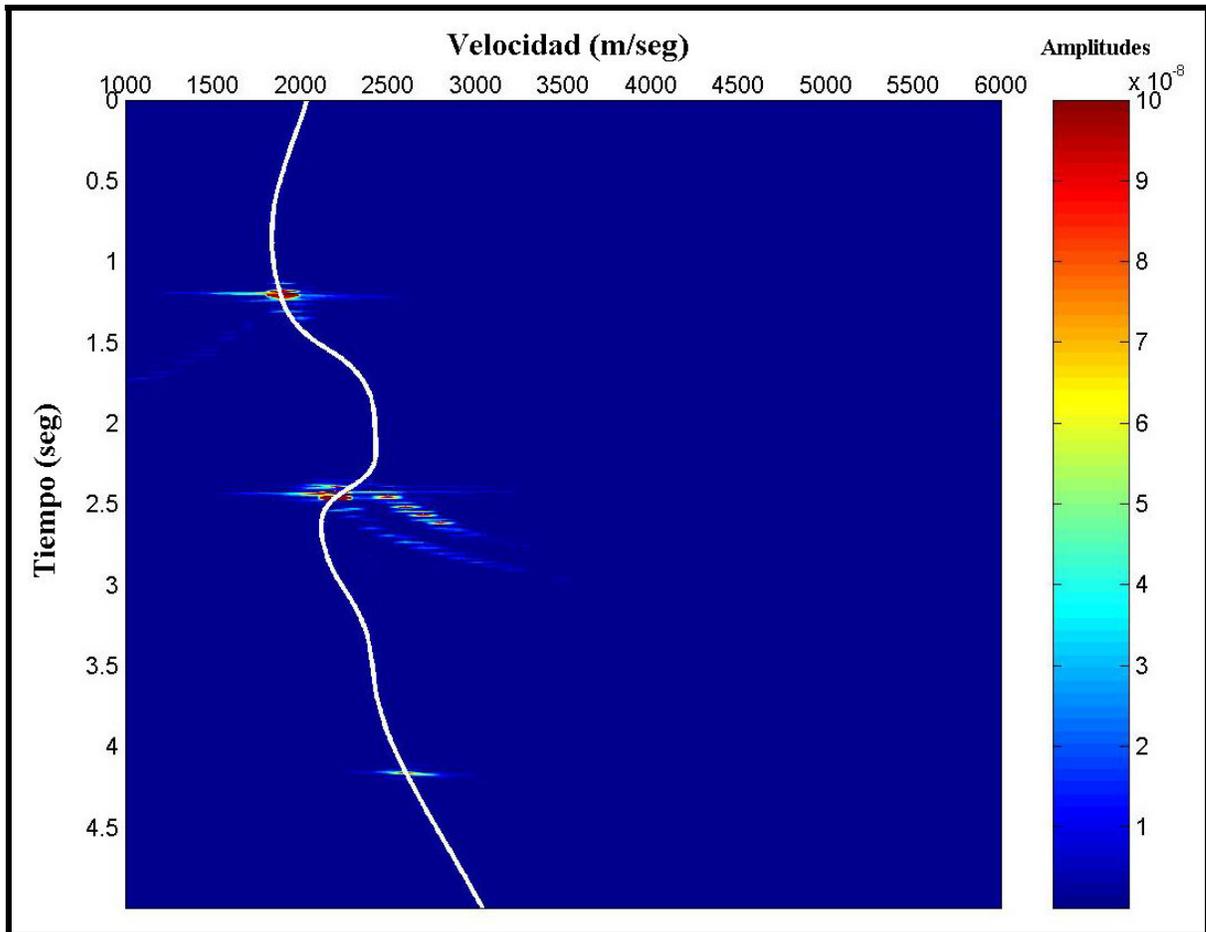


Figura 5. 7. Semblanza para el CMP ubicado en el kilómetro 20 del transecto. La línea blanca representa la velocidad en función del tiempo.

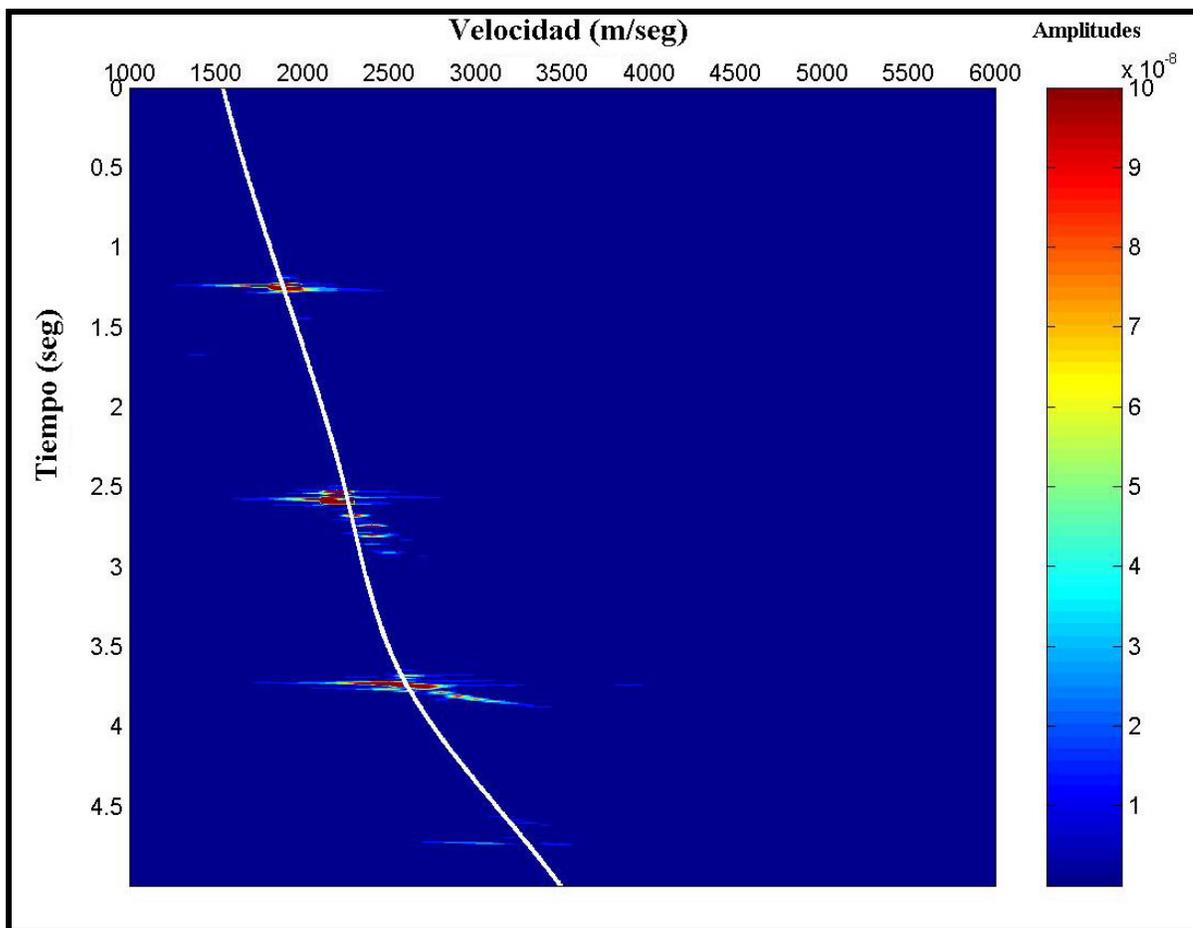


Figura 5. 8. Semblanza para el CMP ubicado en el kilómetro 24 del transecto. La línea blanca representa la velocidad en función del tiempo.

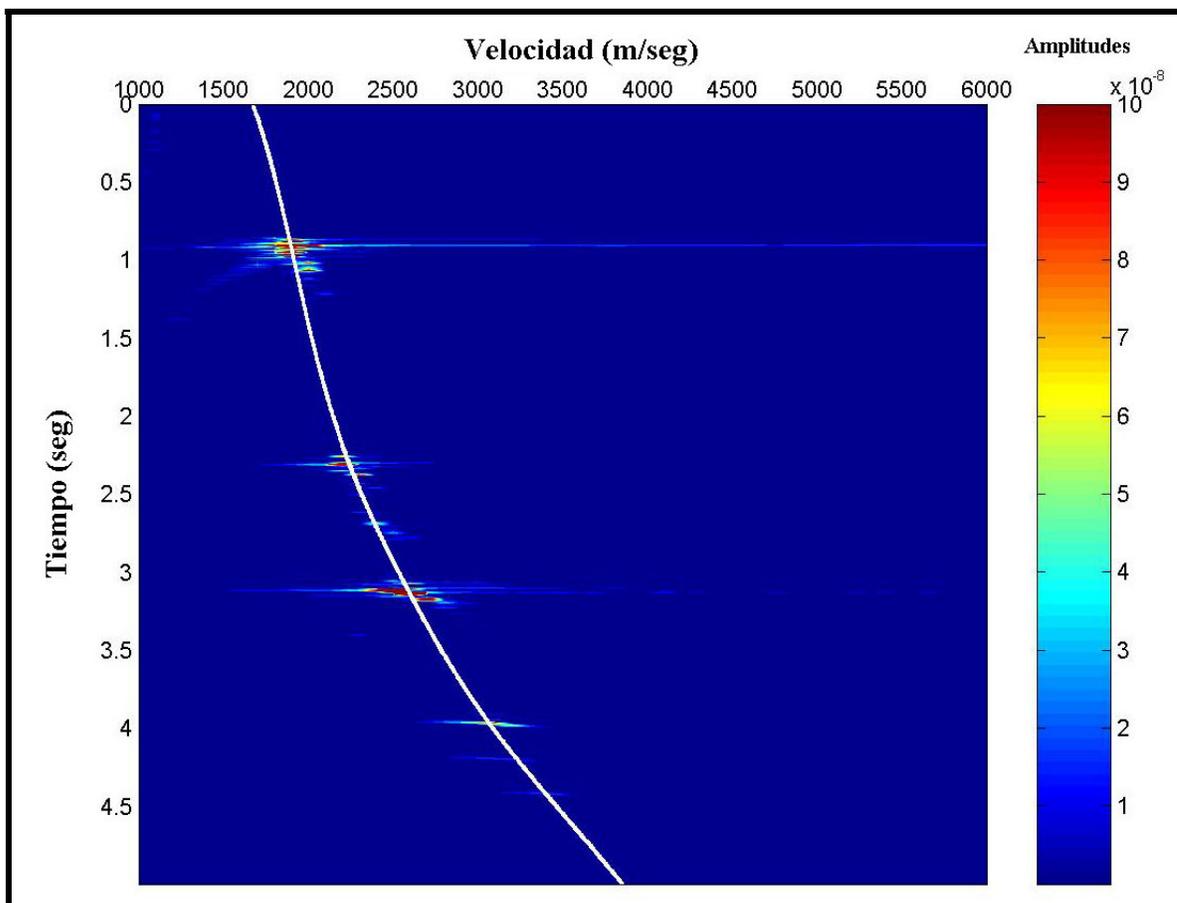


Figura 5. 9. Semblanza para el CMP ubicado en el kilómetro 28 del transecto. La línea blanca representa la velocidad en función del tiempo.

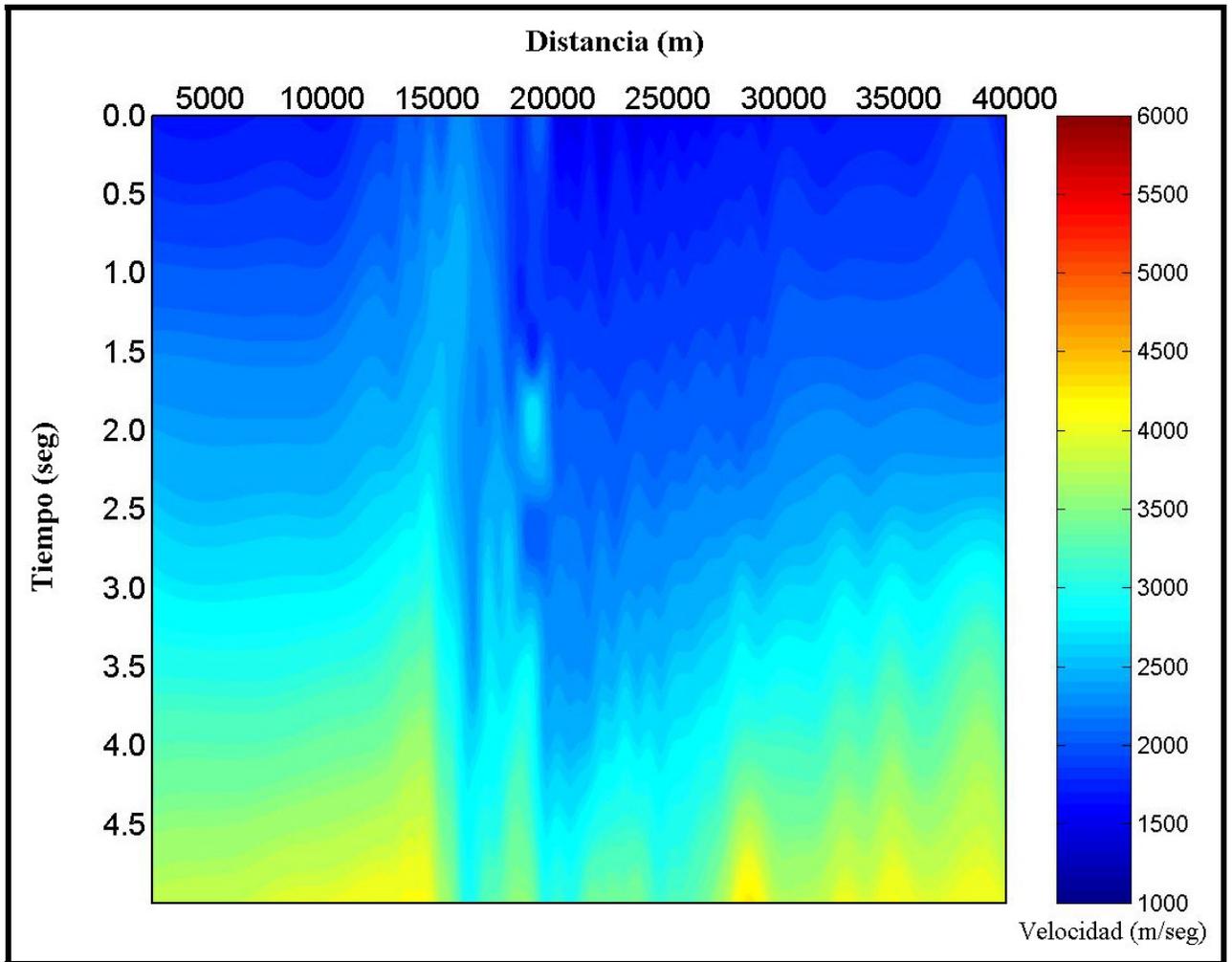


Figura 5. 10. Campo de velocidad media cuadrática del modelo de la Ensenada de Barcelona a través de análisis de semblanza.

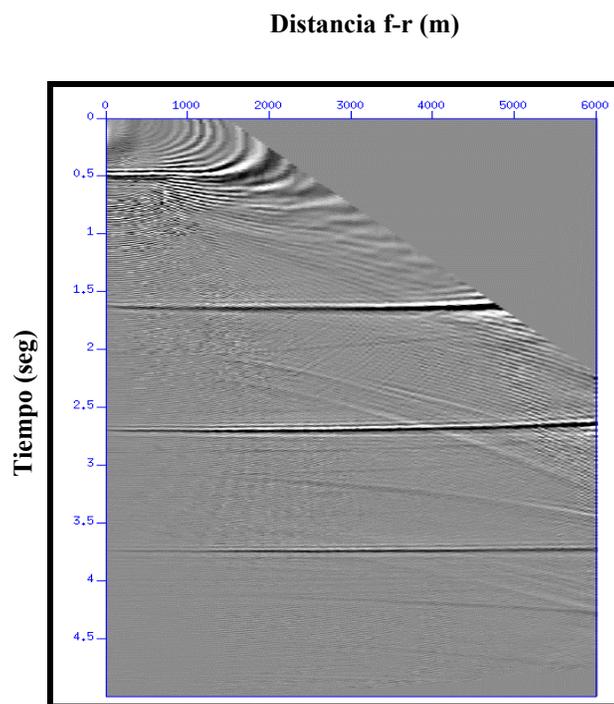
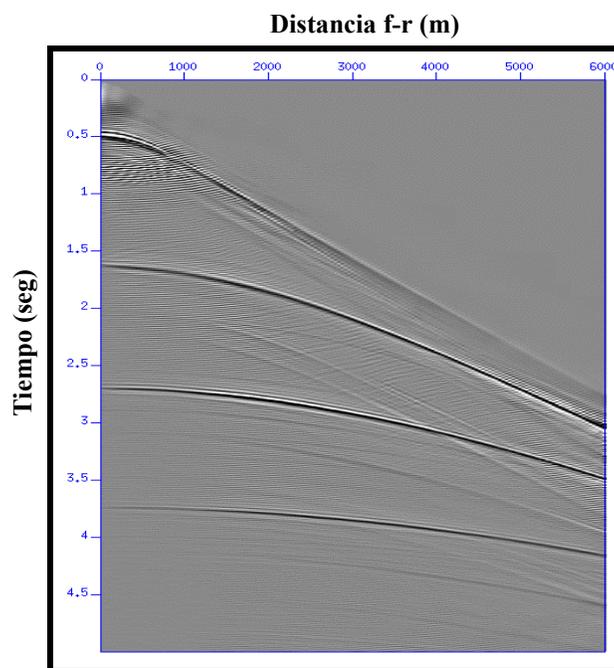


Figura 5. 11. Sección de CMP común para el CMP ubicado a 11 kilómetros del transecto (arriba) y su corrección por NMO por *NMOCPDOM*.

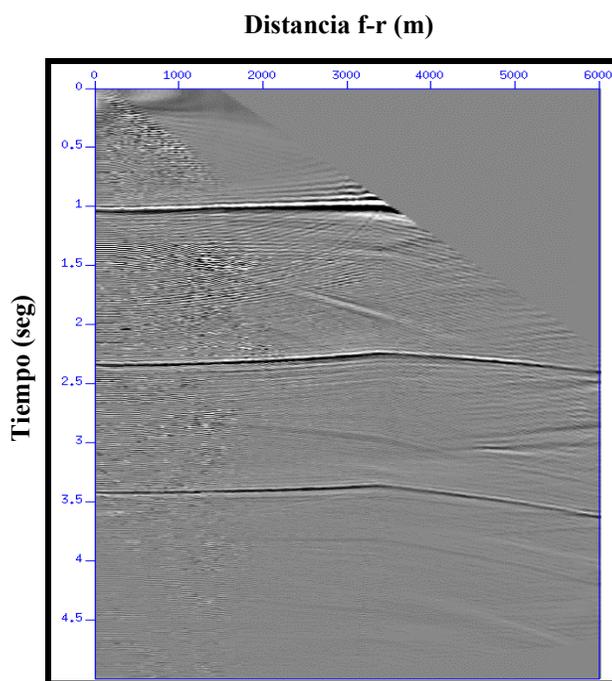
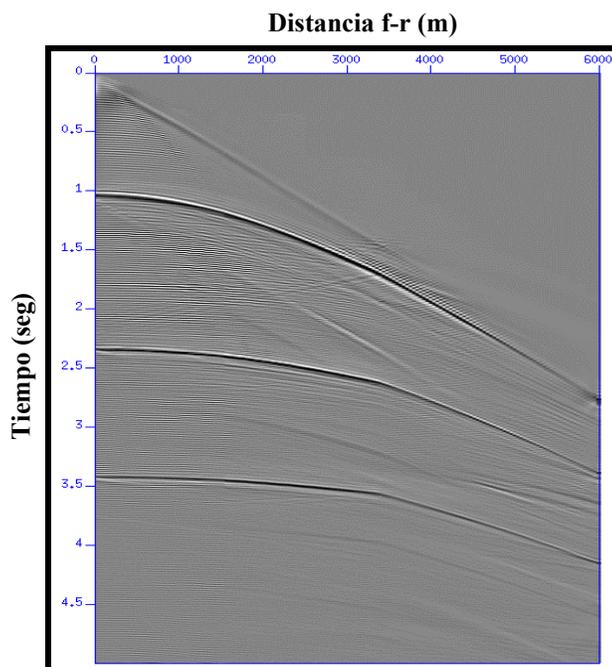


Figura 5. 12. Sección de CMP común para el CMP ubicado a 16 kilómetros del transecto (arriba) y su corrección por NMO por *NMOCPDOM*.

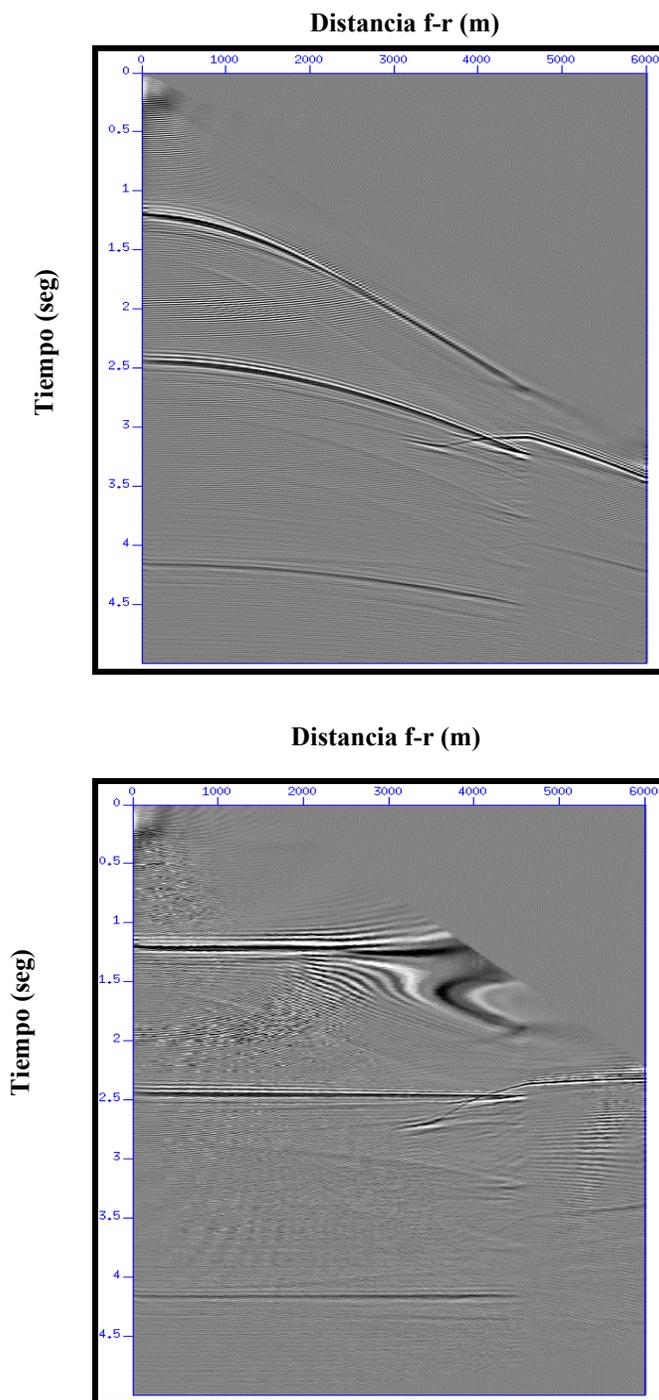


Figura 5. 13. Sección de CMP común para el CMP ubicado a 20 kilómetros del transecto (arriba) y su corrección por NMO por *NMOCMPDOM*.

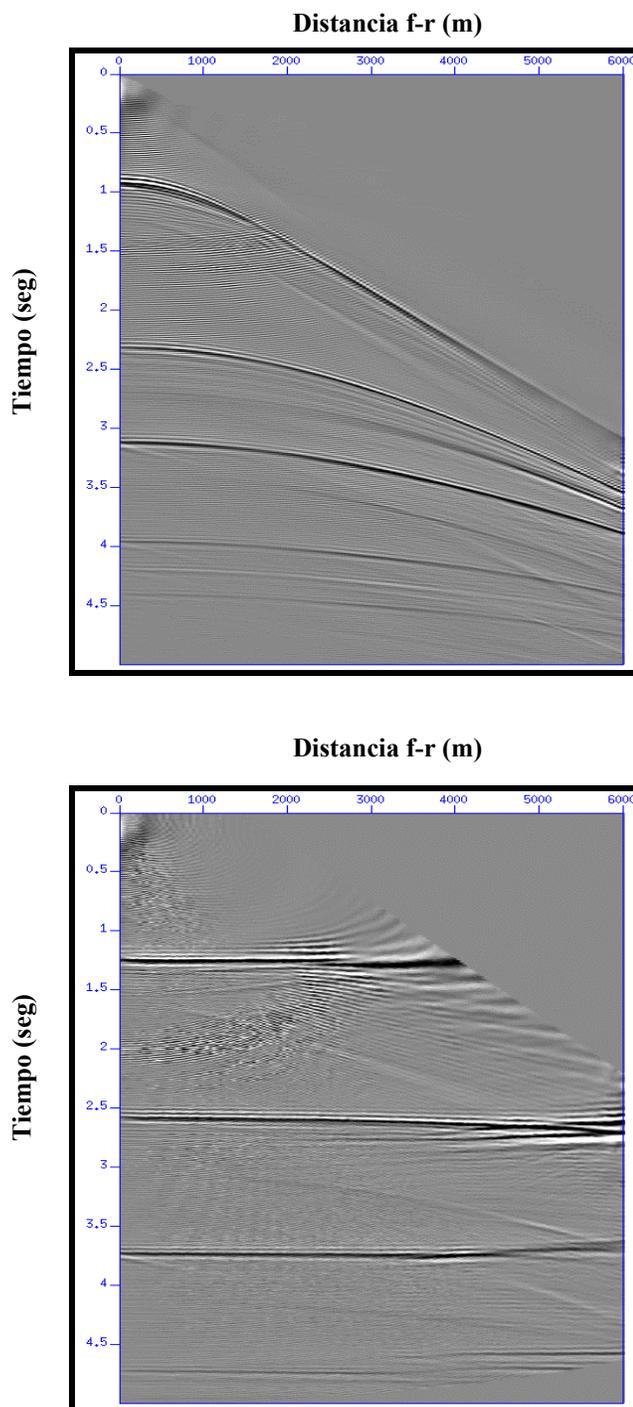


Figura 5. 14. Sección de CMP común para el CMP ubicado a 24 kilómetros del transecto (arriba) y su corrección por NMO por *NMOCMPDOM*.

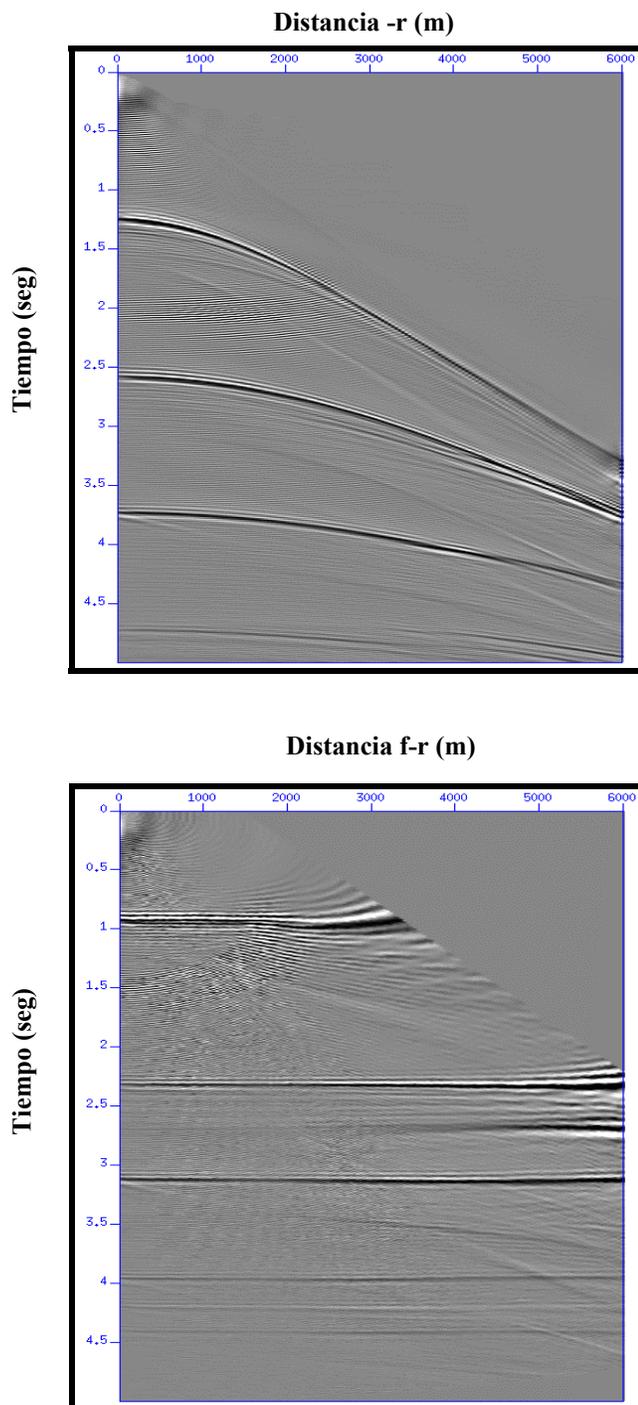


Figura 5. 15. Sección de CMP común para el CMP ubicado a 28 kilómetros del transecto (arriba) y su corrección por NMO por *NMOCMPDOM*.

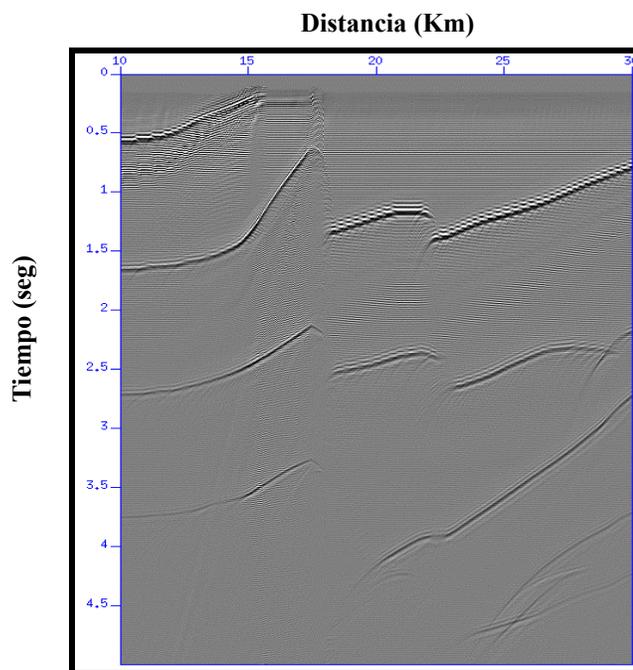


Figura 5. 16. Sección de distancia f-r igual a 440 metros.

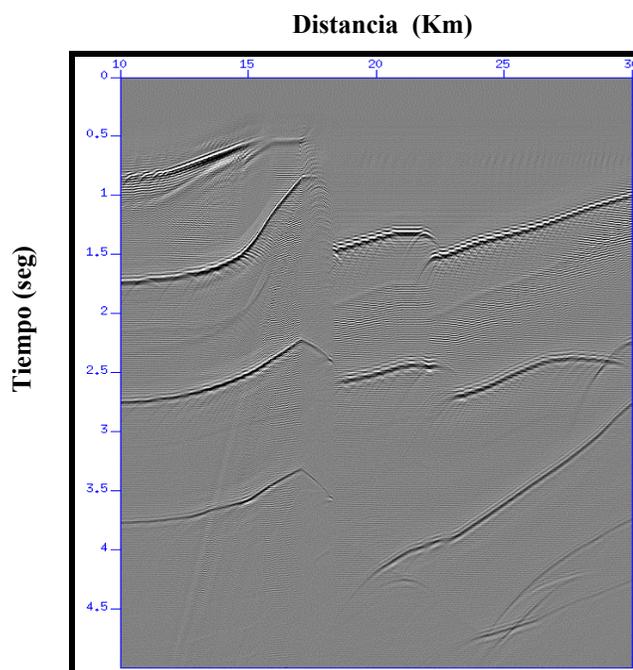


Figura 5. 17. Sección de distancia f-r igual a 1240 metros.

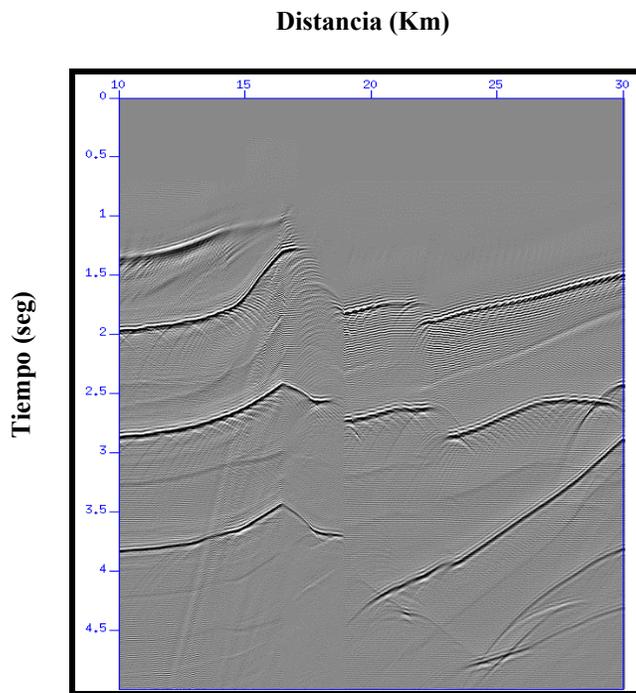


Figura 5. 18. Sección de distancia f-r igual a 2440 metros.

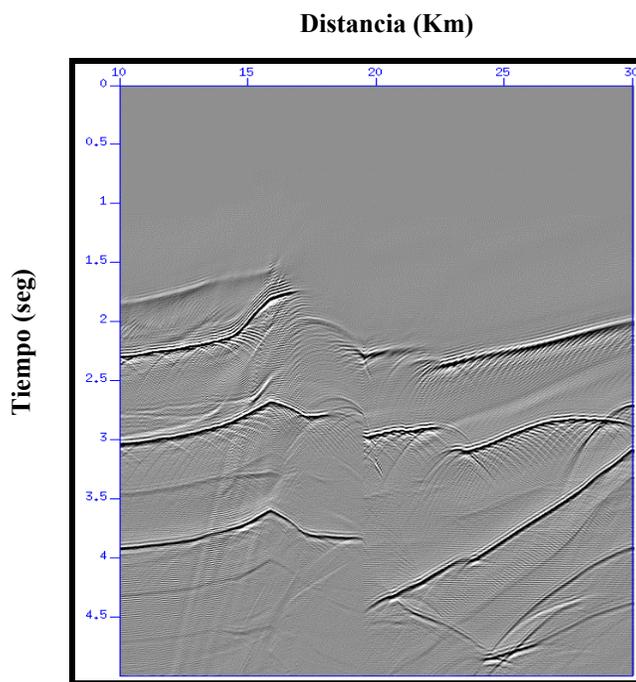


Figura 5. 19. Sección de distancia f-r igual a 3640 metros.

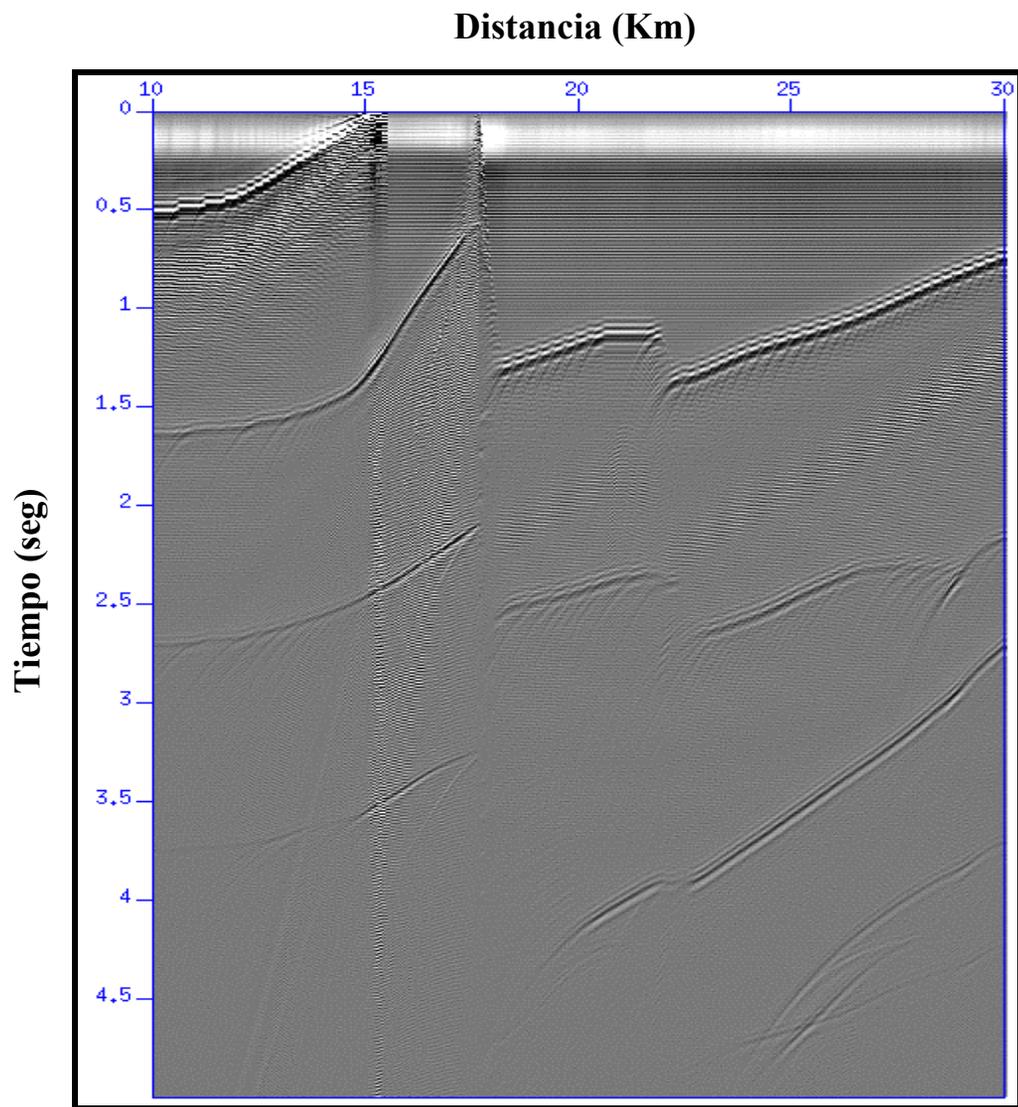
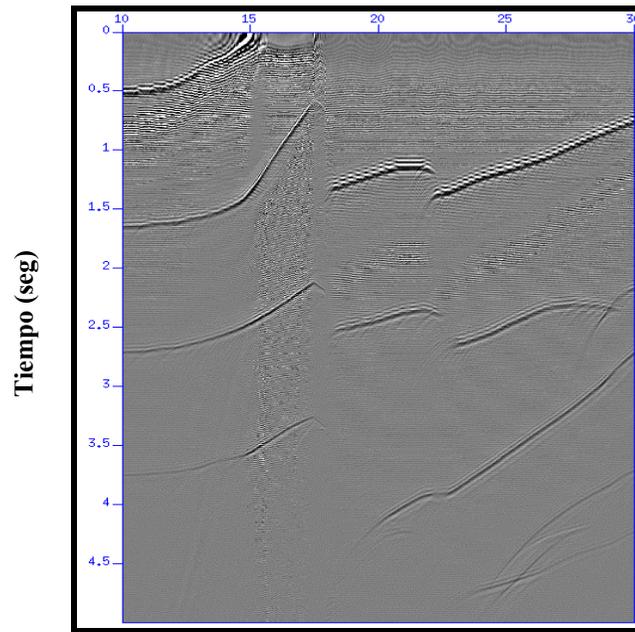
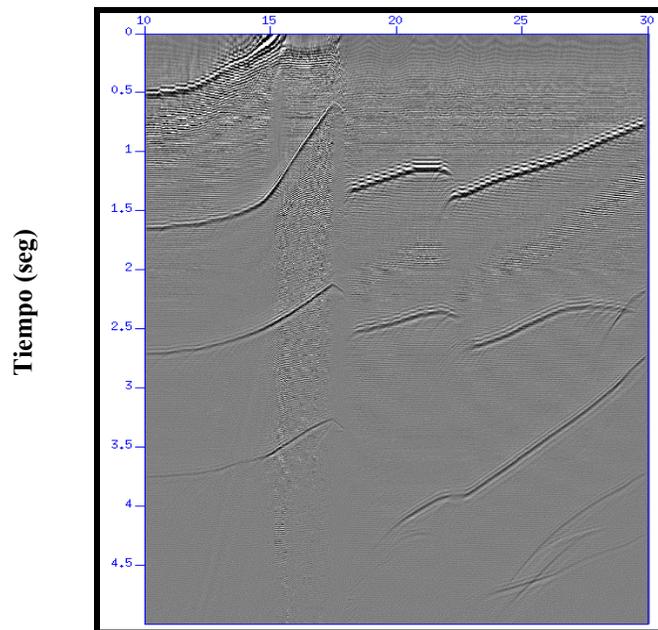


Figura 5. 20. Sección de distancia f-r nula exacta.

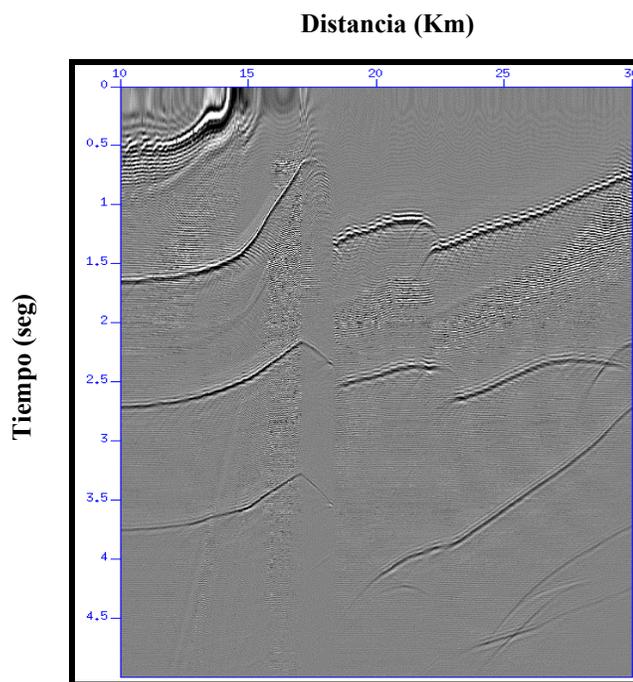


(a)

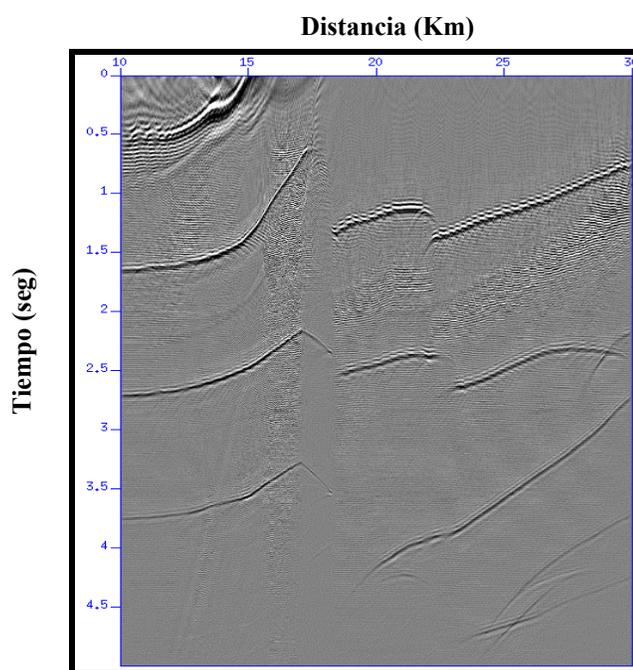


(b)

Figura 5. 21. Sección de distancia f-r común igual a 440 metros transformada a sección de distancia f-r nula por NMO (a) y por NMO+DMO (b).

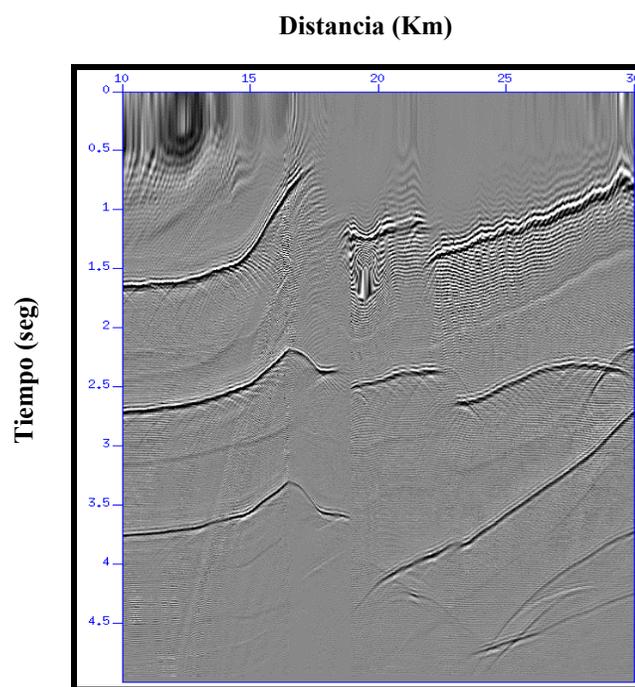


(a)

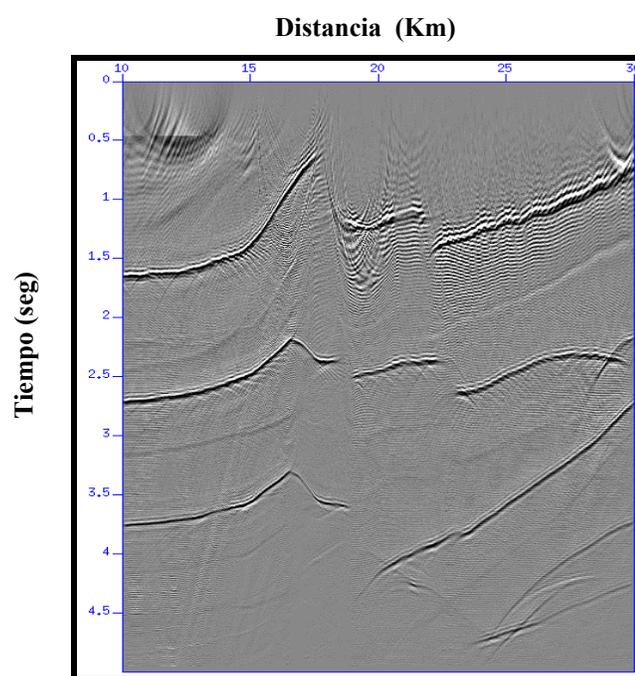


(b)

Figura 5. 22. Sección de distancia f-r común igual a 1240 metros transformada a sección de distancia f-r nula por NMO (a) y por NMO+DMO (b).

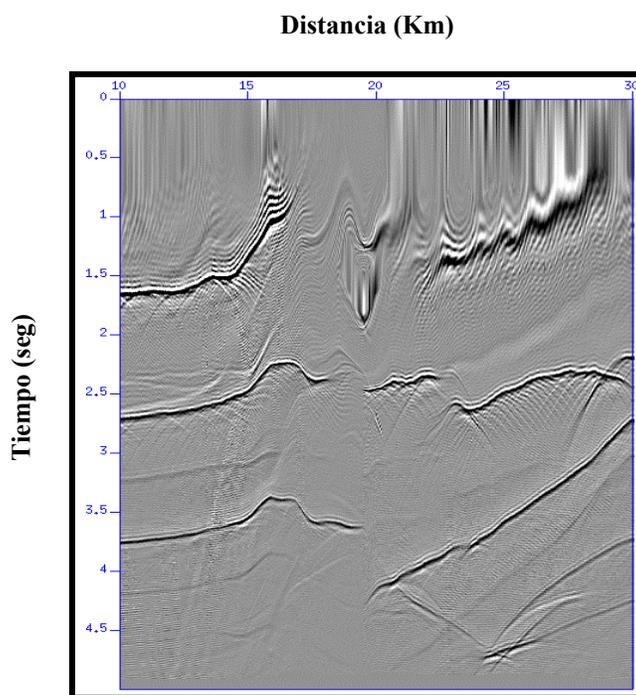


(a)

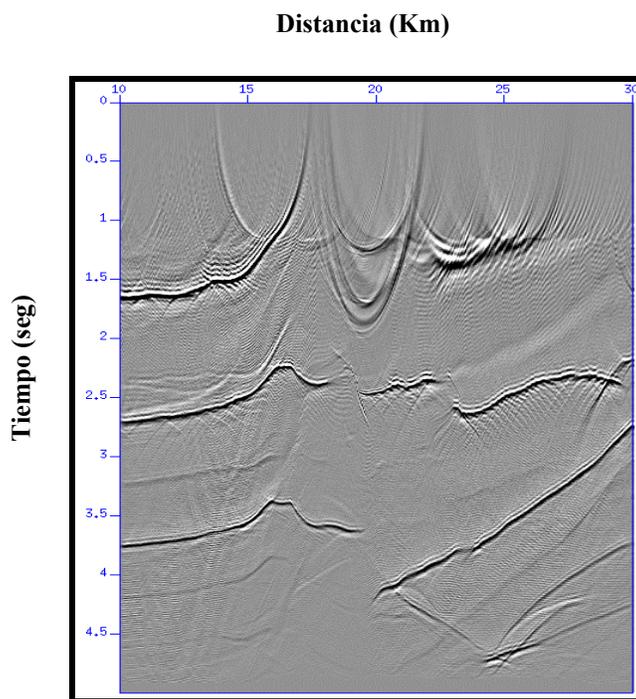


(b)

Figura 5. 23. Sección de distancia f-r común igual a 2440 metros transformada a sección de distancia f-r nula por NMO (a) y por NMO+DMO (b).



(a)



(b)

Figura 5. 24. Sección de distancia f-r común igual a 3640 metros transformada a sección de distancia f-r nula por NMO (a) y por NMO+DMO (b).

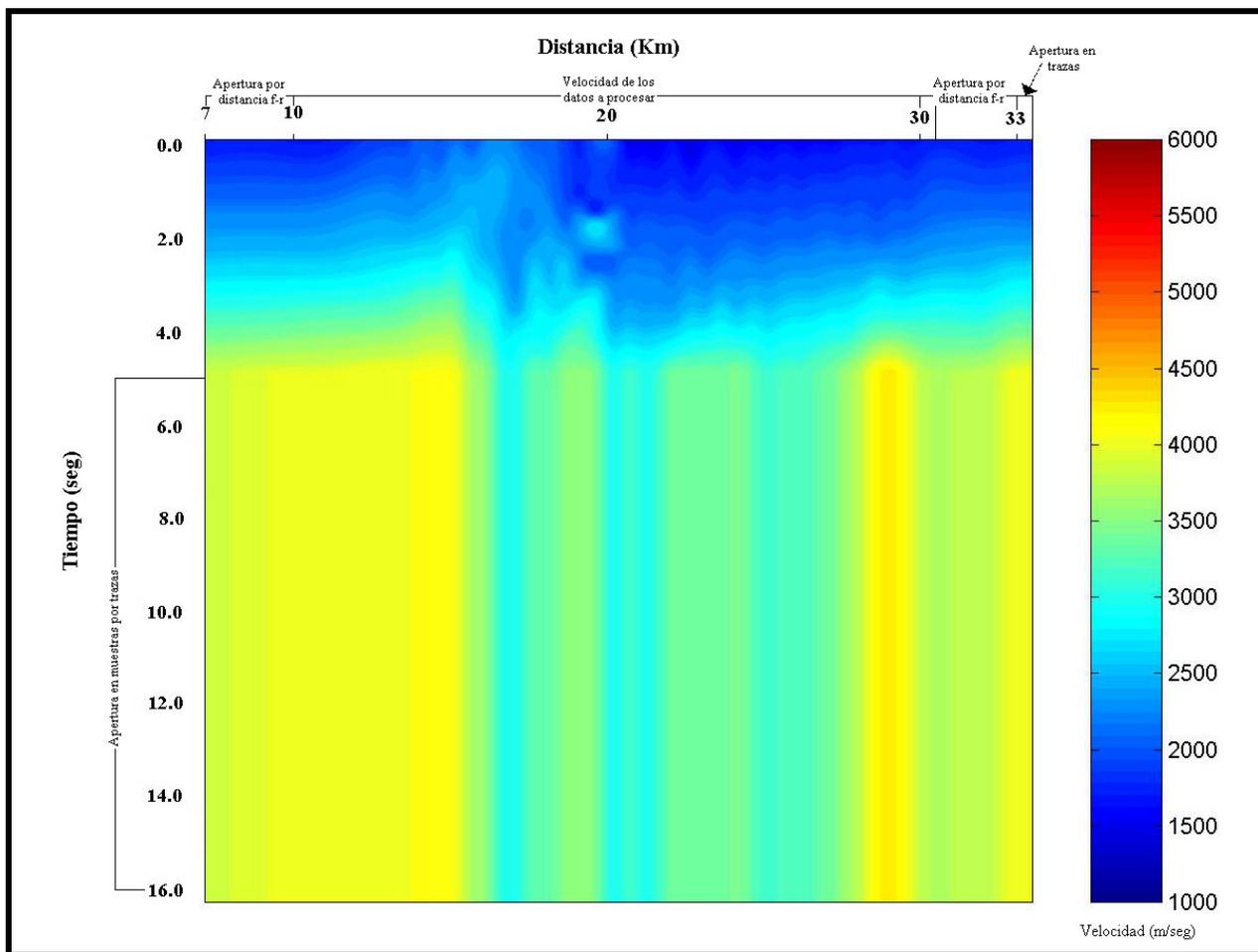


Figura 5. 25. Capo de velocidad media cuadrática para la aplicación de *MZOVARVEL*.

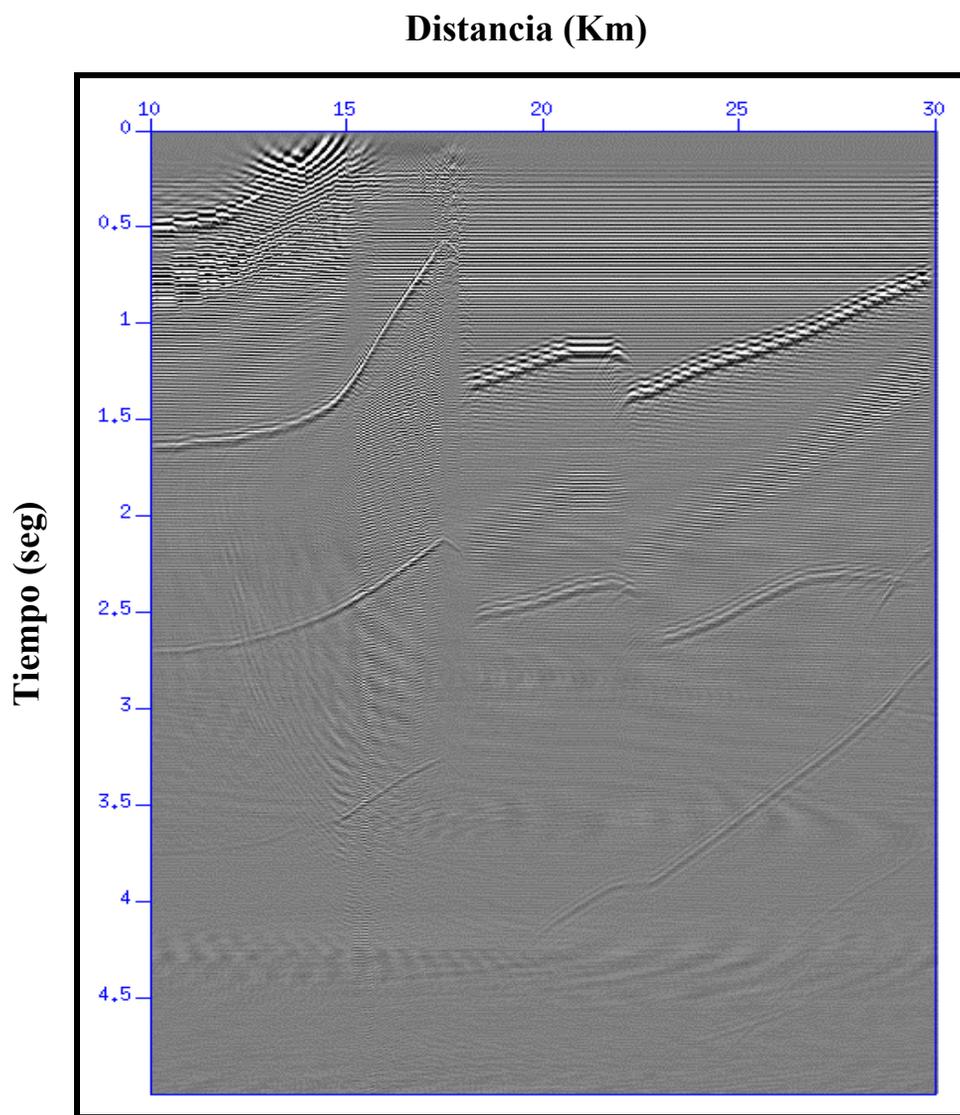


Figura 5. 26. Sección de distancia f-r común igual a 440 metros transformada a sección de distancia f-r nula por MZO.

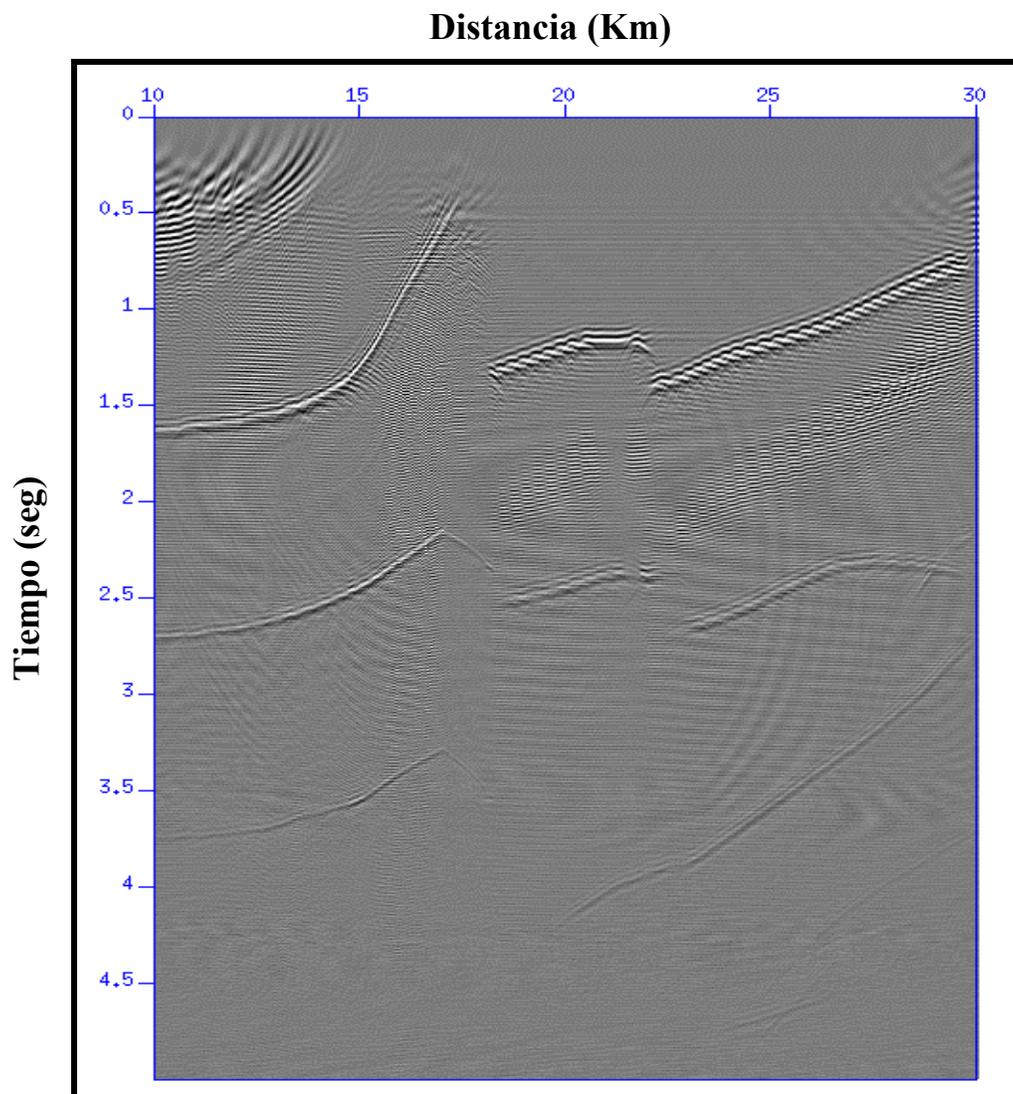


Figura 5. 27. Sección de distancia f-r común igual a 1240 metros transformada a sección de distancia f-r nula por MZO.

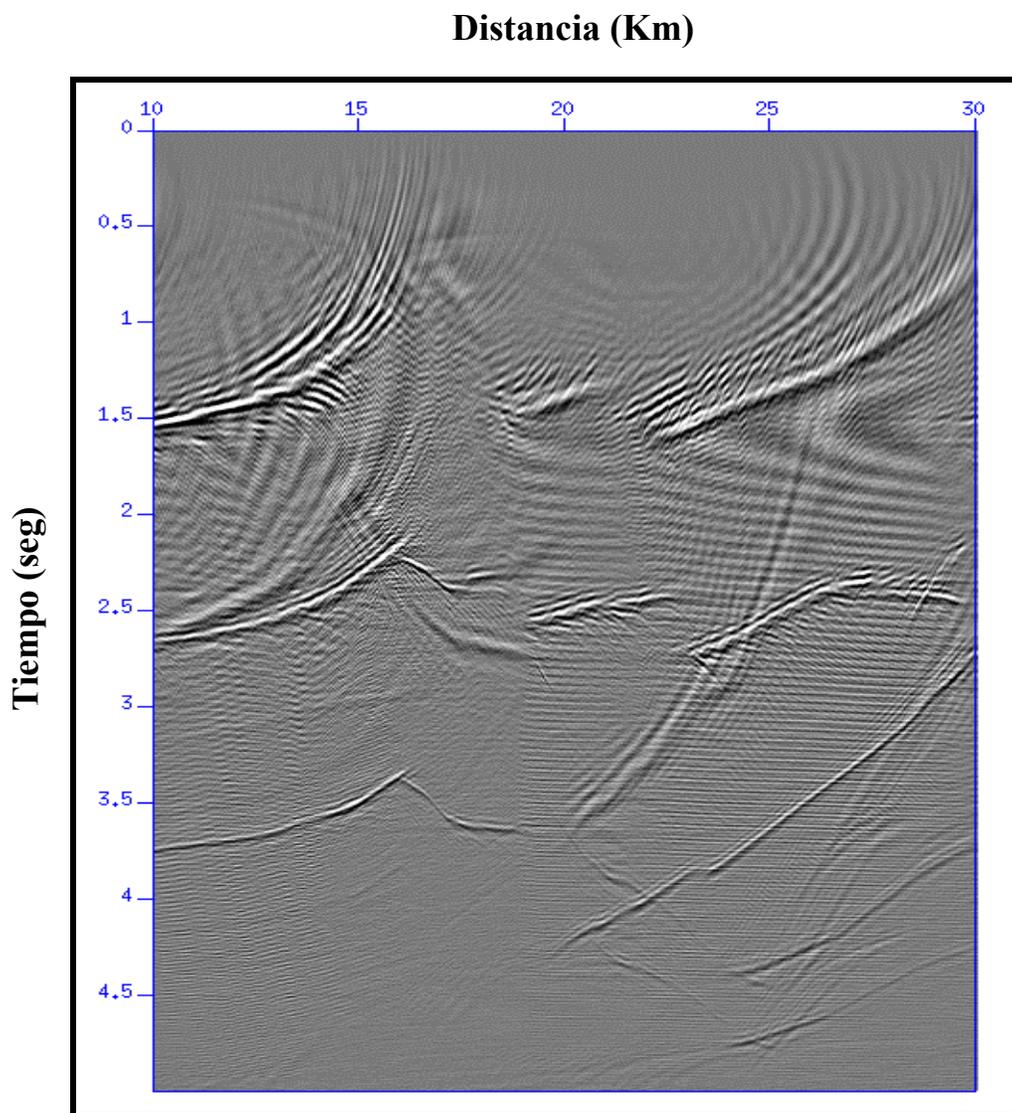


Figura 5. 28. Sección de distancia f-r común igual a 3240 metros transformada a sección de distancia f-r nula por MZO.