



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN

**LA ENSEÑANZA DEL LOGARITMO EN EL CICLO DIVERSIFICADO
FUNDAMENTADO EN EL MODELO DE COMPETENCIAS**

Tutor: Prof. Adelfa Hernández.

Autores:

Montero Wendy C.I.17855761

Pacheco Derwin C.I 16878094

Caracas, Junio 2013



UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN



PROGRAMA COOPERATIVO DE FORMACIÓN DOCENTE

**LA ENSEÑANZA DEL LOGARITMO EN EL CICLO DIVERSIFICADO
FUNDAMENTADO EN EL MODELO DE COMPETENCIAS**

Trabajo de grado presentado ante la Universidad
Central de Venezuela para optar a la licenciatura
en Educación, Mención Matemática

Caracas, Junio 2013



VEREDICTO

Quienes suscriben, miembros del jurado designado por el Consejo de la Escuela de Educación en su sesión 1472 de fecha 13-06-2012 para evaluar el Trabajo de Licenciatura presentado por **MONTERO, WENDY, C.I. 17.855.761; PACHECO, DERWIN, C.I. 16.878.094** bajo el Título: **LA ENSEÑANZA DEL LOGARITMO EN EL CICLO DIVERSIFICADO FUNDAMENTADO EN EL MODELO DE COMPETENCIAS**, para optar el Título de LICENCIADO EN EDUCACIÓN, dejan constancia de lo siguiente:

1. Hoy 04/06/2013 nos reunimos en la sede de la Escuela de Educación para que su(s) autor(es) lo defendiera(n) en forma pública.
2. Culminada la Defensa Pública del referido Trabajo de Licenciatura, conforme a lo dispuesto en el Art. 14 del "Reglamento de Trabajos de Licenciatura de las escuelas de la Facultad de Humanidades y Educación" adoptando como criterios para otorgar la calificación: rigurosidad en el razonamiento, coherencia en la exposición, claridad y pertinencia en los procesos metodológicos empleados, adecuación del sustento teórico, así como la calidad de la exposición oral y de las respuestas dadas a las preguntas formuladas por el jurado, **acordamos calificarlo como:**

APLAZADO APROBADO otorgándole la mención:
SUFICIENTE DISTINGUIDO SOBRESALIENTE

3. Las razones que justifican la calificación otorgada son las siguientes: _____

El trabajo reúne los requisitos para su aprobación y constituye un inicio en la investigación educativa sobre logaritmos.



Prof. Aldo Mariño



Prof. Ramón Ferrer



Tutora Adelfa Hernández



APROBACIÓN DEL TUTOR.

Quien suscribe, Profesora Adelfa Hernández de la Universidad Central de Venezuela. Adscrita a la Escuela de Educación, en mi carácter de tutor del Trabajo de Grado titulado: "La enseñanza del logaritmo en el ciclo diversificado fundamentado en el modelo de competencias", realizado por los ciudadanos Wendy Melissa Montero Ramírez C.I.17855761 y Derwin Martin Pacheco Ochoa C.I.16878094, manifiesto que he revisado en su totalidad la versión definitiva de los ejemplares de este trabajo y certifico que se le incorporaron las observaciones y modificaciones indicadas por el jurado evaluador durante la discusión del mismo.

En la ciudad de Caracas, a los 28 días del mes de Junio de 2013



por Prof. Adelfa Hernández

CI-5.224.491

DEDICATORIA

A Dios, Padres y familia que han estado en todo momento apoyando la realización de este trabajo.

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por despertar cada día con salud e iluminarnos y hacer posible esta combinación para la realización de este trabajo

A nuestros padres por su amor, cariño y creer en nosotros en todo el camino por la Universidad.

A mi rey. Gracias por ser parte de mi vida y confiar en mí

A la Prof. Adelfa por su infinita paciencia y excelente disposición en el desarrollo de este trabajo

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENZUELA.
FACULTAD DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN
ESCUELA DE EDUCACIÓN
PROGRAMA COOPERATIVO DE FORMACIÓN DOCENTE

**LA ENSEÑANZA DEL LOGARITMO EN EL CICLO DIVERSIFICADO
FUNDAMENTADO EN EL MODELO DE COMPETENCIAS**

Autores: Montero, Wendy
Pacheco, Derwin

Tutor: Prof. Adelfa Hernández.

RESUMEN

Se presenta una propuesta didáctica para mejorar la enseñanza de la función logaritmo dirigido a docentes del ciclo diversificado. La misma está motivada por la falta de vinculación entre los conceptos matemáticos estudiados y los problemas reales provenientes de nuestro entorno diario. Para la concepción de la propuesta, se ejecutaron 3 fases: revisión teórica, diseño, validación y por ultimo aplicación y evaluación de la propuesta basada en la utilización de los fundamentos de enseñanza cognitiva para lo cual se adopta como referencia el modelo de competencias. Como resultado se obtuvo un material diseñado bajo el modelo antes mencionado.

Descriptor: logaritmo, competencias, propuesta didáctica, resolución de problemas.

UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA.
FACULTY AND EDUCATION HUMAN
SCHOOL OF EDUCATIONS
COOPERATIVE PROGRAM OF TEACHER TRAINING

**LOGARITHM TEACHING IN THE DIVERSIFIED CYCLE MODEL INFORMED ON
SKILLS**

Authors: Montero, Wendy
Pacheco, Derwin

Tutor: Lic. Adelfa Hernández.

ABSTRACT

We present a methodological approach to improving the teaching of the logarithmic function aimed at teachers of secondary school. It is motivated by the lack of connection between mathematical concepts studied and the real issues from our daily environment. For the design of the proposal were implemented 3 phases: theoretical review, design, validation and finally implementation and evaluation of the proposal based on the use of cognitive learning fundamentals to which reference is adopted as the competency model. The result was a material designed under the above model

Keywords: logarithm, skills, didactic, problem solving

INDICE GENERAL

Introducción.....	1
CAPÍTULO I. El Problema	
Planteamiento del Problema.....	7
Objetivos de la investigación.....	12
General.....	12
Específicos.....	12
Justificación de la Investigación.....	13
Limitaciones.....	19
CAPÍTULO II. Marco Teórico	
Antecedentes de la investigación.....	20
Fundamentos Teóricos.....	24
Competencias matemáticas según Niss.....	28
Competencias matemáticas según PISA.....	29
Recursos Tecnológicos.....	53
Competencias a Desarrollar de la Función Logaritmo.....	55
Aprendizaje significativo.....	56
Enseñanza de la Matemática en América.....	57
Enseñanza de la Matemática en Venezuela.....	63
La Matemática en el Curriculum Básico Nacional.....	67
Tipos de Evaluación en el Curriculum Básico Nacional.....	68

CAPÍTULO III. Marco Metodológico

Tipo de investigación.....	73
Nivel de la investigación.....	74
Diseño de Investigación.....	76
Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos.....	77

CAPITULO IV. Propuesta Didáctica

La Propuesta.....	82
Resultados de la Evaluación.....	88
Logaritmo y Aplicaciones.....	98
Conclusiones Y/o Recomendaciones.....	148
Bibliografía.....	151
Anexos.....	153
Apéndice A.....	154
Apéndice B.....	157
Apéndice C.....	161

INTRODUCCIÓN

Cuando analizamos el proceso sistemático de desarrollo del aprendizaje en la actualidad, en los documentos curriculares se habla con frecuencia de que el fin principal es que los estudiantes logren competencias o capacidad en las distintas materias cursadas. Pero... ¿Que es una competencia?

Según el diccionario Penguin de Psicología define “competencia” como “la capacidad de realizar una tarea o de finalizar algo con éxito”. Pone en juego la noción de ‘capacidad’, que se refiere tanto al nivel general de inteligencia de alguien como a la actualidad o destreza que tiene esa persona para hacer una cosa particular.

El diccionario de uso del español de María Moliner se refiere a la persona ‘competente’ como al “conocedor de cierta ciencia o materia, o experto o apto en la cosa que se expresa o a la que se refiere el nombre afectado por ‘competente’”. La competencia se relaciona con la aptitud, capacidad, disposición, “circunstancia de servir para determinada cosa”. Una persona apta, o capaz, es “útil en general para determinado trabajo, servicio o función”.

Vemos que la palabra competencia se refiere a un saber hacer específico. Generalmente tener competencia es equivalente a tener conocimiento práctico sobre algo; se usa habitualmente referido a destrezas manipulativas o procedimentales.

En el caso de las matemáticas se podrá hablar de competencias generales, como competencia aritmética, algebraica, geométrica; o más específicas resolución de ecuaciones, cálculo con fracciones, etc.

Las expresiones del tipo, “A es competente para realizar la tarea T”, indican que el sujeto A domina o es capaz de aplicar correctamente la técnica T que resuelve o permite hacer bien la tarea T. Decimos que el sujeto tiene una capacidad o competencia específica, o que “sabe cómo hacer” la tarea.

El análisis de los modelos educativos está actualmente en el centro de las discusiones en torno al quehacer académico. Lo peculiar de esta discusión radica en el consenso cada vez más extendido de la necesidad de que las instituciones educativas cumplan satisfactoriamente la función de formar a las futuras generaciones en las competencias, capacidades y destrezas que requiere el desempeño laboral para una sociedad que se transforma profunda y rápidamente. Las instituciones educativas en el área de conocimiento giran alrededor de la promoción de competencia, que son las que pueden dar respuesta a las exigencias del mundo actual. Por su gran potencial como generadora del desarrollo, las instituciones educativas necesitan asumir un compromiso con la innovación y la transformación, lo que implica una redefinición de sus políticas, programas, orientaciones, currículo y capacidad de gestión.

Estas instituciones deben incrementar la calidad de los procesos de enseñanza-aprendizaje, y responder así los requerimientos y desafíos relacionados con la globalización de sociedades, económicas y mercados laborales.

Durante las últimas décadas las competencias han penetrado en los diversos niveles educativos en los países de economía más desarrollados (Gutiérrez, 2005). En caso de México en años recientes comenzó el diseño de políticas educativas basadas en competencias empezando por la educación tecnológica: El CONALEP, Los CETIS y CEBETIS, posteriormente la educación básica, y ahora se está extendiendo a los demás niveles educativos de tal manera que la educación por competencia se encamina hacer más de la norma que la excepción.

La introducción del concepto de competencia en la educación se fundamenta en la creencia demanda social de conocer las capacidades que se desarrolla en la fase formativa, en la necesidad de mejorar la preparación de manera que permita una mejor incorporación del educando al ambiente laboral. Los procesos de selección se presentan en el ámbito profesional, en el educativo y en las instancias evaluadoras y acreditadoras que da un valor específico al aprendizaje de los alumnos a los resultados obtenidos.

El uso del término competencia se ha extendido a partir de la década de 1970 en el mundo empresarial y el relacionado con la formación profesional. Refiere a una idea de cualificación y de certificación para poder ejercer una actividad laboral. De estos ámbitos, la noción se ha desplazado al sector educativo en general. El interés cada vez mayor por las competencias educativas deriva básicamente de las evaluaciones realizadas por la INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR EDUCATIONAL ACHIEVEMENT (IEA) y de las evaluaciones PISA de la OCDE.

A partir de los programas de educación básica, podemos observar un especial énfasis en la resolución de problemas como método integral en la enseñanza de la matemática. Este es el momento donde el adolescente comienza a exteriorizar su propio pensamiento y está en capacidad de seguir procesos sistemáticos para la solución de problemas y el desarrollo de la intuición matemática. La habilidad de plantear y resolver problemas con una variedad de estrategias y recursos, aparece no solo como contenido procedimental, sino también como una de las bases del enfoque general con que han de trabajarse los contenidos de matemática.

La Matemática está presente en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los/las estudiantes, con el objeto de aumentar las perspectivas de asumir los retos del siglo XXI, época signada por la ciencia y la tecnología. La misma tiene un papel formativo, pues al ser una ciencia que a partir de nociones fundamentales desarrolla teorías que se valen únicamente del razonamiento lógico, contribuye a desarrollar el pensamiento lógico – deductivo, permitiendo formar sujetos capaces de observar, analizar y razonar. De esa manera posibilita la aplicación de los conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivos con las de los demás.

El desarrollo de la competencia cognitiva general, y la posibilidad de llevar a cabo razonamientos de tipo formal, abren nuevas oportunidades para avanzar en el proceso de la construcción del conocimiento matemático, asegurando mayores niveles

de abstracción. Esta ciencia posee también un valor instrumental, ya que sirve como herramienta para resolver problemas en todas las actividades humanas. En ese sentido, aporta técnicas y métodos funcionales para la vida. La representación de la realidad, la clasificación de los elementos y la abstracción coherente es producto de una tecnología matemática.

La Matemática para la Educación Media introduce nuevas relaciones entre, conceptos y procedimientos, ampliando el campo de reflexión; se utilizan nuevos algoritmos de creciente complejidad, poniendo énfasis en la comprensión y exploración de nuevas aplicaciones de los mismos, relacionándolo con otras ciencias. En la actualidad, en función de las necesidades del mundo, del trabajo, de los avances tecnológicos y de los cambios en el campo de estudio de otras ciencias, es necesario abordar en su enseñanza elementos de la función logaritmo, el análisis de los gráficos y la utilidad de esta función en la vida real. Para ello, será necesario el empleo de productos tecnológicos actuales, los cuales contribuyen a promover en el educando nuevas capacidades que pueden darse tanto en el dominio cognitivo, afectivo o psicomotor, para lograr de esta manera, la formación de personas altamente competitivas en la sociedad actual.

La matemática debe ser vista como una parte integrante de la cultura de la humanidad, no solo por su función instrumental sino también porque incentiva la creación de mentes críticas y creativas, ya que si bien vivimos en un mundo concreto, es necesario desarrollar la capacidad de abstracción, a fin de comprender y modificar nuestro entorno. Por tanto el presente trabajo responde a la inquietud que como profesores compartimos: el persistente problema de comprensión lectora, de reaccionar de forma automática a situaciones y ejercicios sin comprender inicialmente lo que se quiere y de la necesaria apropiación de bases teóricas de las cuales carecen los estudiantes para su progreso académico.

Los estudios pedagógicos realizados en el Programa de Formación del Componente Docente, nos llevaron a las diferentes dimensiones de la didáctica en los

procesos de enseñanza-aprendizaje. Desde este escenario académico obtuvimos las herramientas y matriz teórica necesarias para mejorar nuestra praxis docente. Por ello creemos que es pertinente y necesario suministrar nuestro pequeño aporte pedagógico para tratar el problema expuesto con anterioridad y necesario suministrar a través del diseño de una propuesta para la enseñanza de la función logaritmo en el ciclo diversificado fundamentado en el modelo de competencias, construyendo una propuesta de calidad y generando un mayor valor en el proceso de enseñanza en el educador y educandos a fin de generar valor en la educación venezolana.

La estructura de este trabajo es la siguiente:

Capítulo I (Problemática): Esta sección está conformada por distintos tópicos que enfocan la temática estudiada. Se inicia con el planteamiento del problema, espacio centrado a establecer de manera idónea como deberían estar pasando las situaciones y que evidencien con indicadores que hay un problema existente que debe ser resuelto en nuestra sociedad actual, el cual debe ser diagnosticado para establecer el propósito de la investigación. Luego se enuncia los objetivos generales y específicos de este trabajo y se justifica con modelos ya establecidos esta investigación.

Capítulo II (Marco teórico): Este capítulo está conformado por los antecedentes de la investigación, los fundamentos teóricos de dan base a la investigación, tocando acá los autores que han investigado ya sobre el tema y han obtenidos resultados significativos, los recursos tecnológicos que su utilizaran en el trabajo investigativo y la matemática en el curriculum nacional.

Capítulo III (Marco Metodológico): El marco metodológico propone formas de acción para resolver el problema, la parte operativa de este marco está constituida por métodos cualitativos, no empíricos, y trata de poner en juego la complejidad de los fenómenos que intervienen, integrando de forma sistemática informaciones y enfoques directos, para llevar la investigación a un plano más amplio que facilite las ideas iniciales.

Capítulo IV (Propuesta didáctica): En este espacio se describe la propuesta didáctica, cuál es su eje central, el propósito final de dicho material, descripción del mismo, Fases de recolección de datos para la propuesta, conclusiones y recomendaciones.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

Esta sección de la investigación está conformada por distintos tópicos que enfocan la temática estudiada desde su definición o contextualización formal. Se inicia con el planteamiento del problema, espacio centrado a establecer de manera idónea como deberían estar pasando las situaciones y que evidencien con indicadores que hay un problema existente que debe ser resuelto en nuestra sociedad actual, el cual debe ser diagnosticado para establecer el propósito de la investigación. Luego se enuncia los objetivos generales y específicos de este trabajo y se justifica con modelos ya establecidos esta investigación.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El resultado de la experiencia del trabajo en el aula, nos evidencia que cuando los estudiantes deben resolver problemas matemáticos que exijan análisis y razonamiento, presentan dificultades para resolverlos, debido a un aprendizaje memorístico de fórmulas y procedimientos sistematizados, lo cual causa desmotivación hacia la materia y además de no encontrar aplicaciones a su entorno diario.

Guzmán (1993) expresa: La aparición de herramientas tan poderosas como la calculadora y el ordenador actual, comenzaron a influir fuertemente en los intentos por orientar la educación matemática. Se asume que la inclusión de la tecnología en las escuelas, es una de las razones por la cual los jóvenes pierden el interés de desarrollar y profundizar los estudios de algunos tópicos matemáticos, entre los cuales podemos encontrar la función logaritmo, propiedades, leyes y aplicaciones, ya que no es necesario aprender los procedimientos ni ampliarlos, si las herramientas tecnológicas pueden trabajar y generar resultados que no tienen errores si están bien planteados en el aparato tecnológico.

El enfoque anterior tiene gran importancia si lo adecuamos solo al ambiente del aula y a los procedimientos sistemáticos que llevan a los estudiantes a resolver algún problema relacionado con la función logaritmo sin importar para que les funcionará, sin embargo, si lo vinculamos a resolver una problemática de la vida real utilizando los logaritmos, se logrará que el educando combine el uso de la tecnología con un análisis matemático profundo adecuado a su vivir diario.

Los logaritmos fueron inventados por el escocés John Napier (conocido también como Neper) el cual publicó en 1614 un tratado, al que llamo descripción de la maravillosa regla de los logaritmos, que causo un gran impacto entre los hombres de ciencia de la época, pues mediante su aplicación, se conseguía facilitar significativamente los cálculos numéricos largos y difíciles con los que se encontraban especialmente los astrónomos y los navegantes, en la actualidad el enfoque es el mismo, la idea de enseñar logaritmos es facilitar los cálculos numéricos complicados y extensos, en la actualidad los estudiantes memorizan procedimientos sistemáticos que solo le son útiles a la hora de presentar un examen, ya que una vez presentado nunca más vuelven a utilizar esta herramienta que en algunos casos ni llegan a enterarse que le pueden ser de gran utilidad en su entorno diario.

Son muchos los escenarios donde se discute y se plantea que la enseñanza de logaritmo debería reflejar un aprendizaje significativo y que se adecue a los requerimientos de un entorno que exige cada vez más la valoración del conocimiento y la adaptación a las nuevas tecnologías, con un uso adecuado de las mismas. Hace más dos décadas (en los 80) que se introduce en el sector educativo y en el productivo la necesidad de vincular la educación con el desempeño, la brecha existente entre ambos sectores evidencio en aquella época (y aun en la actual).

La necesidad de incorporar al estudios una modalidad educativa más acorde a las necesidades reales del entorno, donde la educación tenga mayor presencia no solo con los contenidos institucionales y pedagógicos, sino también en la evaluación de los resultados que se tenga en base al desempeño que demuestren los individuos una vez

que hayan concluido su formación en el sistema educativo y que a su vez le permita la demostración de los saberes, sus competencias y su desempeño.

La demanda de trabajadores adecuados y competentes que posean conocimientos, habilidades y actitudes, es cada vez más relevante. Muchos programas de formación se encuentran obsoletos, los materiales utilizados por los estudiantes en algunos casos presentan deficiencias con la transcripción o el contenido no se adapta a la realidad existente ya que está lleno de gran contenido teórico pero no aplica esa teoría la vida real de los estudiantes, los nuevos programas deberán mostrar transformaciones en su estructura que tiendan a ser de carácter modular, sus contenidos deben ser de amplio espectro y de fortalecimiento de principios básicos.

Las actividades pedagógicas, los métodos de formación y la gestión educativa han cambiado y están aprovechando las ventajas de la informática y el potencial de oportunidades que se les ofrece a los instructores. La educación del futuro debe girar su mirada en la búsqueda del mejoramiento continuo y la formación al docente, estos factores inciden de manera notoria en el ejercicio de la docencia, así mismo repercuten en las condiciones del trabajo, la remuneración, la infraestructura institucional y los recursos didácticos.

La formación a través de competencias parte de reconocer todos los cambios y necesidades actuales, pretende mejorar la calidad y la eficiencia en el desempeño ocupacional permitiendo con esto la formación de profesionales más integrales y que sean capaces de aportar a la organización el aprendizaje que han adquirido.

¿Los educandos en la actualidad construyen e interpretan modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales?

Sabemos que en la actualidad los educandos solo emplean la matemática como un proceso sistemático y procedimental que solo se realiza dentro del aula de clases

con el fin de aprobar el curso aplicando solo procedimientos matemáticos fundamentales.

¿El estudiante formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques? Solo se basan en resolver problemas dados por el profesor, pero fuera de este contexto no existe un proceso investigativo donde amplíen las herramientas para resolver problemas matemáticos con otra perspectiva.

¿El estudiante interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales? Esta pregunta es fundamental en este trabajo ya que es una de las razones de porque los estudiantes no se sienten motivados con la matemática. No le encuentran una aplicación o una utilidad fuera de los problemas dados por el profesor en el aula.

¿El estudiante, interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos? En la actualidad los estudiantes carecen de conocimientos en la simbología matemática ya que no son utilizados en su entorno diario dejando una brecha que posteriormente les afectará en el entorno universitario en carreras científicas y en ingeniería.

Dada la problemática existente en la enseñanza de la matemática, y en nuestro caso en la enseñanza de la función logaritmo, se hace en este trabajo de investigación un material instruccional adaptado a las necesidades del estudiante que le permita desarrollar competencias adecuadas para enfrentar su entorno, y cree un aprendizaje significativo que le motive a investigar y ampliar sus conocimientos con respecto a la matemática.

¿Y por qué la incorporación de este material instruccional? Porque comúnmente a los estudiantes se les presenta la función logaritmo con un enfoque poco motivante, solo se le presentan formulas, propiedades y procedimientos sin generar en ellos ningún tipo de motivación hacia la asignatura. Y es así que surge el interés de

incorporar un material instruccional para ser utilizado como recurso importante, para mejorar la calidad en el proceso de enseñanza aprendizaje de la función logaritmo.

En Venezuela, la Universidad Central de Venezuela con los Estudios Universitarios Supervisados (EUS), el Instituto Universitario Pedagógico de Caracas y la Universidad Nacional Abierta, implementaron en los pensum de algunas de sus carreras el uso de materiales instruccionales, dotados de una diagramación dinámica y un lenguaje sencillo sin menoscabo de lo riguroso, que buscan reforzar, complementar o servir de material didáctico en una o más asignaturas. De esta manera, en forma general, se propicia el mejoramiento de las prácticas pedagógicas, los modos de transmitir y adquirir conocimientos, se estimulan las capacidades y se desarrollan las habilidades de los estudiantes.

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACION

OBJETIVO GENERAL

- Diseñar un material instruccional basado en el modelo de competencias, dirigido a educadores para la enseñanza del logaritmo en el Ciclo diversificado de Educación Básica.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Diagnosticar niveles de comprensión de la función logaritmo en los estudiantes del Ciclo Diversificado.
- Seleccionar los problemas específicos que desarrollen las competencias genéricas de los educandos a la hora de estudiar logaritmos.
- Elaboración del material instruccional que permita la adquisición de conocimientos y el desarrollo de habilidades para la comprensión de la función Logaritmo, en los estudiantes de la asignatura matemática que se imparte en el ciclo diversificado.
- Evaluar el material instruccional para la comprensión de la función logaritmo, dirigido a estudiantes de educación secundaria a través de juicio de expertos

JUSTIFICACION DE LA INVESTIGACION

Lograr que un estudiante se desarrolle activamente para desenvolverse en su entorno producirá grandes beneficios, en principio para su desarrollo personal pero esto luego repercutirá a la sociedad y en general nos ayudará a todos, si logramos que todos los estudiantes apliquen su conocimiento a nuestro mundo, estaremos logrando que nuestra tecnología crezca cada día y permitirá que los conocimientos sean significativos y no solo adaptados a los momentos de educación ni cerrados a las aulas de clase.

Guzmán (1993) expresa: "La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos del pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos como un campo de operaciones con el propósito de adquirir formas de pensamiento eficaces".

Es típico observar, a lo largo de la actividad desarrollada en el aula de clase, que por lo general, el estudiante recibe un entrenamiento algorítmico para la resolución de situaciones sencillas y luego se le valora cuantitativamente, en un lapso de tiempo relativamente corto, con el planteamiento de situaciones complejas en las cuales se ha entrenado muy poco o nada, razón por la cual experimenta una sensación de impotencia lo cual incide negativamente en su rendimiento. Esto es contrario a lo que recomienda Ruiz (1999) cuando expresa: "Debemos entrenar a nuestros estudiantes en la resolución de problemas y en el análisis crítico de situaciones complejas que no se presten a tratamientos automáticos".

Los materiales instruccionales ayudan a desarrollar talentos especiales así como remediar situaciones en que los estudiantes necesitan un ritmo de aprendizaje diferente. Aparte de aplicar el principio de aprender haciendo y de aprendizaje a su propio ritmo, el rasgo más sobresaliente de los mencionados materiales es la presentación de información en pequeñas porciones, seguido de un conjunto de situaciones problemáticas que por una parte ejemplifiquen y que por la otra exijan del

estudiante el desarrollo de procesos cognitivos tales como: observación, comparación, relación, clasificación, análisis, síntesis, generalización y transferencia.

De acuerdo con Calderín, T. (1998) la matemática brinda muchos elementos importantes para la formación del niño y el estudiante, estos son:

1. En su nivel más elemental, responde a inquietudes prácticas; la necesidad de ordenar, cuantificar y crear un lenguaje para las transacciones comerciales.
2. En sus niveles más articulados, es una forma de razonar, de enfrentar la resolución de problemas y llegar hasta las últimas consecuencias de un supuesto. No es un cuerpo de conocimientos desconectados de la experiencia vital, sino una de las tantas formas con que cuenta una persona para entender su entorno, para organizarlo y sacar provecho de él.
3. Contribuye al desarrollo del pensamiento lógico, ya que considera procesos mentales para el razonamiento, el tratamiento de la información y la toma de decisiones.
4. La comunicación entre individuos se ve favorecida por el lenguaje matemático. Los números, la geometría, la estadística, y la probabilidad, por ejemplos son conocimientos que permiten a individuos de culturas e idiomas distintos el poder entenderse.
5. La Matemática es el fundamento formal de la mayoría de las disciplinas. El éxito del estudiante en sus estudios académicos, y en su vida laboral misma, está condicionado a poder entender las relaciones matemáticas básicas, poder comunicarlas y se su método de razonamiento.
6. Todo esfuerzo de abstracción, debe ir un poco más lejos de la realidad cotidiana y generar nuevas ideas, nuevos conceptos y teorías, demanda una disciplina de

pensamiento, una rigurosidad analítica y un entrenamiento mental que se puede afianzar a través del estudio de la Matemática.

González (1997) señala: la opinión de Ruiz (1997a, cp. González) quien dice que las evidentes deficiencias del sistema educativo nacional, las exigencias que la sociedad venezolana le plantea a dicho sistema y los resultados de las innovaciones puestas en práctica en el país, generan

... La necesidad de instrumentar un tipo de educación que vaya más allá de la simple transmisión de información a través de la interacción que supone el proceso de la enseñanza aprendizaje en el aula. Una vía para lograr este propósito pareciera ser la de promover un tipo de educación centrada en el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico. (p. 70)

Por esto resulta necesario implementar estrategias directas para el desarrollo de procesos cognitivos en el aula. Es decir, proponer modelos adecuados entre los dos polos alrededor de los que gira la enseñanza de la Matemática: los contenidos y los procesos. (De Guzmán 1993). Con el propósito de ayudar a solventar esta situación, y después de consultar a un número significativo de docentes en servicio, el ministro de educación elaboro una reforma educativa.

El proyecto titulado: Educación Básica: Reto, Compromiso y Transformación, se inició a partir del año escolar 1997-1998. No se trata de un simple cambio de programa sino de una nueva manera de concebir la acción educativa. Los aspectos más novedosos de reforma son la estructuración de la educación en torno a cuatro aprendizajes fundamentales: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a convivir y aprender a ser; la presencia de los ejes transversales en la acción pedagógica y ellos son: lenguaje, desarrollo del pensamiento, valores, trabajo y ambiente; los proyectos pedagógicos de aula y de plantel.

Específicamente en Matemática, el CENAMEC ha realizado varios proyectos importantes con la finalidad de contribuir a la mejora de la enseñanza/aprendizaje de La Matemática (Planchart, 1996). Entre ellos se encuentran: Matemática Interactiva y El computador en la escuela. Matemática interactiva es un programa que usan los medios de comunicación como la radio y la prensa, el mejoramiento de la matemática para la primera etapa de La Educación Básica, es decir, 1°, 2° y 3° grado. Con este programa se logró en los niños un cambio de actitud hacia la escuela y la matemática, y en el docente una actualización y una apertura positiva hacia el programa.

El programa un Computador en La Escuela, el cual se inicia en 1992, tiene cuatro aspectos especiales:

- a) Desarrollo de una mejor relación entre la escuela y su comunidad
- b) Inicio de una nueva gerencia escolar
- c) Capacitación y actualización de todos maestros de la escuela en Matemática y Lengua
- d) Capacitación de los maestros en de la tecnología y la instalación de los laboratorios de computación en las escuelas.

Con este cambio se lograron cambios positivos en los estudiantes. Entre esos cambios observados podemos destacar, disminución de las inasistencias, y una mejor disciplina en el trabajo de laboratorio. Además se notó un desarrollo de la habilidad para seguir instrucciones y aumento en el rendimiento estudiantil.

Otro proyecto importante, también liderado por CENAMEC, es Olimpiada Matemática venezolana, la cual tiene su primera edición en el año 1976 y desde entonces se realiza anualmente. Sus objetivos son:

- Descubrir en el nivel de educación media, estudiantes con aptitudes especiales para el aprendizaje de la matemática.
- Promover o incrementar el interés de estudiantes, docentes y público en general por actividades relacionadas con la Matemática y su enseñanza.

- Reunir datos que permitan evaluar algunos aspectos del proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el ámbito de la educación media.

Es muy importante la participación creciente de planteles y estudiantes a estas olimpiadas, ya que la inscripción a ella son totalmente voluntaria, lo que demuestra porque esta competencia constituye el concurso científico juvenil más prestigioso que se realiza en el país (Moya 1992). Estamos viviendo un tiempo de tránsito respecto a los conocimientos relativamente estables, de épocas anteriores, a un estadio de saberes extraordinariamente complejos, abundantes y en rápida evolución.

En esta nueva sociedad del conocimiento, resulta conveniente que los ciudadanos dispongan de una cierta cultura científica y matemática. Su adquisición y actualización se ha vuelto tan imprescindible como la alfabetización o el aprendizaje de las famosas cuatro reglas. Hay que tener presente que la cultura es una abstracción, un constructo social con una base teórica compartida por los individuos de un mismo grupo.

La mayoría de los ciudadanos, de todos los países, se están viendo progresivamente implicados en multitud de tareas que incluyen conceptos cuantitativos, espaciales, representativos, interpretativos, argumentativos, probabilísticos y otras tareas matemáticas. Estamos hablando no sólo de unas matemáticas instrumentales o aplicativas, sino también formativas ya que contribuyen al desarrollo intelectual, fomentando capacidades tales como la abstracción, la generalización, el pensamiento reflexivo, el razonamiento lógico, etc.

El trabajo adecuado en esta línea, contribuye a la creación de estructuras mentales y hábitos de trabajo, cuya utilidad e importancia no se limita al ámbito de las matemáticas. Por tanto, necesitamos personas bien informadas, críticas con la información que les rodea, capaces de argumentar, sensibles al conocimiento científico, capaces de interpretar códigos, de no ser engañadas en tratos que impliquen

dinero, habilidad numérica o sencillamente rapidez mental, en definitiva personas que sepan valorar, utilizar las matemáticas y disfrutar con su uso.

Para afrontar estos cambios e incorporarse activamente a esta nueva sociedad del conocimiento, es necesaria una buena alfabetización matemática para conseguir que los estudiantes sean capaces de analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.

Un buen nivel en el desempeño de estas capacidades muestra cuando un estudiante es competente en el empleo de las matemáticas. En definitiva, queremos que los estudiantes se atrevan a pensar con ideas matemáticas y que además las empleen en todos los contextos de su vida cotidiana.

La importancia y pertinencia de esta propuesta instruccional para la enseñanza de la función logaritmo basado en el modelo de competencias, se sustenta sobre la base de que suministra algunas herramientas que potencian las capacidades de los procesos cognitivos superiores. Este diseño instruccional puede contribuir a mejorar la calidad de los procesos enseñanza-aprendizaje, en cuanto a potenciar las mejoras en la capacidad de análisis, síntesis, razonamientos deductivos y gráficos.

El estudio de esta función contribuye a la eliminación de las vaguedades y ambigüedades mejorando la precisión a la hora de aplicar estos conocimientos no solo en el ámbito escolar sino también en la vida cotidiana. Para contribuir a alcanzar estas metas, una aproximación del estudiante al estudio de la función logaritmo a través del modelo de competencias, podría ayudarle a estudiar, pensar, aprender y construir su conocimiento de manera eficiente y menos mecanizada.

Este diseño de instrucción es un producto tecnológico que pretende facilitar la enseñanza de la función logaritmo a partir del modelo de competencias y como instrumento didáctico busca atenuar las deficiencias de análisis y razonamiento en los

estudiantes. En fin, hay muchas bondades en la enseñanza de la función para el desarrollo no solo cognitivo sino en cuanto acrecienta el sentido común a partir de las aplicaciones en la vida real lo cual genera una propensión a los valores y por ende formar buenos ciudadanos.

LIMITACIONES

Las propuestas instruccionales son modelos que responden a ciertos criterios pedagógicos sobre los procesos enseñanza-aprendizaje. Es un modelo teórico basado en competencias que recoge un conjunto de rasgos parciales sobre dichos procesos, por lo tanto no pretende cubrir o resolver la totalidad de los fenómenos vinculados. Desde un punto de vista epistemológico, son solo aproximaciones sobre el proceso enseñanza-aprendizaje, en consecuencia su aplicación en los contextos educativos, también tendrá una efectividad parcial. Además, la complejidad del hecho educativo, revelará que dependiendo de los factores, tendrá un mayor o menor logro en su aplicación. Su limitación pues, reside que es un modelo parcial para la enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, como todo diseño instruccional, es modificable y perfectible en la praxis de su aplicación.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

En esta etapa de la investigación se trata el problema dentro del conjunto de conocimientos teóricos, que nos permiten orientar nuestra búsqueda hacia la resolución del mismo, presentando los lineamientos teóricos en los que nos apoyamos para la investigación; tanto el pensamiento matemático, como en las competencias (destrezas) matemáticas, así como también, en la eficiencia del recurso utilizado para la enseñanza de las mismas, entre otros, que deben ser considerados, en conjunto para el desarrollo de la propuesta.

ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACION

De acuerdo con Mariela Sarmiento Santana (2004) en su tesis Doctoral titulada “La enseñanza de las matemáticas y las nuevas tecnologías”. Una estrategia de “formación permanente” nos dice que el docente puede seleccionar materiales adecuados al currículo que desarrolla, e integrarlos en estrategia y enseñanza que favorezcan la intervención didáctica y la participación de sus alumnos. Por supuesto, para hacer un buen uso de estos medios y aprovechar la información que presentan, el alumno debe tener un mínimo de formación sobre su manipulación, además los materiales deben estar estructurados de forma tal que el alumno no se pierda o no sepa en un momento dado donde esta y deben estar basados en principios no solo técnicos y estéticos, sino didácticos y educativos. También nos dice que el docente puede elaborar sus propios materiales multimedia y estructurados de tal manera que el alumno tenga libertad en la navegación o siga algunos itinerarios de aprendizaje establecidos por el propio docente para propiciarle al mismo una navegación “jerárquica y comprensiva”, por el material, que le favorezca.

También resulta interesante que Maria Eugenia D’Auberterre y Nathalia Ramirez (2005) en su tesis para optar a la licenciatura, titulada “Estrategias didácticas basadas

en el Blended Learning (aprendizaje mixto) para la enseñanza de la asignatura Matemática y Estadística dirigida a los EUS-UCV”, nos dice que el docente usa en beneficio propio el material que las TIC’s le proporcionan para facilitar la comunicación entre docentes y estudiantes y abaratar los costos de los materiales instruccionales, disponer de materiales en línea, desarrollar procesos de evaluación formativa a partir del intercambio de información y discusión.

Por otro lado, uno de los fines de la educación es formar ciudadanos cultos, pero el concepto de cultura es cambiante y se amplía cada vez más en la sociedad moderna y donde se reconoce el papel cultural de las matemáticas y la educación matemática. El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en “matemáticos aficionados”, tampoco se trata de capacitarlos en cálculos complejos, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados:

- a. Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional.
- b. Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.

En una gran cantidad de casos, la enseñanza de los logaritmos se realiza de manera algorítmica y descontextualizada. Generalmente se parte de la definición, se dan algunos ejemplos, luego se enuncian y ejemplifican las propiedades y finalmente se realizan los ejercicios. Asimismo, los ejercicios suelen ser largas listas donde hay que calcular el logaritmo de un número en diferentes bases de manera directa o valiéndose de las propiedades; o bien, el cálculo de dicho número aplicando finalmente el antilogaritmo

En este sentido, acordamos con Lefort (2001) sostiene que aunque esta introducción sea matemáticamente satisfactoria, se halla bastante lejos de ser evidente para los estudiantes y su propiedad fundamental queda oculta.

Muchas veces el modo en que se enseña Matemática dificulta que se comprenda la relevancia del tema, que se entiendan los obstáculos del pasado y que adquiera sentido real. Enseñar contenidos matemáticos desprovistos de su historia suele acarrear el inconveniente de que pueden ser concebidos por los alumnos como algo artificioso y arbitrario de esta ciencia.

Recurrir a la narración de las vicisitudes que debieron sortearse a lo largo del tiempo, hasta llegar a estos conocimientos, puede ser una manera de “humanizar” el contenido matemático, aproximándolo a la realidad del alumno, y tal vez, una manera más apropiada para iniciar su abordaje. Asimismo, al enfoque histórico debiéramos anexarle su aplicación, no sólo a contextos intramatemáticos, sino también extramatemáticos, para que el alumno pueda comunicarse mediante la Matemática y se apropie de diferentes visiones de esta ciencia, construyendo la suya propia. La integración de distintas áreas es uno de los aspectos que estimula el interés de los alumnos por tal razón se deben diseñar y planificar actividades para ser llevadas al aula con este propósito, a la vez que trabaja en la construcción de nuevos conceptos.

Como expresa Schoenfeld (1985) “de bien poco sirve saber lo fundamental, si no se sabe cuándo ni dónde usarlo”, a lo que agregamos que, la posibilidad de usarlo requiere conocimientos previos que permitan conocer un concepto matemático en una situación no matemática. ¿De qué manera es posible llevar esto a la práctica? Creemos que poniendo el acento en el proceso de aprendizaje más que en el de enseñanza y resaltando que “hacer Matemática” implica, entre otras cosas, resolver diferentes problemas, utilizando los mismos contenidos matemáticos en distintas situaciones.

En nuestra experiencia de aula podemos afirmar que la forma de presentación de los materiales educativos es mayormente verbal/oral. La enseñanza se lleva a cabo casi siempre en forma grupal, existiendo un tiempo fijo para la exposición y discusión del material. La responsabilidad principal del aprendizaje recae en el estudiante, mientras que la del maestro consiste en ser organizado, hacer una buena presentación, elaborar preguntas, etc. El punto anterior es crucial para comprender el funcionamiento del modelo tradicional (Chadwick, 1992).

En la línea de investigación que aquí planteamos Marcia García (2005) en su tesis de "El Número e en el Cálculo Elemental" propone una intervención didáctica para la enseñanza del número e y la función exponencial dirigida a los estudiantes de los primeros cursos de cálculo elemental en las carreras del área científica.

Coello (2006), en su tesis "Material Instruccional para la Enseñanza del Número e en el Ciclo Diversificado de la Educación Media" realiza una propuesta para mejorar el aprendizaje de la función exponencial y el número e través de un material instruccional.

FUNDAMENTOS TEORICOS

De la enseñanza de la Matemática en Europa

En la Revista Iberoamericana de Educación Nro. 43, en digital, Enero -Abril 2007, dice Guzmán que: “La matemática es una actividad vieja y polivalente y a lo largo de los siglos ha sido empleada con objetivos profundamente diversos”. Fue un instrumento para la elaboración de vaticinios entre los sacerdotes de los pueblos mesopotámicos y entre los pitagóricos, considerada como un medio de aproximación a una vida más profundamente humana y como camino de acercamiento a la divinidad. Utilizada como un importante elemento disciplinador del pensamiento en el Medievo, a partir del Renacimiento ha sido más versátil e idónea herramienta para la exploración del universo. Ha constituido una magnífica guía del pensamiento filosófico éntrelos pensadores del racionalismo y los filósofos contemporáneos y un instrumento de creación de belleza artística, un campo de ejercicio lúdico entre los matemáticos de todos los tiempos”... “La matemática misma es una ciencia inmensamente dinámica y cambiante: de manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos y aun en su propia concepción profunda, aunque de modo más lento. Todo ello sugiere que efectivamente la actividad matemática no puede ser un elemento de abordaje sencillo”

Viale Tudela Hector (2011) dice Cuando preparamos y organizamos nuestra clase, no debemos pensar únicamente en qué vamos a decir o cómo lo diremos. Su organización debe trascender la preocupación del dictado. Debemos incorporar tareas para que el estudiante tenga una actitud activa durante la clase: no debemos limitarnos a desarrollar sus habilidades intelectuales, que corresponden a la situación pasiva de escuchar al profesor. Debemos procurar que el estudiante involucre, en su proceso de aprendizaje, otras habilidades que incentiven su aspecto cognitivo: con ello, el docente adquiere un rol de mediador, entregándole protagonismo al estudiante. Debemos buscar un equilibrio entre el profesor, el alumno y las tareas o actividades diseñadas. En este artículo, reflexionaremos sobre las ventajas de tener un buen diseño de clase, en el cual ya no se busque enseñar solo contenidos, sino enseñar a aprender; ya no

será la asignatura, sino el alumno, el centro del sistema de enseñanza-aprendizaje; ya no será una formación solo basada en conocimientos, sino una formación integral que abarque diversas competencias transversales.

Monereo Carles (2007) dice Si la educación tiene sentido es porque encierra unas metas, es decir, porque no queremos que los alumnos sean como son, porque creemos que si incorporan otras competencias serán mejores compañeros, alumnos y ciudadanos, y porque más allá de todas las incertidumbres y relativismos de la sociedad postmoderna, si educamos es porque creemos que hay conocimientos, valores y, en suma, unas competencias más deseables que otras, y por tanto queremos que nuestro alumnado sea más competente y más capaz, un peaje probablemente necesario para conseguir que sean también más felices”.

Gonzales Mari (2005) en Gonzales Mari (2007) “Las matemáticas son un conjunto de conocimientos en evolución continua que tienen que ver con relaciones e ideas u objetos conceptuales e independientes de su simbolización y representación.”

Fernández (2008) cita a la LOE y dice que la competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar y razonar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y el mundo laboral.

El Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes PISA por sus siglas en inglés (*Programme for International Student Assessment*), el cual se basa en el análisis del rendimiento de estudiantes a partir de una prueba mundial que se realiza cada tres años y que tienen como fin la evaluación internacional de los estudiantes de 15 años en 69 países del año 2009, con la realización de pruebas estandarizadas, llevado a cabo por la **Organización para la Cooperación y el Desarrollo económico OCDE**. Define en 2004 las competencias matemáticas como la capacidad de un

individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivos, También dijo en 2003 que las competencias son la combinación de destrezas, habilidades, practicas, conocimiento, motivación, valores éticos, actitudes, emociones y otros componentes sociales y de comportamiento adecuados al contexto y que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz.

Por lo antes expuesto nos referimos entonces con Destrezas Matemáticas a dominio de las bien Llamadas Competencias Matemáticas

González Marí (2007) define Competencia matemática como:

- ✓ La capacidad del individuo para resolver situaciones prácticas cotidianas, utilizando para este fin los conceptos y procedimientos matemáticos.
- ✓ Habilidad para utilizar sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y fracciones en el cálculo mental escrito con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas.
- ✓ Descartamos por tanto el mero aprendizaje de conocimientos y procedimientos matemáticos en sí mismos, poniendo el énfasis sobre la aplicación de éstos a situaciones de la vida real.
- ✓ El énfasis se sitúa en el proceso y en la actividad, aunque también en lo conocimientos.
- ✓ La competencia matemática entraña, en distintos grados, la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas).

El concepto de competencias matemáticas está íntimamente relacionado con el punto de vista funcional de las matemáticas que tiene que ver con la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico OCDE (2003) que son:

- ✓ Las matemáticas como “modo de hacer”

- ✓ La utilización de herramientas matemáticas.
- ✓ El conocimiento matemático en funcionamiento

Dice Niss (1999) en González Marí (2007) que poseer competencia matemática significa poseer habilidades para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos y en situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden tener un protagonismo.

El concepto de competencia hace referencia a lo que el individuo es capaz de hacer (capacidad de respuesta) Gallardo (2004) en González Marí (2007)

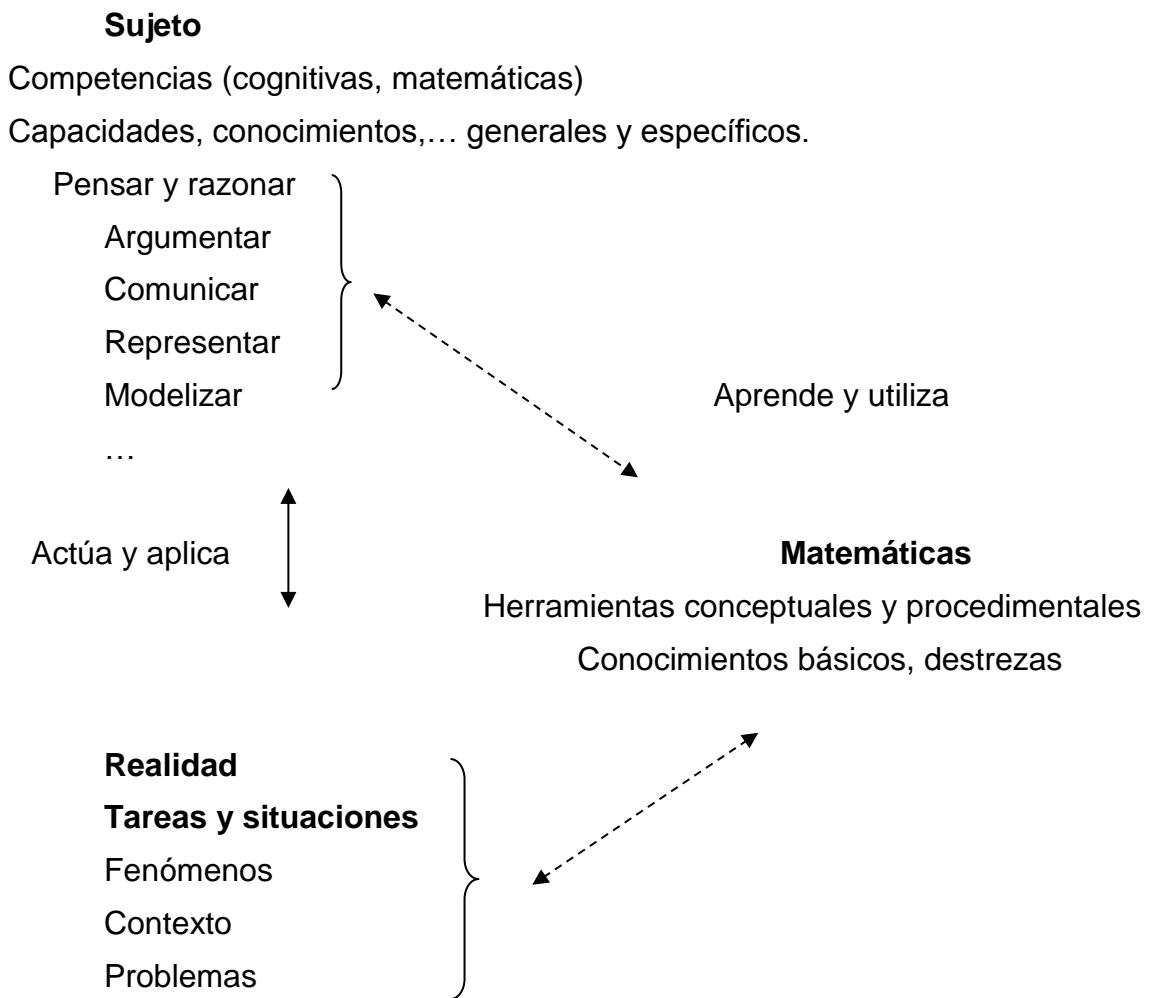
De González Marí (2007) El concepto de competencia matemática está íntimamente relacionado con el punto de vista funcional de las matemáticas, que tienen que ver con:

- ✓ Las matemáticas como “modo de hacer”
- ✓ La utilización de herramientas matemáticas.
- ✓ El conocimiento matemático en funcionamiento

En el que intervienen los siguientes elementos:

- ✓ Tareas contextualizadas
- ✓ Herramientas conceptuales y procedimentales
- ✓ Sujeto cognitivo

Se relacionan entre ellos, tal y como se representa en el gráfico adjunto.



COMPETENCIAS MATEMATICAS SEGÚN NISS

Tomado de González Marí (2007) las competencias matemáticas según Niss (1999) tienen tres características, a saber:

- ✓ Se adquieren, se construyen o se desarrollan
- ✓ Se poseen, se dispone de ellas o se tiene en mayor o menor grado
- ✓ Se manifiesta en las cualidades del sujeto ante situaciones que las activan.

Las mismas a su vez, según el autor tienen unos requisitos básicos, que son:

- ✓ Poseer conocimiento factual
- ✓ Poseer destrezas técnicas.

COMPETENCIAS MATEMATICAS SEGÚN PISA

Luis Rico (2006) describe las principales componentes del marco teórico del proyecto PISA/OCDE analizando para ello la noción de alfabetización matemática, las diferentes variables que componen el dominio, las variables que organizan los instrumentos de evaluación, y los diferentes significados del término competencia.

El Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (Programme for International Student Assessment, PISA) se propone establecer en qué medida los jóvenes de 15 años al finalizar la escolaridad obligatoria están preparados para satisfacer los desafíos de las sociedades de hoy. El modo en que los sistemas educativos preparan a los estudiantes para que puedan desempeñar un papel como ciudadanos activos se considera un dato importante sobre el desarrollo de una sociedad. Establecer indicadores de calidad con los que expresar cómo los sistemas educativos alcanzan esa formación es una de las finalidades principales de la evaluación PISA/OCDE. Se trata de un programa cooperativo, de carácter cíclico, con un sistema internacional de control y gestión desarrollado por la OCDE, que permite generar indicadores de los logros en educación y que se lleva a cabo mediante una evaluación internacional (OECD, 2005).

Esta evaluación se orienta a valorar el rendimiento acumulado de los sistemas educativos; pone el foco en la alfabetización o formación básica en los dominios cognitivos de la lectura, las matemáticas y las ciencias. Las pruebas se llevan a cabo cada tres años y ofrecen a los responsables de la política educativa de los países participantes información relevante para dar seguimiento a los resultados de los estudiantes a lo largo del tiempo, evaluar las fortalezas y debilidades de sus propios sistemas y conocer la relación con los resultados de otros países. El foco de esta evaluación se centra en establecer si los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana, en vez de limitarse a conocer cuáles contenidos han aprendido y son capaces de reproducir (OECD, 2003).

La OCDE ha publicado los resultados finales correspondientes a la evaluación de 2003 en el informe *Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003* (OECD,

2004), traducido y editado en español por Santillana como Informe PISA 2003. Aprender para el mundo de mañana (OCDE, 2005). La evaluación en matemáticas ocupa un papel central en la evaluación de ese año. Un resumen de los resultados de los escolares españoles lo encontramos en Castro y Molina (2005).

El estudio PISA se concibe como una herramienta para contribuir al desarrollo del capital humano de los países miembros de la OCDE. Tal capital lo constituyen los conocimientos, destrezas, competencias y otros rasgos individuales, que son relevantes para el bienestar personal, social y económico. La información en que se sustenta procede de los resultados obtenidos en pruebas estandarizadas de papel y lápiz que proporcionan estudiantes de 15 años. Las pruebas son comunes, siguen procedimientos de aplicación comunes y se llevan a cabo por evaluadores externos sobre muestras representativas de estudiantes de cada uno de los países participantes.

La evaluación permite obtener indicadores sobre alfabetización de los escolares en términos de los conocimientos y destrezas necesarios para la vida adulta (González y Lupiáñez, 2005; Rico, 2005).

La noción de competencia es central en el estudio PISA. En diversos informes editados por la OCDE a lo largo del proceso de evaluación, especialmente en el informe final de 2003, la noción de competencia se utiliza en distintos momentos y con distintos significados. Nos proponemos en este trabajo revisar los significados que hemos encontrado sobre la idea de competencia en el informe PISA 2003, a través de sus usos e interpretaciones. En los diferentes informes relacionados con la evaluación de PISA 2003 destacan cuatro apartados, sobre los que vamos a reflexionar.

- Dominio que se evalúa, al que se denomina alfabetización matemática de los estudiantes y que es distinto del currículo
- Marco teórico y componentes que establecen la evaluación del dominio: contenido, contexto y competencias
- Variables y niveles de complejidad para el diseño de los instrumentos de evaluación

- Estudio empírico: análisis y escalamiento en niveles de las competencias de los escolares.

DEFINICIÓN DEL DOMINIO

El dominio sobre matemáticas que se estudia en el proyecto PISA 2003 se conoce como alfabetización matemática —Mathematical Literacy— (OECD, 2003), y también se denomina competencia matemática (OCDE, 2005, 2004). Este dominio se refiere a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o enuncian problemas matemáticos en una variedad de situaciones y dominios.

Para el estudio PISA/OCDE alfabetización o competencia matemática es la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida individual como ciudadano.

PISA define la alfabetización o competencia matemática de los escolares reiteradamente como “la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo” (OECD, 2004, p. 3; OECD, 2003, p. 24).

El término “el mundo” significa la posición natural, cultural y social en la que viven los individuos. “Usar e implicarse con las matemáticas” significa no sólo utilizar las matemáticas y resolver problemas matemáticos sino también comunicar, relacionarse con, valorar e incluso, apreciar y disfrutar con las matemáticas. La frase “su vida individual” se refiere a la vida privada, la vida profesional, la vida social con compañeros y familiares, así como a la vida como ciudadanos de una comunidad.

El informe recuerda que, para los individuos, las matemáticas pueden suponer la extensión con la que disponen sus conocimientos matemáticos pero también la

amplitud con la que pueden activar los conocimientos y destrezas matemáticas para resolver problemas, principalmente en situaciones de la vida real. El estudio PISA/OCDE apuesta por entender las matemáticas como conjunto de procesos que proporcionan respuesta a problemas. La concepción en que se sustenta considera que las matemáticas escolares deben priorizar las tareas de encontrar (problemata), sobre las tareas de probar (teoremata).

Esta evaluación se centra en el uso por los estudiantes de unas herramientas matemáticas para resolver y dar respuesta a problemas y necesidades, poniendo en funcionamiento unas determinadas competencias. La consideración de las matemáticas como “modo de hacer” y la noción de alfabetización responden a un modelo funcional sobre aprendizaje de las matemáticas. Este modelo postula:

- Unas tareas contextualizadas
- Unas herramientas conceptuales
- Un sujeto.

Cuando el sujeto trata de abordar las tareas mediante las herramientas disponibles, moviliza y pone de manifiesto su competencia en la ejecución de los procesos correspondientes (Rico, Castro, Castro, Coriat y Segovia, 1997).

Así, en su relación con el mundo real, los ciudadanos se enfrentan regularmente a situaciones matemáticas cuando compran, viajan, se alimentan, pagan sus impuestos, gestionan sus finanzas personales, organizan su tiempo y sus entornos vitales, juzgan cuestiones políticas, y muchas otras, en las que usan el razonamiento cuantitativo, relacional o espacial. En estas y en muchas otras ocasiones tienen que mostrar su competencia matemática para clarificar, formular y resolver problemas ya que, en todos estos casos, abordan y resuelven cuestiones mediante herramientas matemáticas. La competencia en matemáticas se considera parte principal de la preparación educativa puesto que ideas y conceptos matemáticos son herramientas para actuar sobre la realidad. Por ello, la evaluación en matemáticas se centra sobre esta competencia general como finalidad esencial del programa PISA.

El término alfabetización destaca en los primeros informes de PISA y se elige para subrayar que el conocimiento matemático y las destrezas, tal como están definidos en el currículo tradicional de matemáticas, no constituyen el foco principal de atención. Por el contrario, el énfasis se hace sobre el conocimiento matemático puesto en funcionamiento en multitud de contextos diferentes, por medios reflexivos, variados y basados en la intuición personal. Por supuesto, para que este uso sea posible y viable, son necesarios una buena cantidad de conocimientos matemáticos básicos y de destrezas; tales conocimientos y destrezas forman parte de esta definición de alfabetización.

El foco de la evaluación PISA 2003 se centra, pues, en cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana y no sólo, ni principalmente, en conocer cuáles contenidos del currículo han aprendido. Cuando se refiere al dominio general que se evalúa, el Proyecto PISA entiende por competencia el conjunto de capacidades puestas en juego por los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.

Un buen nivel en el desempeño de estas capacidades muestra que un estudiante es competente, ya que está matemáticamente alfabetizado o letrado. Atreverse a pensar con ideas matemáticas es la descripción de un ciudadano matemáticamente competente. En el uso de las herramientas matemáticas en contextos cotidianos se manifiesta la competencia matemática de los escolares.

Alfabetización o competencia matemática general es un constructo que sirve para caracterizar la actuación global del sujeto dentro del modelo funcional postulado para las matemáticas escolares. El dominio de evaluación es la competencia o alfabetización matemática del estudiante, entendida con este significado general. El concepto que utiliza PISA es mucho más amplio que la idea tradicional de alfabetización, se considera como algo continuo no como un valor dicotómico que se presenta o no se presenta. Por ello los traductores del informe al castellano eligen el término general de competencia para traducir “literacy” (OCDE, 2005).

La alfabetización o competencia matemática se presenta como finalidad general en la formación de los estudiantes de matemáticas, y establece las prioridades en el estudio PISA. Marín y Guerrero (2005) y Recio y Rico (2005) subrayan la importancia de esta noción de competencia dentro de las finalidades del currículo de matemáticas de secundaria.

MARCO TEÓRICO Y COMPONENTES

QUE ESTABLECEN EL DOMINIO

El marco teórico del estudio PISA se sostiene en la hipótesis de que aprender a matematizar debe ser un objetivo básico para todos los estudiantes (OECD, 2003). Dentro de ese marco la actividad matemática o, también, actividad de matematización consiste en la resolución de problemas. Cuando se analiza la actividad de los matemáticos al resolver problemas de modo experto ésta se puede analizar como compuesta por distintas fases. La primera fase implica traducir problemas extraídos de un contexto del mundo real al mundo matemático, proceso que se denomina matematización horizontal. Hacer matemáticas horizontalmente incluye actividades como:

Identificar matemáticas relevantes en un contexto general

- Plantear interrogantes
- Enunciar problemas
- Representar el problema de un modo diferente
- Comprender la relación entre lenguaje natural, lenguaje simbólico y formal
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones
- Reconocer isomorfismos con problemas ya conocidos
- Traducir el problema a un modelo matemático
- Utilizar herramientas y recursos adecuados.

Una vez traducido el problema a una expresión matemática el proceso puede continuar. El experto o el estudiante pueden plantearse cuestiones en las que se

utilizan conceptos y destrezas matemáticas. Esta segunda fase es la matematización vertical, e incluye:

- Usar diferentes representaciones
- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos; combinar e integrar modelos y
- Argumentar y generalizar.

La Figura 1 expresa gráficamente la conexión entre ambos procesos.

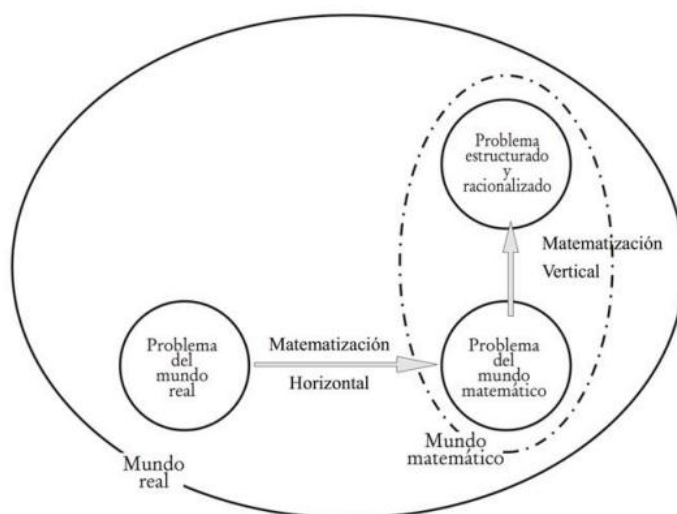


Figura 1. *El proceso de matematización*

La última fase en la resolución de un problema implica reflexionar sobre el proceso completo de matematización y sus resultados. Los estudiantes deben interpretar los resultados con actitud crítica y validar el proceso completo.

Algunos aspectos de este proceso de validación y reflexión son:

- Entender la extensión y límites de los conceptos matemáticos
- Reflexionar sobre los argumentos matemáticos y explicar y justificar los resultados
- Comunicar el proceso y la solución
- Criticar el modelo y sus límites.

Los modos de actuación de los sujetos, requeridos en cada una de las fases, muestran sus capacidades y habilidades cuando trabajan con las matemáticas en contextos en los que es necesario utilizar este tipo de herramientas. Estas capacidades y habilidades puestas en juego muestran que una persona es competente en matemáticas, son expresión de su competencia matemática. Los objetivos de aprendizaje expresan de manera concreta las habilidades que se necesitan para un determinado tema y en un determinado momento (Pajares, Sanz y Rico, 2004)

EVALUACIÓN

La evaluación PISA se propone, por tanto, establecer qué conocimientos, capacidades y habilidades pueden activar los alumnos a los que se les presentan problemas, es decir, medir hasta qué punto son matemáticamente competentes para resolver los problemas con éxito. El programa PISA/OCDE elige preparar un conjunto de tareas mediante las que evaluar el dominio general —Alfabetización o Competencia Matemática, teniendo en cuenta las diferentes fases del proceso de matematización. Cada tarea está vinculada a un contexto que puede tratarse como un problema matemático.

La estrategia escogida para contemplar el proceso de matematización y atender al dominio que se evalúa tiene en cuenta tres variables o dimensiones. Las tres dimensiones, que establecen la tarea y caracterizan aquello que se evalúa, son:

- El contenido matemático que se debe utilizar para resolver el problema
- La situación o contexto en que se localiza el problema
- Las competencias o procesos que deben activarse para conectar el mundo real, donde surge el problema, con las matemáticas y resolver entonces la cuestión planteada.

Estas tres dimensiones corresponden a los tres componentes del modelo funcional antes descrito, en el cual un sujeto aborda unas tareas mediante las herramientas disponibles y para ello moviliza y pone de manifiesto su competencia en la ejecución de unos procesos determinados. Los contenidos muestran el modo en que se organizan las herramientas conceptuales; las tareas son problemas del mundo

real, que se ubican en distintos contextos y proceden de diversas situaciones. Los diferentes procesos que llevan a cabo los sujetos ponen de manifiesto distintas competencias.

Se presenta aquí un segundo significado del término competencia, el cual permite concretar el significado general anterior mediante diversos tipos de capacidades de análisis, razonamiento y comunicación que se ponen en juego por los estudiantes cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones. En el diseño previo que establecía el marco para la evaluación, esta tercera dimensión se denomina competencias (OECD, 2003, pp.40-41), y se presenta como variable a considerar en los ítems de evaluación. En el informe final se opta por destacar la idea procesal y se pasa a denominar procesos a esta variable (OECD, 2004, pp. 40-41).

En un caso el foco de atención está en los propios procesos, mientras que en el otro parece destacarse al sujeto que los pone en práctica. No obstante, la caracterización sigue siendo la misma: las competencias o procesos establecen los distintos valores de la tercera dimensión del modelo funcional, aquella que afecta a los modos en que el sujeto se enfrenta a un problema.

Veamos el planteamiento general que establecen las tres variables que determinan la evaluación del dominio.

Contenidos Matemáticos

Las ideas, estructuras y conceptos matemáticos se han inventado y desarrollado como herramientas para organizar los fenómenos de los mundos natural, social, científico y mental.

Las matemáticas, como todas las disciplinas, tienen una tradición en el modo de organizar sus contenidos, que se ha discutido y construido a lo largo de la historia. Sostenidas por una tradición de más de 200 años, las escuelas organizan el currículo de matemáticas mediante contenidos temáticos: aritmética, geometría, álgebra, y otros.

Estos tópicos reflejan ramas bien establecidas del pensamiento matemático y facilitan el desarrollo estructurado de un programa. No obstante, en el modelo funcional que hemos presentado, el interés se centra sobre los fenómenos del mundo real que llevan a un tratamiento matemático.

Al modelo funcional no le interesa tanto una clasificación convencional de las herramientas, es decir, la organización de los contenidos, cuanto destacar las herramientas por su funcionalidad, teniendo en cuenta los usos en que se ven implicadas. Intentar establecer una clasificación de contenidos basada en los fenómenos que estudian presenta la dificultad de que éstos no están organizados lógicamente. La estrategia asumida en la evaluación PISA consiste en definir el rango del contenido que puede evaluarse haciendo uso de una aproximación fenomenológica para describir las ideas, estructuras y conceptos matemáticos. Esto significa describir el contenido en relación con los fenómenos y los tipos de problemas de los que surgieron, es decir, organizar los contenidos atendiendo a grandes áreas temáticas.

El estudio PISA/OCDE hace una discusión de distintas posibilidades de organizar los contenidos desde una perspectiva fenomenológica (Devlin, 1994; Freudenthal 1973; Rucker, 1988; Steen, 1990) y opta por su estructuración mediante cuatro grandes ideas (OECD, 2003, pp. 34-37).

Las ideas fundamentales, que satisfacen las condiciones de respetar el desarrollo histórico, cubrir el dominio y contribuir a la reflexión de las líneas principales del currículo escolar, son:

- Cantidad
- Espacio y forma
- Cambios y relaciones
- Incertidumbre.

Estos cuatro grandes campos de herramientas matemáticas son los escogidos por el Proyecto PISA para evaluar la competencia matemática de los estudiantes al término de la educación obligatoria, que pasamos a glosar.

Cantidad

Esta categoría subraya la necesidad de cuantificar para proceder a organizar el mundo. Incluye todos aquellos conceptos involucrados en la comprensión de tamaños relativos, reconocimiento de patrones numéricos, uso de números para representar cantidades y atributos cuantificables de los objetos del mundo real. La cantidad se refiere al reconocimiento, procesamiento y comprensión de números, que se presentan de varios modos.

Estas herramientas responden a las necesidades de cuantificar, medir, ordenar, simbolizar y operar como vías para entender y organizar el mundo. El razonamiento cuantitativo incluye el sentido numérico, la representación de números de varios modos, la comprensión del significado de las operaciones, cálculo mental y estimación.

Podemos localizar ítems correspondientes a esta categoría en el documento PISA 2003. Pruebas de Matemáticas y de Solución de Problemas (INECSE,2005); los denominados “Estanterías” (p. 46), “Monopatín” (p. 52), “Niveles de CO₂” (p. 56) y “Esquema de escalera” (p. 65) ejemplifican distintas tareas dentro de esta categoría.

Espacio y forma

Las formas pueden considerarse como patrones. Los patrones geométricos sirven como modelos relativamente simples de muchos tipos de fenómenos. Casas, edificios, puentes, estrellas de mar, copos de nieve, planos de ciudades, cristales, espejos y sombras, son algunos ejemplos de formas del mundo real en la que se pueden localizar patrones. Los patrones geométricos sirven como modelos relativamente simples de muchos tipos de fenómenos y su estudio es posible y deseable a todos los niveles.

El estudio de las formas y construcciones requiere buscar similitudes y diferencias cuando se analizan los componentes de las formas y se reconocen según distintas representaciones y diferentes dimensiones. El estudio de las formas está relacionado con el concepto de espacio cercano, lo cual requiere de la comprensión de las propiedades de los objetos y de sus posiciones relativas (Freudenthal, 1973). También

significa entender las relaciones entre las formas y las imágenes o representaciones visuales. Los autores del estudio PISA/OCDE subrayan que debemos ser conscientes de cómo vemos las cosas y por qué las vemos así; los estudiantes tienen que aprender a desenvolverse a través del espacio, de las formas y de las construcciones. Igualmente hay que entender cómo los objetos tridimensionales pueden representarse en dos dimensiones, cómo se interpretan las sombras, cuáles son sus perspectivas y sus funciones.

Los ítems denominados “Carpintero” (p. 36), “Escalera” (p. 60) y “Dados” (p. 61) ejemplifican distintas tareas dentro de esta categoría (INECSE, 2005).

Cambios y relaciones

Cada fenómeno natural es una manifestación del cambio; el mundo en nuestro entorno muestra una multitud de relaciones temporales y permanentes entre fenómenos. Algunos ejemplos los proporcionan los organismos cuando crecen y sus cambios, los ciclos de las estaciones, el flujo y reflujo de las mareas, los ciclos de empleo y desempleo, los cambios climáticos y los cambios en los indicadores económicos.

Algunos de los procesos de cambio pueden ser descritos y modelados directamente mediante funciones matemáticas: lineales, exponenciales, periódicas o logísticas, discretas o continuas. Las relaciones matemáticas tienen usualmente la forma de ecuaciones o de desigualdades, pero también se presentan relaciones de naturaleza más general.

El pensamiento funcional, es decir, pensar en términos de y acerca de relaciones, es una meta disciplinar fundamental en la enseñanza de las matemáticas. Las relaciones pueden representarse mediante una diversidad de sistemas, incluyendo símbolos, gráficas, tablas y dibujos geométricos. Distintas representaciones pueden servir para propósitos diversos y tener propiedades diferentes.

Los ítems denominados “Caminar” (p. 28), “Chatear” (p. 37) y “El mejor coche” (p. 64) ejemplifican distintas tareas dentro de la categoría de cambio y relaciones (INECSE, 2005).

Incertidumbre

Por incertidumbre se quieren entender dos tópicos relacionados: tratamiento de datos y azar. Estos fenómenos son la materia de estudio de la estadística y de la probabilidad, respectivamente. Los conceptos y actividades que son importantes en esta área son la recolección de datos, el análisis de datos y sus representaciones, la probabilidad y la inferencia. Los ítems denominados “Exportaciones” (p. 41), “Basura” (p. 47) y “Respaldo al Presidente” (p. 63) ejemplifican tareas dentro de la categoría de incertidumbre (INECSE, 2005).

La clasificación de contenidos del Proyecto PISA/OCDE 2003 se sustenta en el análisis fenomenológico y fue ensayada en España con el currículum que establecía el Diseño Curricular Base (MEC, 1989). La versión del Informe PISA/OCDE supone una revisión y mejora de aquella versión de comienzos de los noventa.

Situaciones y Contextos

Utilizar y hacer matemáticas en una variedad de situaciones y contextos es un aspecto importante de la Alfabetización Matemática. Trabajar con cuestiones que llevan por sí mismas a un tratamiento matemático, a la elección de métodos matemáticos y representaciones, depende frecuentemente de las situaciones en las cuales se presentan los problemas.

La situación es aquella parte del mundo del estudiante en la cual se sitúa la tarea. Las situaciones permiten establecer la localización de un problema en términos de los fenómenos de los que surge y que condicionan la cuestión problemática planteada. Los responsables del proyecto no mencionan explícitamente la fenomenología como un organizador relevante en el diseño y selección de las tareas escogidas para la evaluación de los estudiantes por lo que se refiere a contextos y situaciones. Sin embargo, está claro que la consideración de situaciones como una de las

componentes para evaluar el dominio incorpora el análisis fenomenológico dentro del marco teórico que sustenta el proyecto PISA/OCDE. La segunda variable, que se refiere a la situación, toma cuatro valores que se identifican en la delimitación de tareas matemáticas y en la construcción de ítems.

PISA (OECD, 2004) considera cuatro tipos de situaciones:

- Personales
- Educativas y ocupacionales
- Públicas
- Científicas.

Situaciones personales. Son las relacionadas con las actividades diarias de los alumnos. Se refieren a la forma en que un problema matemático afecta inmediatamente al individuo y al modo en que el individuo percibe el contexto del problema. Los ítems “Caminar”, “Chatear” y “Monopatín” (INECSE, 2005), ejemplifican este tipo de situaciones.

Situaciones educativas, ocupacionales o laborales. Son las que encuentra el alumno en el centro escolar o en un entorno de trabajo. Se refieren al modo en que el centro escolar o el lugar de trabajo proponen al alumno una tarea que le impone una actividad matemática para encontrar su respuesta. Los ítems “Cubos”, “Carpintero” y “Escalera” (INECSE, 2005), ejemplifican situaciones de este tipo.

Situaciones públicas. Se refieren a la comunidad local u otra más amplia, con la cual los estudiantes observen un aspecto determinado de su entorno. Requieren que los alumnos activen su comprensión, conocimiento y habilidades matemáticas para evaluar los aspectos de una situación externa con repercusiones importantes en la vida pública. Los ítems “Respaldo al Presidente” y “El mejor coche” (INECSE, 2005), ejemplifican situaciones de este tipo.

Situaciones científicas. Son más abstractas y pueden implicar la comprensión de un proceso tecnológico, una interpretación teórica o un problema específicamente

matemático. Los ítems “Crecer”, “Basura” y “Niveles de CO₂” (INECSE, 2005) ejemplifican situaciones de este tipo.

Competencias o Procesos

El proyecto PISA considera que para la resolución de los problemas que se presentan en las tareas de evaluación, los estudiantes deben poner en práctica un conjunto de procesos, es decir, mostrar su dominio en un conjunto de competencias matemáticas generales. Se trata del segundo significado del concepto de competencia que ya hemos indicado.

Las competencias que establece un plan de formación se constituyen en elementos determinantes para establecer su calidad y permiten llevar a cabo su evaluación. La calidad de un programa de formación viene dada por la relevancia de las competencias que se propone, mientras que su eficacia responde al modo en que éstas se logran en el medio y largo plazo.

El proyecto PISA enfatiza que la educación debe centrarse en la adquisición de unas competencias generales determinadas por parte de los alumnos de 15 años al término del periodo de su educación obligatoria, competencias que tienen por finalidad formar ciudadanos alfabetizados matemáticamente. Las competencias expresan los modos en que los estudiantes deben actuar cuando hacen matemáticas, es decir, los procesos a cuyo dominio está orientada la formación.

Ya ha indicado que, en este caso, el concepto de competencia se identifica con el de proceso y pone el acento en lo que el alumno es capaz de hacer con sus conocimientos y destrezas matemáticas, más que en el dominio formal de dichos conceptos y destrezas. Los objetivos, expresados en términos de capacidades o de dominio de determinados conceptos o procedimientos, se orientan hacia la consecución de una o varias competencias; son expresión de las prioridades formativas que proponen para un determinado momento. Las competencias generales o procesos, por el contrario, marcan metas a medio y largo plazo, responden a ciclos formativos más amplios y comprensivos.

El proyecto PISA, en tanto que evalúa la formación de los escolares al término de la educación obligatoria, enfatiza que dicha evaluación deberá centrarse en la adquisición de competencias generales por parte del alumno, dentro del modelo funcional propuesto. Estas competencias o procesos generales dan concreción a la competencia global o alfabetización matemática inicialmente descrita. Se trata de centrar la evaluación del sistema educativo en el estudiante, en su aprendizaje y en el significado funcional de dicho aprendizaje, que se expresa mediante las capacidades mostradas sobre una serie de competencias generales. Las competencias o procesos generales elegidos por el proyecto PISA (OECD, 2004, p. 40), son:

- Pensar y razonar
- Argumentar
- Comunicar
- Modelar
- Plantear y resolver problemas
- Representar
- Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones
- Usar herramientas y recursos

Pensar y razonar. Esta competencia incluye (a) plantear cuestiones propias de las matemáticas (¿Cuántos hay? ¿Cómo encontrarlo? Si es así, ¿entonces?); (b) conocer los tipos de respuestas que ofrecen las matemáticas a las cuestiones anteriores; (c) distinguir entre diferentes tipos de enunciados (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionadas); y (d) entender y utilizar los conceptos matemáticos en su extensión y sus límites.

Argumentar. Esta competencia incluye (a) conocer lo que son las pruebas matemáticas y cómo se diferencian de otros tipos de razonamiento matemático; (b) seguir y valorar cadenas de argumentos matemáticos de diferentes tipos; (c) disponer de sentido para la heurística (¿Qué puede —o no— ocurrir y por qué?); y (d) crear y expresar argumentos matemáticos.

Comunicar. Esta competencia incluye (a) expresarse uno mismo en una variedad de vías, sobre temas de contenido matemático, de forma oral y también escrita; y (b) entender enunciados sobre estas materias de otras personas en forma oral y escrita.

Modelar. Esta competencia incluye (a) estructurar el campo o situación que va a modelarse; (b) traducir la realidad a una estructura matemática; (c) interpretar los modelos matemáticos en términos reales: trabajar con un modelo matemático; (d) reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; (e) comunicar acerca de un modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones); y (f) dirigir y controlar el proceso de modelización.

Plantear y resolver problemas. Esta competencia incluye (a) plantear, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (puros, aplicados, de respuesta abierta, cerrados); y (b) resolver diferentes tipos de problemas matemáticos mediante una diversidad de vías.

Representar. Esta competencia incluye (a) decodificar, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representación de objetos matemáticos y situaciones, así como las interrelaciones entre las distintas representaciones; y (b) escoger y relacionar diferentes formas de representación de acuerdo con la situación y el propósito.

Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones. Esta competencia incluye (a) decodificar e interpretar el lenguaje simbólico y formal y entender sus relaciones con el lenguaje natural; (b) traducir desde el lenguaje natural al simbólico y formal; (c) manejar enunciados y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; y (d) utilizar variables, resolver ecuaciones y comprender los cálculos.

Uso de herramientas y recursos. Esta competencia incluye utilizar los recursos y herramientas familiares en contextos, modos y situaciones que son distintos del uso con el que fueron presentados.

A diferencia de las variables contextos y situaciones, que fueron ejemplificadas con anterioridad, la variable competencias no admite una ejemplificación similar, como argumentamos a continuación.

INSTRUMENTOS

En el momento de seleccionar las tareas para diseñar los instrumentos de evaluación resulta factible clasificar éstas por el contenido que tratan y también por la situación en la que se presentan y el contexto al que se refieren. Tanto el contenido como la situación son variables de tarea, cuya identificación y selección no plantea dificultad especial, como hemos visto en los apartados anteriores y en los ejemplos publicados por el Ministerio de Educación y Ciencia (INECSE, 2005). Sin embargo, es difícil establecer con carácter previo cuál o cuáles procesos va a activar un alumno para dar respuesta a la cuestión o cuestiones planteadas. Las competencias no son variables de tarea sino variables del sujeto y, por ello, no es posible establecer a priori a cuál de los procesos elegidos corresponde asignar una tarea determinada; por lo general, será posible vincular una tarea con diversos procesos puesto que los sujetos que la resuelven lo pueden hacer de distintas maneras. El profesor puede proponer una tarea para evaluar una determinada competencia, pero eso no garantiza su ocurrencia.

La estrategia seguida por el proyecto PISA/OCDE en relación con las competencias antes enumeradas, considera tres clases de complejidad en los ítems propuestos. De este modo incluye una nueva variable de tarea, útil para evaluar las competencias, que ha mostrado su adecuación para analizar el modo en que las distintas competencias son requeridas como respuesta a los distintos tipos y niveles de demandas cognitivas planteados por los diferentes problemas matemáticos (OECD, 2004).

Cada una de las tareas enunciadas admite tipos diferentes de complejidad, lo cual afecta al modo en que deben ejecutarse los correspondientes procesos. Dichas clases de complejidad para las tareas son:

1. Reproducción y procedimientos rutinarios
2. Conexiones e integración para resolver problemas estándar
3. Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Los ítems de reproducción incluyen tareas relativamente familiares y que requieren, esencialmente, conocimientos usuales tales como conocimiento de representaciones de hechos y de problemas comunes, reconocimiento de equivalencias, el uso de objetos y propiedades matemáticas familiares, procesos rutinarios, aplicación de algoritmos estandarizados y de habilidades prácticas, manejo de expresiones con símbolos familiares y realización de operaciones sencillas. Los ítems “Caminar”, “Monopatín”, “Escalera” y “El mejor coche” son ejemplos de ítems de esta clase (INECSE, 2005).

Los ítems de conexión abarcan problemas que no son meramente rutinarios pero que se sitúan aún en contextos familiares; plantean mayores exigencias en su interpretación y requieren establecer relaciones entre distintas representaciones de una situación o enlazar diferentes aspectos de la situación con el fin de desarrollar una solución. Los ítems “Carpintero”, “Estanterías”, “Niveles de CO₂” y “Respaldo al presidente” ejemplifican esta clase de complejidad en las tareas (INECSE, 2005).

Los ítems de reflexión requieren competencias que necesitan de comprensión y reflexión por parte del alumno, creatividad para identificar conceptos matemáticos relevantes o establecer vínculos con los conocimientos adecuados para encontrar las soluciones. Estas competencias se requieren para problemas que exigen generalización, explicación o justificación de resultados. Los ítems “Chatear”, “Basura” y “El mejor coche” (pregunta 2) ejemplifican esta mayor complejidad en las tareas (INECSE, 2005).

El estudio de los instrumentos de evaluación y la delimitación de las variables de tarea lleva a los responsables del estudio PISA/OCDE a contemplar la complejidad como una categorización de las tareas, que hace relación a la noción de competencia. El requerimiento de procesos más complejos, creativos o estructurados delimita distintos tipos de competencias en los estudiantes que, en principio, se concretan en tres clases. Alumnos más competentes llevarán a cabo procesos de mayor complejidad; alumnos menos competentes sólo trabajarán procesos de complejidad menor. En este caso la competencia de los estudiantes se refiere a las capacidades individualmente desarrolladas, que se ponen de manifiesto por el tipo de tareas abordadas con éxito.

Este significado de la noción de competencia se considera como variable del sujeto, determinada mediante categorización teórica de la complejidad de las tareas.

NIVELES DE COMPETENCIAS

La clasificación teórica de las tareas por el grado de complejidad requerido para los procesos implicados es genérica y algo imprecisa por su amplitud. Pero resulta útil para establecer la hipótesis de que los estudiantes que alcancen a dar respuesta a tareas de alta complejidad muestran el mayor nivel de competencia matemática, mientras que los alumnos que sólo alcancen a responder a las tareas de menor complejidad son los que tienen menor nivel de competencia matemática.

Las respuestas de los sujetos a tareas con distintos niveles de complejidad permiten establecer niveles de competencia entre los estudiantes, en todo caso con las herramientas utilizadas y situación considerada. Esto se confirma con el escalamiento que se produce en las respuestas de los estudiantes ya que alumnos que resuelven problemas de mayor complejidad también responden a los problemas de complejidad inferior. No obstante, los datos empíricos muestran mayor riqueza de niveles que el planteamiento teórico en tres categorías. La clasificación de tareas no es suficiente para interpretar la variedad de respuesta de los estudiantes. ¿Cómo determinar entonces el nivel de competencia matemático alcanzado por un estudiante concreto? ¿Y por un grupo de estudiantes? ¿Y por los estudiantes de un país?

La respuesta a estas cuestiones es empírica y constituye el núcleo del estudio PISA/OCDE. El informe final establece los niveles de complejidad de acuerdo con los resultados de la evaluación realizada; las tareas más complejas tienen, pues, una doble caracterización: teórica y empírica. Los mejores alumnos muestran en su actividad distintos niveles de dominio en la ejecución de las tareas. De este modo se determinan empíricamente seis niveles de competencia, que admiten una descripción general y también una descripción más detallada por cada uno de los campos de contenido.

Cada nivel de competencia se caracteriza por los procesos o competencias empleados y por el grado de complejidad con que los alumnos los ejecutan al

abordar tareas de dificultad creciente. De este modo es posible entender cada nivel de competencia matemática en relación con la maestría con que el alumno lleva a cabo las tareas matemáticas propuestas, es decir, muestra su competencia matemáticas (OECD, 2004). En este caso la competencia no es una finalidad general de la educación matemática, ni tampoco un listado teórico de procesos cognitivos. Para llegar a esta noción de competencia hemos tenido que considerar los niveles de complejidad en una tarea, caracterizando esa noción en términos de la riqueza cognitiva de los procesos implicados, la creatividad, la variedad de conceptos y relaciones involucrados, el juego de sistemas de representación y sus conexiones. La caracterización teórica del nivel de competencia requerido para abordar una tarea se complementa con el estudio empírico, derivado de la evaluación PISA 2003.

Los niveles establecidos se caracterizan empíricamente del siguiente modo:

Primer nivel. Los alumnos saben responder a preguntas planteadas en contextos conocidos, donde está presente toda la información pertinente y las preguntas están definidas claramente. Son capaces de identificar la información y llevan a cabo procedimientos rutinarios al seguir instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados.

Segundo nivel. Los alumnos saben interpretar y reconocer situaciones en contextos que sólo requieren una inferencia directa. Saben extraer información pertinente de una sola fuente y hacer uso de un único sistema de representación. Pueden utilizar algoritmos, fórmulas, procedimientos o convenciones elementales. Son capaces de efectuar razonamientos directos e interpretaciones literales de los resultados.

Tercer nivel. Los alumnos saben ejecutar procedimientos descritos con claridad, incluyendo aquellos que requieren decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias de solución de problemas sencillos. Saben interpretar y utilizar representaciones basadas en diferentes fuentes de información y razonar directamente a partir de ellas. También son capaces de elaborar escritos breves para exponer sus interpretaciones, resultados y razonamientos.

Cuarto nivel. Los alumnos pueden trabajar con eficacia con modelos explícitos en situaciones complejas y concretas que pueden conllevar condicionantes o exigir la formulación de supuestos. Pueden seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo las simbólicas, asociándolas directamente a situaciones del mundo real. Los alumnos de este nivel saben utilizar habilidades bien desarrolladas y razonar con flexibilidad y cierta perspicacia en estos contextos. Pueden elaborar y comunicar explicaciones y argumentos basados en sus interpretaciones, argumentos y acciones.

Quinto nivel. Los alumnos saben desarrollar modelos y trabajar con ellos en situaciones complejas, identificando los condicionantes y especificando los supuestos. Pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias adecuadas de solución de problemas para abordar problemas complejos relativos a estos modelos.

Los alumnos de este nivel pueden trabajar estratégicamente utilizando habilidades de pensamiento y razonamiento bien desarrolladas, así como representaciones relacionadas adecuadamente, caracterizaciones simbólicas y formales e intuiciones relativas a estas situaciones. Pueden reflexionar sobre sus acciones y formular y comunicar sus interpretaciones y razonamientos.

Sexto nivel. Los alumnos saben formar conceptos, generalizar y utilizar información basada en investigaciones y modelos de situaciones de problemas complejos. Pueden relacionar diferentes fuentes de información y representaciones y traducirlas entre ellas de una manera flexible. Los estudiantes de este nivel poseen un pensamiento y razonamiento matemático avanzado. Pueden aplicar su entendimiento y comprensión, así como su dominio de las operaciones y relaciones matemáticas simbólicas y formales y desarrollar nuevos enfoques y estrategias para abordar situaciones nuevas. Los alumnos de este nivel pueden formular y comunicar con exactitud sus acciones y reflexiones relativas a sus descubrimientos, argumentos y su adecuación a las situaciones originales (OCDE, 2005,p. 47 y 48; OECD, 2004, p. 47).

COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EL INFORME PISA

Hemos considerado cuatro significados distintos sobre la noción de competencia en el informe PISA, que ponen de manifiesto la riqueza y diversidad de matices con que se trabaja y el interés que tiene para su correcta interpretación.

En primer lugar hemos considerado la competencia como dominio de estudio. Esta idea la hemos visto como equivalente a la de alfabetización matemática y supone un modo global de entender el hacer matemáticas y la propia naturaleza del conocimiento matemático. Desarrollar la competencia matemática en los escolares al término de la educación obligatoria se convierte en finalidad principal de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Entre las finalidades de los documentos curriculares está la competencia matemática, como modo global de resolver problemas prácticos. El estudio PISA propone medir de modo continuo el conjunto de capacidades de los estudiantes, como expresión de su competencia.

En segundo lugar hemos considerado las competencias como conjunto de procesos generales que deben ponerse en práctica al resolver problemas matemáticos, por medio de cuya realización se muestra la competencia general. Estas competencias singularizan y concretan la finalidad global, estableciendo capacidades y habilidades específicas que ayudan a modular los objetivos, a establecer tareas escolares y caracterizar las propuestas de trabajo y las evaluaciones. El proyecto PISA establece ocho competencias o procesos matemáticos generales que orientan las tareas y ayudan a establecer el análisis de resultados y permiten caracterizar los niveles en el rendimiento de los alumnos, globalmente y en relación con cada área. Otras instituciones educativas establecen mediante estándares competencias similares a las de PISA (NCTM, 2000).

En tercer lugar, para caracterizar las tareas, el informe PISA establece tres niveles de complejidad respecto de las competencias generales requeridas. El informe habla de grupos de competencias, y en este caso se distinguen estos grupos por las demandas cognitivas implicadas en las tareas que los ejemplifican.

Finalmente, en cuarto lugar, se habla de las competencias como nivel alcanzado por los alumnos, que se determina empíricamente y se expresa en una escala. Cada nivel de competencia se caracteriza por lo que saben hacer los alumnos, en grupos de tareas de dificultad creciente. Cada nivel se describe en relación al tipo de competencias matemáticas que el alumno es capaz de realizar y el grado de complejidad con que las aborda. La distribución de los alumnos de cada país en cada uno de los niveles de competencias matemáticas consideradas ayuda a establecer el nivel y modo de alfabetización matemática de los estudiantes de ese país. También muestra las disparidades y desigualdades internas dentro de cada población, que proporciona indicadores sobre la equidad e igualdad de oportunidades en cada caso.

La noción de competencia es central en el estudio PISA y desempeña diferentes funciones:

- Expresa una finalidad prioritaria en la enseñanza de las matemáticas
- Expresa un conjunto de procesos cognitivos generales que caracterizan un esquema pragmático de entender el hacer matemáticas
- Concreta variables de tarea para los ítems en la evaluación; destaca por los grados de complejidad
- Marca niveles de dominio en las tareas de hacer matemáticas.

Diferenciar entre los distintos significados de la noción de competencia es importante a la hora de realizar la lectura e interpretación del informe PISA 2003.

También es relevante para conocer los diferentes usos de una noción central en el análisis cognitivo de las matemáticas escolares.

RECURSOS TECNOLOGICOS

Dice Godino (2004) que diversas investigaciones están demostrando que los estudiantes pueden aprender más matemáticas y de manera más profunda con el uso de una tecnología apropiada.

También nos dice el mismo autor que hay que tener en cuenta, no obstante, que la tecnología no se debería usar como sustituto de intuiciones y comprensiones básicas; al contrario, deberá enfocarse de manera que estimule y favorezca tales intuiciones y comprensiones más sólidas. Los recursos tecnológicos se deben usar de manera amplia y responsable, con el fin de enriquecer el aprendizaje matemático de los estudiantes.

Según Godino (2004) la existencia, versatilidad y potencia de la tecnología hace posible y necesario replantearse qué matemáticas deberían aprender los estudiantes, y cómo deberían aprender mejor. Pueden aparecer también algunas dificultades:

- ✓ Dificultades de aprendizaje del software o la calculadora si el alumno no está familiarizado con el mismo. Ello puede ocasionar que el tiempo, ya limitado, para la enseñanza de la matemática se invierta en el aprendizaje de la tecnología. Por ello se recomienda usar recursos fácilmente manipulables que añadan complejidad innecesaria a la actividad matemática.
- ✓ Dificultad en aceptar datos de la calculadora u ordenador que no han obtenido personalmente. Por ejemplo, algunos alumnos se resisten a tomar como aleatorios los números obtenidos de una calculadora u ordenador, puesto que estos instrumentos siempre producen un resultado exacto y esto contradice la idea de aleatoriedad.
- ✓ Dificultad en diferenciar la estimación que proporciona la calculadora u ordenador del verdadero valor teórico; por ejemplo, en probabilidad, dificultad en diferenciar la estimación frecuencia de la probabilidad, obtenida mediante la tecnología del verdadero valor teórico de la probabilidad; en el estudio de las funciones, dificultad en distinguir el límite teórico de una estimación discreta del

mismo; en general dificultad de diferenciar lo discreto y lo continuo al trabajar con la tecnología.

La competencia matemática consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

Forman parte de la competencia matemática los siguientes aspectos:

- La habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, lo que aumenta la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida.
- El conocimiento y manejo de los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.
- La puesta en práctica de procesos de razonamiento. Procesos que llevan a la solución de los problemas o a la obtención de diversas informaciones.
- La disposición favorable y de progresiva seguridad y confianza hacia la información y las situaciones que contienen elementos o soportes matemáticos, así como hacia su utilización cuando la situación lo aconseja, basadas en el respeto y el gusto por la certeza y en su búsqueda a través del razonamiento.

Esta competencia cobra realidad y sentido cuando los elementos y razonamientos matemáticos son utilizados para enfrentarse a aquellas situaciones cotidianas que los precisan. Por ello, su desarrollo en la educación obligatoria se alcanzará en la medida en que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera

espontánea a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana.

El desarrollo de la competencia matemática, implica utilizar en los ámbitos personal y social los elementos y razonamientos matemáticos para interpretar y producir información, para resolver problemas provenientes de situaciones cotidianas y para tomar decisiones. En definitiva, supone aplicar aquellas destrezas y actitudes que permiten razonar matemáticamente, comprender una argumentación matemática y expresarse y comunicarse en el lenguaje matemático, utilizando las herramientas de apoyo adecuadas, e integrando el conocimiento matemático con otros tipos de conocimiento para dar una mejor respuesta a las situaciones de la vida de distinto nivel de complejidad.

COMPETENCIAS A DESARROLLAR DE LA FUNCION LOGARITMO

COMPETENCIAS DISCIPLINARES BÁSICAS

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
- Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

UNIDADES DE COMPETENCIA

- Construye e interpreta modelos exponenciales y logarítmicos aplicando las propiedades de crecimiento y decrecimiento propias de estas funciones, para representar situaciones y resolver problemas teóricos o prácticos, de su vida cotidiana o escolar, que le permiten comprender y transformar su realidad.
- Contrasta los resultados obtenidos mediante la aplicación de modelos racionales, en el contexto de las situaciones reales o hipotéticas que describen.
- Interpreta tablas, gráficas, diagramas y textos con información relativa a funciones exponenciales y logarítmicas.

Durante el presente bloque se promueven los siguientes atributos de las competencias genéricas:

- 4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- 5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- 5.4 Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.
- 5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.
- 6.1 Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.
- 7.1 Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimientos.
- 8.1 Propone maneras de solucionar un problema y desarrolla un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.
- 8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.
- 8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

SABERES REQUERIDOS PARA EL DESARROLLO DE LAS COMPETENCIAS DISCIPLINARES BÁSICAS			EJEMPLOS DE INDICADORES DE DESEMPEÑO	SUGERENCIA DE EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES Y VALORES		
<ul style="list-style-type: none"> Identifica la forma de las funciones exponenciales (Crecientes, Decrecientes) Reconoce la función exponencial natural (El número e, Crecimiento o decrecimiento en base e) Interpreta algebraica y gráficamente a la función logarítmica como la inversa de la función exponencial. Identifica las propiedades de los logaritmos (Inherentes a su definición, Operativas) Comprende las propiedades y técnicas de resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas. 	<ul style="list-style-type: none"> Explica por qué una función exponencial es creciente o decreciente. Obtiene el valor inicial y el factor de crecimiento de una función exponencial. Utiliza la función exponencial natural para modelar situaciones que involucran al número e. Construye la función logarítmica como la inversa de la función exponencial. Opera con logaritmos y resuelve ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Reconoce situaciones que pueden modelarse mediante funciones exponenciales y logarítmicas y aplica estas para hallar su solución. 	<ul style="list-style-type: none"> Presenta una actitud de apertura que favorece la solución de problemas. Aprecia la utilidad de las técnicas algebraicas de resolución de ecuaciones, para simplificar procesos y obtener soluciones precisas. Presenta disposición al trabajo colaborativo con sus compañeros. Aporta puntos de vista personales con apertura y considera los de otras personas. Participa al resolver los ejercicios planteados. Propone maneras creativas de solucionar problemas matemáticos. Tiene una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta, dentro de distintos equipos de trabajo. 	<ul style="list-style-type: none"> A partir de la ecuación de la función exponencial decide si esta es creciente o decreciente. Obtiene valores de funciones exponenciales y logarítmicas utilizando tablas o calculadora. Traza las gráficas de funciones exponenciales tabulando valores, y las utiliza para obtener gráficas de funciones logarítmicas. Utiliza las propiedades de los logaritmos para resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Aplica las propiedades y relaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas para modelar y resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Determina si el valor de la base es mayor o menor que 1, para saber si la función exponencial crece o decrece. Interpreta y aproxima potencias para exponentes reales cualesquiera con propiedades de los exponentes, y los verifica o completa con calculadora. Elabora las gráficas de las funciones exponencial y logarítmica con tabulación de puntos y reflexiones sobre la recta $y = x$. Resuelve ecuaciones exponenciales y logarítmicas reescribiendo exponentes como logaritmos y viceversa. Aplica propiedades de exponentes y logaritmos, y las funciones exponenciales y logarítmicas, para modelar situaciones diversas, como interés compuesto continuo, depreciación de un bien, etc.

EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

La teoría del aprendizaje significativo propuesta por Ausubel, se define como el proceso que ocurre en el interior del individuo, donde la actividad perceptiva la permite incorporar nuevas ideas, hechos y circunstancias a su estructura cognoscitiva; a su vez, matizarlas exponiéndolas y evidenciándolas con acciones observables, comprobables y enriquecidas; luego de cumplir con las actividades derivadas de las estrategias de instrucción, planificación por el mediador y/o sus particulares estrategias de aprendizaje (González, 1997).

Pozo (1989) considera La Teoría del Aprendizaje Significativo como una teoría cognitiva de reestructuración; para él, se trata de una teoría psicológica que se construye desde un enfoque organicista del individuo y que se centra en el aprendizaje generado en un contexto escolar. Se trata de una teoría constructivista, ya que es el propio individuo-organismo el que genera y construye su aprendizaje.

ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN AMERICA

Programa Tuning America Latina. 2011-2013 Innovación Educativa y Social.

El proyecto se propone alcanzar un amplio consenso a escala regional sobre la forma de entender los títulos desde el punto de vista de las actividades que los poseedores de dichos títulos estarían en capacidad de desempeñar. El proyecto Alfa Tuning América Latina busca "afinar" las estructuras educativas de América Latina iniciando un debate cuya meta es identificar e intercambiar información y mejorar la colaboración entre las instituciones de educación superior para el desarrollo de la calidad, efectividad y transparencia. Es un proyecto independiente, impulsado y coordinado por Universidades de distintos países, tanto latinoamericanos como europeos.

Objetivos

El Objetivo General del proyecto es contribuir al desarrollo de titulaciones fácilmente comparables y comprensibles en una forma articulada en diferentes sistemas. Contribuir al desarrollo de titulaciones fácilmente comparables y comprensibles en una forma articulada en toda América Latina.

Impulsar, a escala latinoamericana, un importante nivel de convergencia de la educación superior en cuatro áreas temáticas (Administración de Empresas, Educación, Historia y Matemáticas) mediante las definiciones aceptadas en común de resultados profesionales y de aprendizaje.

Desarrollar perfiles profesionales en términos de competencias genéricas y relativas a cada área de estudios incluyendo destrezas, conocimientos y contenido en las cuatro áreas temáticas que incluye el proyecto. ¿Cómo surge? El proyecto ALFA Tuning – América Latina - surge en un contexto de intensa reflexión sobre educación superior tanto a nivel regional como internacional. Hasta el momento Tuning había sido una experiencia exclusiva de Europa, un logro de más de 135 universidades

europeas que desde el año 2001 llevan adelante un intenso trabajo en pos de la creación del Espacio Europeo de Educación Superior.

Durante la IV Reunión de Seguimiento del Espacio Común de Enseñanza Superior de la Unión europea, América Latina y el Caribe (UEALC) en la ciudad de Córdoba (España) en Octubre de 2002, los representantes de América Latina que participaban del encuentro, luego de escuchar la presentación de los resultados de la primera fase del Tuning, acercaron la inquietud de pensar un proyecto similar con América Latina

Desde este momento se comenzó a preparar el proyecto que fue presentado por un grupo de universidades europeas y latinoamericanas a la Comisión Europea a finales de Octubre de 2003. Podemos decir que la propuesta Tuning para América Latina es una idea intercontinental, un proyecto que se ha nutrido de los aportes de académicos tanto europeos como latinoamericanos. La idea de búsqueda de consensos es la misma, es única e universal, lo que cambian son los actores y la impronta que brinda cada realidad.

Líneas de Trabajo

El proyecto tiene 4 grandes líneas de trabajo:

1. Competencias (genéricas y específicas).
2. Enfoques de enseñanza, aprendizaje y evaluación.
3. Créditos académicos.
4. Calidad de los programas

Línea 1 – Competencias (genéricas y Específicas)

En cuanto a las competencias genéricas, se trata de identificar atributos compartidos que pudieran generarse en cualquier titulación y que son considerados importantes por la sociedad. Hay ciertos atributos como la capacidad de aprender, la capacidad de análisis y síntesis, etc., que son comunes a todas o casi todas las titulaciones.

Además de analizar las competencias genéricas, se trabajarán aquellas competencias que se relacionan con cada área temática o específicas. Estas competencias son cruciales para cualquier titulación porque están específicamente relacionadas con el conocimiento concreto de un área temática. Se conocen también como destrezas y competencias relacionadas con las disciplinas académicas y son las que confieren identidad y consistencia a cualquier programa.

Competencias Genéricas en América Latina

1. Capacidad de abstracción, análisis y síntesis
2. Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica
3. Capacidad para organizar y planificar el tiempo
4. Conocimientos sobre el área de estudio y la profesión
5. Responsabilidad social y compromiso ciudadano
6. Capacidad de comunicación oral y escrita
7. Capacidad de comunicación en un segundo idioma
8. Habilidades en el uso de las tecnologías de la información y de la comunicación
9. Capacidad de investigación
10. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente
11. Habilidades para buscar, procesar y analizar información procedente de fuentes diversas
12. Capacidad crítica y autocrítica
13. Capacidad para actuar en nuevas situaciones
14. Capacidad creativa
15. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas
16. Capacidad para tomar decisiones
17. Capacidad de trabajo en equipo
18. Habilidades interpersonales
19. Capacidad de motivar y conducir hacia metas comunes
20. Compromiso con la preservación del medio ambiente
21. Compromiso con su medio socio-cultural
22. Valoración y respeto por la diversidad y multiculturalidad

23. Habilidad para trabajar en contextos internacionales
24. Habilidad para trabajar en forma autónoma
25. Capacidad para formular y gestionar proyectos
26. Compromiso ético
27. Compromiso con la calidad

Competencias Específicas en América Latina

La identificación de las competencias específicas para los grupos de Administración de Empresas, Arquitectura, Derecho, Educación, Enfermería, Física, Geología, Historia, Ingeniería Civil, Matemáticas, Medicina y Química se realizó en la 1ra parte del proyecto Tuning América Latina (2004-2007) y se hizo siguiendo la misma metodología que se utilizó para la elaboración de las competencias genéricas, se trabajó intensamente con los borradores nacionales que cada universidad aportó, y a través del debate alcanzaron consenso sobre una lista de competencias específicas para cada área temática. Cada grupo de trabajo definió a quienes consultar las competencias específicas: graduados, académicos, empleadores y estudiantes. Nuevamente se puso a disposición de los grupos un formato On-line para llevar adelante la consulta ya utilizada para consulta de competencias genéricas. Los resultados de la consulta sobre las competencias específicas se presentaron en las distintas reuniones y finalmente, en todos los grupos de trabajo del proyecto se reflexionó en un ejemplo de como enseñar y evaluar una competencia de su área temática.

En esta 2da parte del proyecto con la misma metodología los grupo de trabajo han identificado las competencias específicas de Informática, Agronomía y Psicología.

Competencias Específicas en Matemática

Al finalizar los estudios en Matemáticas los egresados deben tener la capacidad de:

- 1 Dominio de los conceptos básicos de la matemática superior.
- 2 Capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas con una identificación clara de hipótesis y conclusiones.
- 3 Capacidad para expresarse correctamente utilizando el lenguaje de la matemática.
- 4 Capacidad de abstracción, incluido el desarrollo lógico de teorías matemáticas y las relaciones entre ellas.
- 5 Capacidad para formular problemas en lenguaje matemático, de forma tal que se faciliten su análisis y su solución.
- 6 Conocimiento de la evolución histórica de los conceptos fundamentales de la matemática.
- 7 Capacidad para iniciar investigaciones matemáticas bajo la orientación de expertos.
- 8 Capacidad para formular problemas de optimización y toma de decisiones e interpretar las soluciones en los contextos originales de los problemas.
- 9 Capacidad para contribuir en la construcción de modelos matemáticos a partir de situaciones reales.
- 10 Capacidad para utilizar las herramientas computacionales de cálculo numérico y simbólico para plantear y resolver problemas.
- 11 Destreza en razonamientos cuantitativos.
- 12 Capacidad para comprender problemas y abstraer lo esencial de ellos.
- 13 Capacidad para extraer información cualitativa de datos cuantitativos.
- 14 Disposición para enfrentarse a nuevos problemas en distintas áreas.
- 15 Capacidad para trabajar con datos experimentales y contribuir a su análisis.
- 16 Capacidad para comunicarse con otros profesionales no matemáticos y brindarles asesoría en la aplicación de las matemáticas en sus respectivas áreas de trabajo.
- 17 Capacidad para trabajar en equipos interdisciplinarios.
- 18 Capacidad para presentar los razonamientos matemáticos y sus conclusiones con claridad y precisión y de forma apropiada para la audiencia a la que van dirigidos, tanto oralmente como por escrito.

19 Conocimiento básico del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

20 Dominio de la matemática elemental, es decir, la que se debe incluir en la enseñanza preuniversitaria.

21 Capacidad de participar en la elaboración de los programas de formación matemática en los niveles preuniversitarios.

22 Capacidad para detectar inconsistencias.

23 Conocimiento del inglés para leer, escribir y exponer documentos en inglés, así como comunicarse con otros especialistas.

Línea 2 - Enfoques de enseñanza, aprendizaje y evaluación

Se trabaja en profundidad la traducción de las competencias tanto genéricas como específicas en actividades dentro del proceso de enseñanza, aprendizaje y evaluación. Para ello se propone preparar una serie de materiales que permitan visualizar cuales serán los métodos de enseñanza, aprendizaje y evaluación más eficaces para el logro de los resultados del aprendizaje y las competencias identificadas. Cada estudiante debe experimentar una variedad de enfoques y tener acceso a diferentes contextos de aprendizaje, cualquiera que sea su área de estudio.

Línea 3 – Créditos académicos

En esta línea se llevará adelante una intensa reflexión sobre la vinculación de las competencias con el trabajo del estudiante, su medida y conexión con el tiempo calculado en créditos académicos.

Línea 4 – Calidad de los programas

Esta línea asume que la calidad es una parte integrante del diseño del currículo basado en competencias, lo que resulta fundamental para articular con las otras líneas expuestas. Si un grupo de académicos desean elaborar un programa de estudios o redefinirlo necesita un conjunto de elementos para brindar calidad a esos programas y titulaciones.

ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA EN VENEZUELA

Polo M, (2005) en su proyecto Informe Proyecto Alfa-Tuning-América Latina: Carreras Basadas en Competencias, que tiene por objetivo es dar a conocer al Núcleo de Vicerrectores Académicos, a los miembros de la Comisión Nacional de Currículo, sobre el Proyecto, las actividades realizadas y por realizar, el compromiso de las universidades venezolanas ante el proyecto y la perspectiva del mismo.

El proyecto Alfa Tuning- América Latina es un proyecto que nace en la comunidad europea y surge en un contexto en el cual se reflexiona sobre la educación superior, tanto a nivel regional como internacional. Hasta el 2004 Tuning había sido una experiencia exclusiva de Europa, con la participación de más de 135 universidades europeas, que, desde el año 2001, buscan crear un Espacio Europeo de Educación Superior. Este proyecto para Europa se ha constituido en un gran para las instituciones de educación superior. Su importancia radica en la creación de un entorno de trabajo de los académicos para llegar a acuerdos de convergencia, comprensión y entendimiento mutuo.

Las reflexiones y los debates permitieron generar un espacio de afinamiento de las estructuras educativas en cuanto a las titulaciones, con el fin de que pudieran ser comprendidas, comparadas y reconocidas en el área común europea. Según los expertos, Tuning es una metodología internacionalmente reconocida, es una herramienta construida por las universidades para las universidades para poder establecer un camino hacia la integración.

Tuning y América Latina. La necesidad de integración desde parámetros de comparabilidad no es exclusiva de Europa, otros proyectos como los de la Comunidad Andina de Naciones en América del Sur lo ejemplifican. La causalidad que trae el proceso de globalización propone retos en cuanto a la movilidad de los estudiantes, que requieren información fiable y objetiva sobre la

oferta de programas educativos, la movilidad de profesionales, los empleadores tanto de la propia América Latina como del mundo requerirán conocer las titulaciones y la formación que reciben los egresados son motivos que llevan a pensar en proyectos como Tuning. Y por supuesto la internacionalización como la que estamos viviendo, enfrenta a las universidades a desafíos y responsabilidades en las cuales deben asumir posturas reflexivas y liderazgos compartidos para enfrentar las reformas académicas con diálogos permanentes con la sociedad.

La cooperación es otro de los aspectos que responde a la necesidad de buscar acercamientos entre la Unión Europea y América Latina y el proyecto así lo estimula. Pero esta cooperación está caracterizada por una visión no colonialista. De hecho, Es un proyecto abierto, y la reflexión-incorporación de nuevos países y de nuevos contextos puede modificar el proyecto inicial es lo que se entiende por cooperación: estar abierto al impacto y al aprendizaje mutuo. González, Wagenaar, y Beneitone (2004) plantea que “Tuning-América Latina consiste en un trabajo conjunto que busca lenguajes y sistemas de reconocimiento de carácter transnacional y transregional”.

El proyecto Tuning-América Latina, previó responsables por los Centros Nacionales Tuning (CNT). Cada país de América Latina participa en el proyecto en igualdad de condiciones, a través de estos centros nacionales. Por Venezuela en los primeros momentos fue nombrado el Dr. José Miguel Cortázar. En vista de la poca respuestas, se nombró a partir del mes de julio del 2005 a mi persona, por ser la Coordinadora de la Comisión Nacional de Currículo y mi proximidad con las universidades del País.

Ampliación del Proyecto

En fecha de 15 de Julio 2005, la Comisión Europea aprobó en la convocatoria de la 10ma Ronda del Programa ALFA ampliar el Proyecto Tuning América Latina, a ocho (8) nuevas áreas del conocimiento: Arquitectura, Derecho, Enfermería, Física, Geología, Ingeniería Civil, Medicina y Química, e incorporar 120 nuevas Universidades Latinoamericanas, con los mismos objetivos y alcances.

Para la entrega de este informe, después de haber hecho un llamado a los Vicerrectores Académicos de las Universidades, las universidades que van a participar en la ampliación del proyecto son:

- Universidad Simón Bolívar. (Física)
- Universidad Nacional Experimental del Táchira (Arquitectura)
- Universidad Nacional Experimental Rómulo Gallegos. (Enfermería)
- Universidad Católica del Táchira. (Derecho)
- Universidad Politécnica Lisandro Alvarado (Ingeniería Civil)
- Universidad de los Andes (Medicina)

No se han incorporado otras universidades para las áreas faltantes como son: Química y Geología.

El contenido de estos Cuestionarios basados en competencias específicas será preparado por los grupos de expertos de las 8 áreas temáticas. Cada universidad enviará los cuestionarios y recibirá las respuestas de los académicos y desde la coordinación se procesarán los datos. Cada universidad volverá a recibir sus archivos con los datos por correo electrónico junto con los gráficos por la totalidad y las diferentes áreas temáticas.

Polo M, (2011) señala en su trabajo **El currículo por competencias en la universidad: Reforma o ruido** que es posible que sea muy prematuro poder formular juicios sobre la formulación de perfiles por competencias en la educación

superior. Por otra parte, cuando se hablan de competencias, muchos las juzgan desde un enfoque positivista únicamente. En otras oportunidades no se profundiza sobre su origen y posibilidades. Lo que produce cierta inquietud cuando se habla de reforma universitaria o de transformación, la punta de la lanza se va hacia lo curricular y muy específicamente a las reformas sustentadas en formulación de competencias. Y allí radican las tantas interrogantes que se nos presentan.

1. ¿Existe confusión en el profesorado acerca de las competencias?
2. ¿Cómo desarrollarlas en los alumnos?
3. ¿Cómo será el curriculum universitario?
4. ¿Bajo qué lineamiento se están llevando la tendencia de las competencias?
5. ¿Esta tendencia se debe a las demandas externas e internas, pero satisfacen las necesidades nacionales? ¿Proyecto Tuning, impulsado por la Unión Europea (UE) y Proyecto DeSeCo (Definición y Selección de Competencias) (DeSeCo, 2000; 2005), que promueve la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE)?

LA MATEMATICA EN EL CURRICULUM BASICO NACIONAL

El Currículo Básico Nacional (1997) señala:

El estudio de la matemática en la educación básica se integra a un mundo cambiante, complejo e incierto. Cada día aparece nueva información, nuevas formas de entender la vida y distintas maneras de interacción social. Los nuevos métodos de producción requieren de una fuerza laboral capacitada desde el punto de vista tecnológico, la cual cambia rápidamente por lo que esta debe ser flexible, capaz de seguir aprendiendo de por vida. El individuo, la sociedad y el país se enfrentan cotidianamente a las realidades del cambio y la incertidumbre. Manejarlas exitosamente es un objetivo ineludible dentro de cualquier programa educativo y constituye un pilar de éxito.

La matemática es una forma de aproximación a la realidad. Brinda elementos de importancia para el proceso vital y permite a la persona entenderla y, más aún, transformarla, porque:

Contribuye al desarrollo del pensamiento lógico, ya que considera procesos mentales para el razonamiento, el tratamiento de la información y la toma de decisiones.

La comunicación entre individuos se ve favorecida por el lenguaje matemático. Los números, la geometría, la estadística y la probabilidad, por ejemplo, son conocimientos que permiten a individuos de culturas y hasta de idiomas distintos poder entenderse.

La matemática es el fundamento de la mayoría de las disciplinas científicas. El éxito del estudiante en sus estudios académicos y, podría decirse, en su vida laboral misma, está condicionado a poder entender las relaciones matemáticas básicas, poder comunicarlas y seguir su método de razonamiento.

Todo esfuerzo de abstracción, debe ir un poco más lejos de la realidad cotidiana y generar nuevas ideas, nuevos conceptos y teorías, demanda una disciplina de pensamiento, una rigurosidad analítica y un entrenamiento mental que se puede afianzar a través del estudio de la matemática. (p.161).

Por todo lo expuesto anteriormente nos disponemos de realizar un material instruccional para la enseñanza del logaritmo, basado en competencias adaptado a su realidad concreta para ayudarles a superar las deficiencias en la comprensión de la función logaritmo y sus aplicaciones concentrados desde los primeros contenidos que el estudiante debe tener como base. Igualmente se pretende proveer a los docentes de estrategias para ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades y destrezas, incrementando en ellos la capacidad de análisis como herramienta fundamental para comprender mejor los objetivos en un ambiente favorable de aprendizaje.

Se espera con esta iniciativa hacer un aporte significativo que contribuya a solucionar en parte la grave problemática y despertar el interés en los docentes e investigadores del país en este tema.

TIPOS DE EVALUACION EN EL CURRICULUM BASICO NACIONAL

La evaluación en el Sistema Educativo Bolivariano

La evaluación de los aprendizajes propuesta en el Currículo Nacional Bolivariano, responde al principio de continuidad entre los subsistemas; de allí que, se plantee la utilización de la evaluación cualitativa y cuantitativa.

Evaluación cualitativa

- 1- Se orienta por la descripción de los logros, avances y alcances de los y las estudiantes en el desarrollo de los procesos, en cada una de las áreas de aprendizaje.
- 2- Se implementa en los subsistemas de Educación Inicial Bolivariana y de Educación Primaria Bolivariana.
- 3- Se utiliza como método fundamental en la ejecución de las actividades de evaluación planificadas para la evaluación formativa de todos los subsistemas del Sistema Educativo Bolivariano.

Evaluación cuantitativa

- 1- Se orienta por el uso de registros con escala de calificación numérica, de los logros, avances y alcances de los y las estudiantes en el desarrollo de los procesos, en cada una de las áreas de aprendizaje.
- 2- Se implementa en los subsistemas de Educación Secundaria Bolivariana y de Educación de Jóvenes, Adultos y Adultas.
- 3- Se apoya en los criterios, métodos y técnicas de la evaluación cualitativa para el desarrollo de las actividades planificadas de la evaluación formativa.

Enfoque crítico

La evaluación de los aprendizajes, en el marco de la propuesta de diseño curricular aquí descrita, está orientada por los principios del enfoque crítico, los cuales se describen a continuación:

1. Centra la atención en comprender qué y cómo aprenden el y la estudiante, para que la evaluación se convierta en una herramienta al servicio de todos los actores del proceso educativo, que permite el desarrollo de las potencialidades y la toma

de decisiones, a partir de los logros y las aspiraciones, para aportar y profundizar en dicho proceso.

2. La evaluación de los aprendizajes trasciende la mera obtención de información, da lugar a las reflexiones, interpretaciones y juicios basados en las cualidades que denotan las potencialidades del y la estudiante como ser social en permanente desarrollo; permite la comprensión y transformación de la práctica educativa, mediante el análisis que se obtenga en el proceso.

Desde este enfoque, el y la estudiante participan activamente en la valoración de los procesos y los resultados, ya que las informaciones obtenidas son utilizadas para reflexionar, tomar conciencia, revisar y mejorar el propio aprendizaje. En tal sentido, se considera a la evaluación un proceso centrado en la formación del ser social; razón por la cual se requiere que se oriente hacia la integralidad, que tome en cuenta la construcción de los conocimientos como un proceso natural, espontáneo e inherente al ser humano.

Este enfoque, implica que en la actualidad, y con respecto a esta materia, se asumen diversos planteamientos teóricos según los cuales la evaluación trasciende la tendencia orientada solo a la medición para, por el contrario, situarse como evaluación de los aprendizajes, orientada a la valoración de las potencialidades del y la estudiante, entendiéndose que las mismas constituyen la interpretación y la reflexión de las habilidades, destrezas y conocimientos desarrollados o por desarrollar por el y la estudiante, en relación con los demás y en diferentes contextos socio-culturales.

La evaluación de los aprendizajes implica entender, desde otra perspectiva, el significado del y la estudiante dotado de potencialidades internas, actitudes, aptitudes, intereses y anhelos, las cuales va desarrollando en la medida en que crece y evoluciona en convivencia con otros y otras, y se forma como un ser

capaz de aprender y desaprender, en contextos socio-culturales diferentes, como ámbitos de formación académica o social.

Así, la evaluación se considera como un proceso dinámico y reflexivocooperativo, que permite apreciar las potencialidades alcanzadas por el y la estudiante; así como todas y cada una de las experiencias de aprendizaje desarrolladas, relacionadas con la posible participación de otros actores sociales corresponsables, con la finalidad de que éstos comprendan, cualifiquen, cuantifiquen y potencien las experiencias y acciones puestas en práctica.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

El marco metodológico propone formas de acción para resolver el problema, la parte operativa de este marco está constituida por métodos cualitativos, no empíricos, y trata de poner en juego la complejidad de los fenómenos que intervienen, integrando de forma sistemática informaciones y enfoques directos, para llevar la investigación a un plano más amplio que facilite las ideas iniciales. El procedimiento se realiza mostrando las acciones destinadas a describir y analizar el fondo de la problemática planteado, a través de técnicas de observación y recolección de datos, determinando el cómo se realizaría el estudio, esta tarea consiste en hacer operativa los conceptos y elementos del problema que estudiamos.

Esta sección está centrada en los métodos, reglas, registros, técnicas, y protocolos con los cuales una teoría y su método calculan las magnitudes de lo real. De allí que se deberían plantear el conjunto de operaciones técnicas que se incorporarían en el despliegue de la investigación en el proceso de la obtención de los datos.

La finalidad de este capítulo, es situar en el lenguaje de investigación, los métodos e instrumentos que se emplearon en la investigación, Utilizando métodos cualitativos específicos que demuestre la veracidad de los resultados, su universo o población, su muestra, los instrumentos de recolección de la información y la presentación de los datos.

TIPO DE INVESTIGACION

Se incorpora el tipo de investigación descriptiva cuyo objetivo consiste en llegar a conocer las situaciones, costumbres y actitudes predominantes a través de la descripción exacta de las actividades, objetos, procesos y personas. Su meta no se limita a la recolección de datos, sino a la predicción e identificación de las relaciones que existen entre dos o más variables (Deobold B. Van Dalen y William J. Meyer).

Los investigadores no son meros tabuladores, sino que recogen los datos sobre la base de una hipótesis o teoría, exponen y resumen la información de manera cuidadosa y luego analizan minuciosamente los resultados, a fin de extraer generalizaciones significativas que contribuyan al conocimiento.

La investigación descriptiva se realiza por diferentes etapas, las cuales se muestran a continuación:

1. Examinan las características del problema escogido.
2. Lo definen y formulan sus hipótesis.
3. Enuncian los supuestos en que se basan las hipótesis y los procesos adoptados.
4. Eligen los temas y las fuentes apropiados.
5. Seleccionan o elaboran técnicas para la recolección de datos.
6. Establecen, a fin de clasificar los datos, categorías precisas, que se adecuen al propósito del estudio y permitan poner de manifiesto las semejanzas, diferencias y relaciones significativas.
7. Verifican la validez de las técnicas empleadas para la recolección de datos.
8. Realizan observaciones objetivas y exactas.
9. Describen, analizan e interpretan los datos obtenidos, en términos claros y precisos.

NIVEL DE LA INVESTIGACION

El nivel de la investigación que se utiliza en este trabajo es el proyecto tecnológico, en el cual según Aurora Lacueva (2006), denomina proyecto o proyecto tecnológico a los trabajos escolares que cumplan con las siguientes características:

- Parten de una pregunta, de una inquietud, de un reto que los alumnos bien se han planteado (gracias muchas veces al inteligente estímulo y apoyo de la escuela), o bien han escogido entre un suficiente número que la escuela les propone.
- Exigen para resolver esta pregunta o reto de una indagación, la cual los estudiantes planifican con ayuda del educador y que implica varias semanas de labor.
- Esta indagación normalmente abarca: momentos de documentación y otros de investigación empírica de algún tipo.
- El trabajo fructifica en productos, que se presentan o comunican a otros.

En los proyectos tecnológicos la finalidad es elaborar un producto o diseñar un proceso que funcionen y que sirvan para resolver alguna necesidad, aplicando para ello conocimientos, experiencias y recursos. En estos proyectos lo fundamental no es, como en el caso de los científicos, describir explicar, sino producir algo nuevo con el fin de resolver de manera económica y efectiva un requerimiento práctico.

Sin embargo, puesto que se trata de investigación tecnológica y no meramente de actividad técnica, resulta importante la reflexión junto a y detrás de la elaboración o la propuesta. Así, en los proyectos tecnológicos debe atenderse a la consideración de las teorías que guían las acción y que pueden resultar modificadas por ella. Sin olvidar que la investigación tecnológica es oportunista y no se mueve con rigor en un marco teórico muy acotado, sino que puede recurrir a aportes que le sean útiles de campos teóricos diversos, así como también a saberes prácticos y a intuiciones, pues lo que le

interesa es desarrollar algo que de verdad funcione en la práctica (Eggleston, 1992; Waddington, 1987).

La investigación tecnológica puede resultar atractiva a muchos niños, por los retos que implica y por las destrezas que permite poner en juego. A la vez, tiende puentes tanto hacia el campo estrictamente científico como hacia el de las relaciones ciencia-tecnología-sociedad. En el caso de lo científico, porque detrás del diseño, la evaluación y el desarrollo de los productos y procesos tecnológicos hay implicados saberes de las diversas ciencias, y es inevitable que los niños lleguen de una u otra manera a ellos si su hacer tecnológico es reflexivo y no simplemente instrumental.

Según Aurora Lacueva (2006), La propuesta de trabajar por proyectos de investigación ha estado presente en la escuela, de una u otra forma, desde hace décadas, aunque con periodos de flujo y reflujo, y con mucho mayor predominio en la teoría que en la verdadera práctica cotidiana. Múltiples circunstancias, escolares y extraescolares, entran en el desarrollo de este planteamiento tan rico y relevante para la auténtica formación estudiantil: factores políticos, socio-económicos y socio-educativos han dificultado la expansión de una iniciativa pedagógica que requiere las mínimas bases de recursos y de preparación docente, y que tiende hacia una democratización fuerte, hacia la criticidad y hacia la preparación cultural profunda.

Hoy, particularmente en las sociedades más afluentes, los avances democráticos, los nuevos perfiles laborales necesarios, las poderosas tecnologías disponibles y los mayores presupuestos educativos abren inéditas posibilidades para pedagogías complejas y significativas, centradas en la actividad investigadora estudiantil. Aun en fases relativamente pobres, los desarrollos políticos y los esfuerzos por priorizar la inversión educativa permitirían avanzar por caminos pedagógicos como los mencionados. Reconocemos que en ningún caso los progresos están asegurados.

Algunos ejemplos de proyectos tecnológicos escolares serían: diseñar ropa informal para jóvenes, proponer una nueva manera de organizar las áreas y servicios en un automercado cercano o construir «mini-casas» con materiales diversos. También incluimos en este tipo de proyectos aquellos trabajos que se centran en la evaluación de una determinada tecnología o grupo de tecnologías (entendiéndose tecnología hasta un desarrollo conocimiento que nos permita resolver problemáticas en nuestro entorno diario) que nos permitan facilitar actividades de nuestra vida real. Este trabajo especial de grado se centra en un proyecto tecnológico ya que nos permite mediante la propuesta desarrollar un conocimiento que nos podría ayudar a resolver algunos problemas que presentes en el mundo físico.

Hay muchas tecnologías de importancia que merecen ser estudiadas y evaluadas por los estudiantes, a pesar de que, por dificultades técnicas o de tiempo u otras limitaciones, no puedan ser desarrolladas directamente por ellos mismos. Sería el caso de aparatos comunes y de gran incidencia en nuestra vida como la televisión, la computadora, o, incluso, la sencilla poceta o inodoro. Pueden considerarse también sistemas que integran diversos equipos y personal en la realización de senes de procesos como, por ejemplo, la red de transporte de una localidad, un comedor escolar o una fábrica de calzado.

DISEÑO DE LA INVESTIGACION

El objetivo de esta investigación es crear una propuesta didáctica para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de logaritmo en el primer año del Ciclo Diversificado y Profesional basada en el modelo de competencias.

En Coello (2006) Sabino (1990) dice que el objeto del diseño de la investigación es proporcionar un modelo de verificación, que permita contrastar hechos con teorías y su forma es la de una estrategia o plan general que determina las operaciones necesarias para hacerlo.

Toda investigación educativa debe tener claro el camino a seguir a fin de ofrecer soluciones a los problemas que se suscitan en este campo. En tal sentido, Coello (2006) y Hernández (1996), plantean que el diseño es la preparación de las condiciones que permitan la consecución del estudio abordado mediante esquemas metodológicos.

Este trabajo tiene la finalidad de investigar, elaborar y desarrollar una propuesta de un modelo operativo viable para solucionar problemas, requerimientos o necesidades de organizaciones o grupos sociales; puede referirse a la formulación de políticas, programas, tecnologías, métodos o procesos.

La investigación se realizara en las siguientes fases:

Fase 1: Revisión de la bibliografía y recolección de la información (diagnostico).

Para plantear una idea concreta de cómo se enseña la función logaritmo en la actualidad, se realizó una revisión de textos matemáticos de educación diversificada aprobados por el ministerio de Educación, la observación se realizó de forma aleatoria y se incluyeron textos de distintas editoriales, así como diferentes autores, tomándose en cuenta fuentes como internet, revistas especializadas, guías de ejercicios para niveles de educación superior, etc. Esto con la finalidad de establecer un marco amplio de referencias para el estudio y análisis de la función logaritmo, basados en dos criterios fundamentales: Contenido y Competencia adquirida por cada tópico.

TECNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE DATOS

Para la recolección de la información apreciable para el designio, se utilizó la técnica del cuestionario el cual puede ser definido como es el instrumento más utilizado para recolectar información de manera clara y precisa. Consiste en un conjunto de preguntas formuladas en base a una o más variables a medir, donde se utiliza

un formulario impreso estandarizado de preguntas, en el cual el contestante llena por sí mismo. El contenido de las preguntas de un cuestionario puede ser tan variado como los aspectos que mida. La selección de los temas para la realización del cuestionario, depende de los objetivos que se haya planteado el investigador al inicio de la investigación en este caso la enseñanza de la función logarítmica.

A encuesta consistió en una formulación de ocho preguntas escritas dirigidas a distintos aspectos referentes al análisis, contenidos y aplicaciones de la función logarítmica (**Apéndice A**), cuyos resultados fueron de vital importancia para el diseño de la propuesta escrita.

Fase 2: Diseño de la propuesta didáctica.

Dictaminado el tipo de proyecto en el cual baso la investigación se inició a dar fundamentación teórica a la propuesta didáctica, para ello fue necesaria apoyarla en las teorías estándares para docentes, entre las cuales citamos Competencia matemática y Pisa (OCDE 2003), SEP (2009), Estándares de competencias en Tic para docentes (UNESCO 2008), entre otros. El diseño didáctico se fundamentó en el trabajo de Aurora Lacueva (Retos y Propuestas para una Didáctica Contextualizada y Crítica (1997), proyectos de investigación en la escuela: científicos, tecnológicos y ciudadanos (1999)), Celiangel Coello (2006), y Antología (2006).

Determinadas las contribuciones de las corrientes educativas que son la base de este proyecto y tomadas en cuenta las consideraciones necesarias para el diseño del material didáctico, se elaboró la propuesta didáctica *La enseñanza del logaritmo en el Ciclo Diversificado basado en el modelo de competencias*, dirigido a docentes en el área de matemática en el ciclo diversificado, para facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje en este tópico.

Esta propuesta fue elaborada de manera que el estudiante analice la función logaritmo con resolución de problemas de la vida real, de manera que el estudio de

dicha función cobra importancia ya que es necesaria para mejorar y poder dar respuestas a fenómenos físicos tangibles, en esta propuesta no solo se estudian las propiedades fundamentales de la función sin saber si tiene o no alguna aplicación, sino que a partir de las aplicaciones es que su estudio cobra fuerzas.

Una variable didáctica fundamental de gran importancia para la realización de la propuesta fue el nivel de exigencia, ya que las aplicaciones de la función logaritmo en muchos casos requieren un nivel de conocimientos mayor que al de un educando del ciclo diversificado, para ello se utilizó la clasificación expresada por el SEP para ubicar los contenidos y las actividades a un máximo nivel posible.

La importancia de la planificación, diseño y elaboración de la propuesta está en dar otra visión de la enseñanza de las matemáticas en nuestro país, ya que a través del tiempo se ha convertido en impartir contenidos programáticos, llenos de fórmulas y procedimientos que solo dejan a un lado la aplicación para los cuales fueron creadas dichas teorías, y como utilizando esa herramienta somos capaces de resolver problemas reales con bases teóricas bien fundamentadas y que nos permiten un desarrollo mucho más extenso que el existente, también si el educando tiene conciencia de cómo utilizar la matemática en su entorno diaria el interés por la misma aumentaría y no solo sería una materia más, sino un conocimiento que debe obtener y poder manejar a plenitud.

Fase 3: Validación de la propuesta.

La técnica aplicada para la validación de la propuesta didáctica fue el juicio de experto, para el cual se convocó un grupo de docentes de matemática con experiencia en el área pedagógica a nivel de educación diversificada, se les hizo entrega de la propuesta didáctica y del instrumento de evaluación.

A finalidad de la validación se centró en varios aspectos importantes, entre los cuales podemos nombrar los siguientes

- Detectar las debilidades presentes en la propuesta didáctica.

- Verificar si son notorias las diferencias entre la propuesta didáctica elaborada en esta investigación con los textos utilizados por los profesores en su trabajo educativo.
- Averiguar si el contenido de las actividades expuestas, se manejan de manera fácil y está adecuado al nivel de los educandos.
- En caso de los docentes presentar observaciones con respeto a la propuesta, someter el material a un proceso de revisión y mejoras eficientes que permitan lograr los objetivos planteados.
- Exponer esta nueva visión a los docentes para su implementación.
- Entre otras cosas.

El material de validación, consto de preguntas críticas que permitieran el juicio y la opinión de los docentes en relación a la efectividad de la propuesta didáctica, y el posible impacto que esta investigación pueda generar en el proceso enseñanza-aprendizaje involucrando competencias y dando otra perspectiva a la enseñanza tradicional.

Fase 4: Aplicación y evaluación de la propuesta.

La fase final consistió en un material educativo dirigido a docentes, siguiendo el modelo basado en competencia sobre el estudio y análisis de la función logarítmica a través de resolución de problemas de la vida real. El material contiene una serie de actividades conformadas por ejercicios del entorno diario, con un conjunto de explicaciones y procedimientos que obligan el estudio de la función logarítmica ya que la misma es necesaria para resolver cada ejercicio, lo que proporciona al estudiante el interés por conocer los logaritmos y a su vez aprende en qué ocasiones le es de utilidad para resolver problemas.

La población interviniente estuvo conformada por un grupo de docentes especializados en el área de matemática y cuya labor actual ubicada en el ciclo diversificado, la propuesta se llevó a cabo en un ambiente de taller donde se convocó a

los profesores para recibir cuatro sesiones de dos horas cada una, durante una semana, dirigidos por un docente a cargo del grupo.

Para dar inicio a la primera sesión se dio una apertura con unas palabras de iniciación donde se dieron las reglas del taller y cuál era la finalidad del mismo, luego se entregó la guía didáctica a cada participante, donde se realizaron las actividades de forma individual, pero al terminar cada actividad se daba un conjunto de conclusiones por parte de los docentes participantes en donde exponían si la actividad realizada estaba escrita de manera clara y explícita, si la pudieron realizar de manera sencilla, si la actividad los obligaba a reconocer el uso de la función logarítmica y donde exponían las deficientes observadas por cada uno.

El cierre del taller consistió en la aplicación de la evaluación al material didáctico **(Apéndice B)** cuya finalidad era obtener la opinión de docente en cuanto a la afinidad que tuvieron lo guía, si les interesaría agregarle, quitarle o corregir alguna actividad de la guía, y si consideran que realmente el material permite al estudiante la resolución de problemas de la vida real.

La técnica de evaluación utilizada residía en un cuestionario con preguntas del tipo de respuestas abiertas, las cuales estaban destinadas a recabar información referente a la opinión de cada docente participante en la actividad, si este consideraba que las actividades planteadas impulsaban la resolución de problemas del entorno diario y la comparación de la propuesta con los textos escolares utilizados en su actividad laboral.

Al finalizar el taller se hizo la entrega a los docentes de un certificado de asistencia. **(Apéndice C)**.

CAPÍTULO IV

PROPUESTA DIDÁCTICA

La propuesta didáctica tiene como eje central centrar la actividad matemática en la resolución de problemas, para convencer al alumnado de la importancia de pensar en lo que hace y como lo hace. La resolución de problemas es el mejor camino para desarrollar las competencias matemáticas, ya que es capaz de activar las capacidades básicas del individuo, como son leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo, revisarlo, adaptarlo, generar hipótesis, verificar el ámbito de validez de las soluciones, etc.

El propósito del material es ayudar al estudiante, dándole otra manera de estudiar, entender y analizar la función logaritmo, a través de la resolución de problemas sencillos que lo ayuden a desarrollar una buena base a la hora resolver problemas de su entorno real a través de la matemática y creando en el interés en desarrollar otras maneras de aplicar el conocimientos en nuevas aéreas no desarrolladas en esta propuesta.

El material está escrito con un lenguaje sencillo, las ideas están expresadas de la manera didáctica más simple, sin dar vueltas para llegar a la idea principal y en forma tal que el mismo alumno sea participe en la construcción de su propio conocimiento. No tratamos nada que otros textos no incluyan solo cambiamos el enfoque de cómo ver los contenidos.

El material está dividido en varias unidades en donde se plantea un objetivo por unidad, desarrollando al final la definición matemática y dejando una amplia gama de ejercicios que es estimulan la pericia del educando y abren el conocimiento en aplicaciones diario.

Cada unidad de la propuesta didáctica esta ordenada de manera estratégica para que el conocimiento se implemente de manera ascendente, es decir, ejercicios de menor a mayor dificultad donde el estudiante incremente con cada actividad su análisis y entendimiento de cada tópico.

Esperamos este material sea útil tanto como guía didáctica para profesores y como herramienta de fácil conocimiento, ahorro de tiempo y esfuerzo en los alumnos para desarrollar su habilidad con los logaritmos,

Realizando el proceso de recolección de datos, se procedió a interpretar y analizar la información suministrada. Al respecto Balestrini (2002) afirma que: “El propósito del análisis es resumir las observaciones llevadas a cabo de forma tal que proporcione respuestas a las interrogantes de investigación...”

Se realizaron los resultados por fase.

Fase 1: Revisión de la bibliografía y recolección de información (diagnóstico).

Para formular la propuesta se realizó la revisión bibliográfica de los programas de educación media, los libros de textos actualizados J. Hoffman, Baldor y sus estrategias metodológicas sugeridas para la enseñanza, la función logaritmo, propiedades y aplicaciones en la vida diaria. La revisión de estas obras permitió observar que un porcentaje mayoritario de los actuales libros de texto de matemática editados para el mercado nacional, poseen la misma estructura, esto es, dentro del enfoque tradicional de la enseñanza de la matemática. En estos se enuncian y presentan problemas aislados de la realidad social del estudiante y básicamente se centran en presentar los contenidos basados en nomenclatura algebraica y un listado de ejercicios.

Desde el punto de vista del diseño esto presenta poco apoyo visual, ya que el lenguaje empleado es riguroso y la breve explicación de la simbología se suma al nivel de dificultad que ya posee el contenido matemático. Algunas editoriales venezolanas o

de obras escolares, el interés central en el marco de esta lógica ha sido el monetario, dejando de lado la discusión de ideas pedagógicas que se consideran básicas.

A continuación se procedió a la aplicación del cuestionario, el cual sirvió para explorar información pertinente en cuanto a conocimiento, habilidades y destrezas de los temas relacionados con la función logaritmo y aplicaciones. Una vez realizado el diagnóstico, se determinó que estos temas se enseñan de forma tradicional (tal como se concluyó después de la revisión bibliográfica).

Las respuestas expresadas por los docentes en el instrumento diagnóstico arrojaron claramente la necesidad de buscar alternativas que ayuden a complementar la enseñanza de los conceptos que forman parte de la matemática de educación media. También mostraron interés en un material novedoso que sea basado en competencias para temas de matemática.

Fase 2: Diseño de la propuesta didáctica.

Definidas las contribuciones de los estándares educativas actuales que sirven de base en este proyecto y tomadas en cuenta las consideraciones necesarias para el diseño del material didáctico, se elaboró la propuesta didáctica *La enseñanza del logaritmo en el Ciclo Diversificado basado en el modelo de competencias*, dirigido a docentes en el área de matemática en el ciclo diversificado, para facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje en este tópico.

Se buscó con este material instruccional que se cubrieran los siguientes tópicos:

- **Información clara.** Descripción de ejemplos de los objetivos, el conocimiento necesario y el rendimiento esperado.
- **Práctica reflexiva.** Oportunidad de que los alumnos participen de forma activa y reflexiva, con independencia de lo que se esté aprendiendo, a sumar, a resolver problemas sintácticos o a escribir redacciones.

●**Respuesta informativa.** Un asesoramiento claro y minucioso sobre el rendimiento de los alumnos les ayudará a avanzar de manera más eficaz.

●**Motivación intrínseca o extrínseca.** Actividades que recompensen por sí mismas, ya sea porque son muy interesantes e inciten a la participación o porque alimenten otros logros que interesan al alumno.

Se buscó que el estudiante realizara un análisis de la función logaritmo con resolución de problemas de la vida real, de manera que el estudio de dicha función cobrara importancia a la hora de dar respuestas a fenómenos físicos tangibles, en esta propuesta no solo se estudian las propiedades fundamentales de la función sin saber si tiene o no alguna aplicación, sino que a partir de las aplicaciones se realiza un estudio que llevara al análisis y la aplicación de las propiedades de dicha función de manera implícita.

Según la clasificación expresada por el SEP se establecieron los contenidos y las actividades de acuerdo al nivel de estudio del educando, cuidando con esto que el nivel de exigencia no superara el nivel de conocimiento de los estudiantes.

La importancia de la planificación, diseño y elaboración de la propuesta está en dar otra visión de la enseñanza de las matemáticas en nuestro país, ya que a través del tiempo se ha convertido en impartir contenidos programáticos, llenos de fórmulas y procedimientos que solo dejan a un lado la aplicación para los cuales fueron creadas dichas teorías.

Fase 3: Validación de la propuesta.

Una vez recogida la información relevante de la validación a través de juicio de experto esta fue analizada e interpretada, logrando establecer las consideraciones, críticas y tendencias sobre algunos aspectos específicos de la propuesta didáctica, lo que permitió establecer aspectos relevantes en cuanto al diseño de la misma.

Los resultados acerca del diseño, estructura, contenido y otros aspectos de la propuesta didáctica se obtuvieron mediante los instrumentos aplicados a los docentes de educación media del área de matemática, con reconocida experiencia en la asignatura. De acuerdo con sus opiniones el material diseñado cuenta con una marcada fortaleza pedagógica que favorece la enseñanza del tema, basado en competencias, ya que su diseño incluye entre otros aspectos: un esquema amigable y las actividades propuestas son ejemplificadas, además cuenta con un vocabulario ajustado al nivel intelectual de los jóvenes estudiantes condición esta que los hace más atractivos desde el punto de vista pedagógico.

Los juicios, ideas, opiniones y criterios aportados por el grupo de docentes expertos en la materia fueron analizados y sirvieron de aporte en el diseño de la propuesta y en la ampliación de su carácter pedagógico. Además guiaron con respecto a la inclusión y exclusión de los contenidos a desarrollar en el material educativo.

Fase 4: Aplicación y evaluación de la propuesta.

Esta fase pretende determinar la viabilidad de la propuesta elaborada

Ya realizado el material instruccional, se realizó su evaluación mediante el juicio de expertos. Participaron en esta evaluación docentes especialistas en el área de matemáticas en el ciclo diversificado y expertos en el área de cálculo.

La muestra conto con seis (8) docente expertos en el área de cálculo de diferentes instituciones universitarias del País como lo son la Universidad Central de Venezuela (UCV), Universidad Simón Bolívar (USB), Universidad Nacional Experimental Antonio José de Sucre (UNEXPO) y docentes del ciclo diversificado Escuela Básica Fray Pedro de Agreda y Unidad Educativa Juan España.

Para la selección de este grupo no hubo mayor requisito que: fueran especialistas en el área y la disposición a colaborar en la validación del material.

Docentes expertos en el área de cálculo y Docentes de la asignatura de Matemática en el Ciclo Diversificado.

Institución	N° de Docentes
Universidad Central de Venezuela	2
Universidad Simón Bolívar	1
Universidad Nacional Experimental Antonio José de Sucre	3
Fray Pedro de Agreda	1
Unidad Educativa Juan España	1
Total	8

Los pasos que se siguieron para el desarrollo de esta fase son los siguientes:

Se entregó a los expertos en la materia, el material instruccional con una encuesta adjunta. De la misma forma que para la detección de las necesidades, la técnica de entrevista y la encuesta permitió el acopio de la información mediante el dialogo y/o interacción verbal, donde nuevamente el instrumento de recolección de datos será un cuestionario de preguntas cerradas. Este cuestionario será aplicado a manera de *Autoadministrativo y enviado por correo electrónico*. En este caso los respondientes contestan directamente el cuestionario, ellos enmarcan o anotan las respuestas, no hay intermediario. No se les entrega el cuestionario directamente a los respondientes sino que se les envía por correo, no hay retroalimentación inmediata. Todo con el fin de recolectar los tópicos y aspectos relevantes que presenta este material. (Ver Apéndice A y Apéndice B)

- ✓ Este instrumento se aplicó a la muestra en el lapso Mayo-Junio 2012 para que revisaran con cuidado el material facilitado. Una vez examinada la propuesta, debían llenar la encuesta completamente y con la opinión de los mismos se ayudaría a validar este material didáctico.

- ✓ Posteriormente se procedió a la recolección para el respectivo conteo y tabulación

RESULTADOS DE LA EVALUACION

En este ítem se presentan los resultados obtenidos en el proceso de investigación; los cuales fueron derivados mediante la aplicación de instrumentos diseñados para tal fin. De este modo, se procedió a interpretar, analizar y generalizar toda la información recolectada (datos) en el desarrollo de la investigación.

Para la tabulación de los datos se elaboró una matriz de doble entrada estructurada de la siguiente forma: en la primera columna y en forma vertical descendiente, se colocaron los indicadores y en la fila superior se colocaron las frecuencias en las que se observan. Para tabular la información obtenida, se procedió a construir tablas de frecuencias simples.

TABLAS DE FRECUENCIAS

Opinión sobre la Aplicación del material instruccional: La enseñanza del Logaritmo en el ciclo diversificado fundamentado en el modelo de competencias

CUESTIONARIO (PRUEBA DIAGNÓSTICA).

1. Entiendo y analizo sin problema alguno, la función logaritmo

Indicadores	Frecuencias
Totalmente de acuerdo	6
De acuerdo	2
Indeciso	
Desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	
Total	8

2. Utilizo la función logaritmo o las propiedades del mismo en la resolución de problemas.

Indicadores	Frecuencias
Totalmente de acuerdo	6
De acuerdo	
Indeciso	
Desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	
Total	8

3. Al leer o si se me presenta un problema de la vida diaria en general identifico cuando puedo utilizar los logaritmos para resolver el mismo.

Indicadores	Frecuencias
Totalmente de acuerdo	5
De acuerdo	3
Indeciso	
Desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	
Total	8

4. Aplica diferentes recursos para enseñar la función logaritmo y sus propiedades.

Indicadores	Frecuencias
Totalmente de acuerdo	4
De acuerdo	4
Indeciso	
Desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	
Total	8

5. Es necesario saber alguna aplicación de la función logaritmo para poderlo enseñar.

Indicadores	Frecuencias
Totalmente de acuerdo	8
De acuerdo	
Indeciso	
Desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	
Total	8

6. Cuando mis estudiantes se enfrenta a una problemática en donde se pueda dar solución con la función logaritmo, realmente saben cómo hacerlo.

Indicadores	Frecuencias
Totalmente de acuerdo	6
De acuerdo	2
Indeciso	
Desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	
Total	8

7. Si en algunos de mis estudiantes me preguntan ¿Para qué sirven los logaritmos?, sé cómo responder.

Indicadores	Frecuencias
Totalmente de acuerdo	8
De acuerdo	
Indeciso	
Desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	
Total	8

8. Cree usted que si se entendiera el uso en aplicaciones de la función logaritmo, el estudiante se sentiría mucho más motivado a aprenderlo.

Indicadores	Frecuencias
Totalmente de acuerdo	8
De acuerdo	
Indeciso	
Desacuerdo	
Totalmente en desacuerdo	
Total	8

Opinión sobre la Aplicación del material instruccional: La enseñanza del Logaritmo en el ciclo diversificado fundamentado en el modelo de competencias

VALIDEZ DEL CUESTIONARIO ITEM POR ITEM

1. Para el Ítem 1

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia	Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	7	8	8	Si	8	1	
No	1			No		7	
Total	8	8	8	Total	8	8	8

2. Para el Ítem 2

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia	Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8	6	8	Si	7	2	
No		2		No	1	6	
Total	8	8	8	Total	8	8	8

3. Para el Ítem 3

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia	Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8	8	8	Si	8		
No				No		8	
Total	8	8	8	Total	8	8	8

4. Para el Ítem 4

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia	Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	6	7	7	Si	8	2	
No	2	1	1	No		6	
Total	8	8	8	Total	8	8	8

5. Para el Ítem 5

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia
Si	8	8	8
No			
Total	8	8	8

Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8		
No		8	
Total	8	8	8

6. Para el Ítem 6

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia
Si	8	8	8
No			
Total	8	8	8

Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8	3	
No		4	
Total	8	8	

7. Para el Ítem 7

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia
Si	7	6	
No	1	2	
Total	8	8	8

Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8	1	
No		7	
Total	8	8	

8. Para el Ítem 4

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia
Si	8	8	8
No			
Total	8	8	8

Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8	1	
No		7	
Total	8	8	

9. Para el Ítem 9

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia
Si	8	8	8
No			
Total	8	8	8

Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8		
No		8	
Total	8	8	

Opinión sobre la Aplicación del material instruccional: La enseñanza del Logaritmo en el ciclo diversificado fundamentado en el modelo de competencias

CUESTIONARIO (VALIDEZ DE LA PROPUESTA)

1. Actividad 1:

Juicio	Objetivo específico	Claridad y coherencia	Realmente se desarrolla la competencia	Tiempo
Validar	8	8	8	8
Modificar				
Eliminar				
Total	8	8	8	8

2. Actividad 2:

Juicio	Objetivo específico	Claridad y coherencia	Realmente se desarrolla la competencia	Tiempo
Validar	7	5	8	8
Modificar	1	3		
Eliminar				
Total	8	8	8	8

3. Actividad 3:

Juicio	Objetivo específico	Claridad y coherencia	Realmente se desarrolla la competencia	Tiempo
Validar	8	6	8	8
Modificar		2		
Eliminar				
Total	8	8	8	8

4. Actividad 4:

Juicio	Objetivo específico	Claridad y coherencia	Realmente se desarrolla la competencia	Tiempo
Validar	8	8	8	8
Modificar				
Eliminar				
Total	8	8	8	8

5. Actividad 5:

Juicio	Objetivo específico	Claridad y coherencia	Realmente se desarrolla la competencia	Tiempo
Validar	8	4	8	8
Modificar		4		
Eliminar				
Total	8	8	8	8

6. Bibliografía

Juicio	Frecuencia
Validar	8
Modificar	
Eliminar	
Total	8

VALIDEZ DEL CUESTIONARIO ITEM POR ITEM (PROPUESTA)

1. Actividad 1

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia	Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8	8	8	Si	8	4	
No				No		4	
Total	8	8	8	Total	8	8	

2. Actividad 2

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia	Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si				Si	8		
No				No		8	
Total	8	8	8	Total	8	8	

3. Actividad 3

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia	Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8	8	7	Si	8		
No				No		8	
Total	8	8	8	Total	8	8	

4. Actividad 4

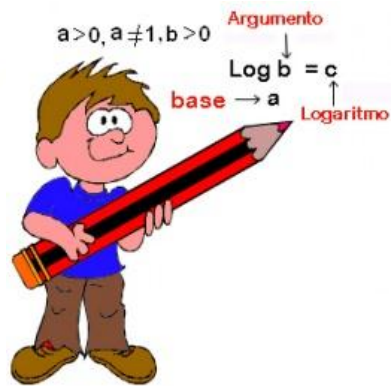
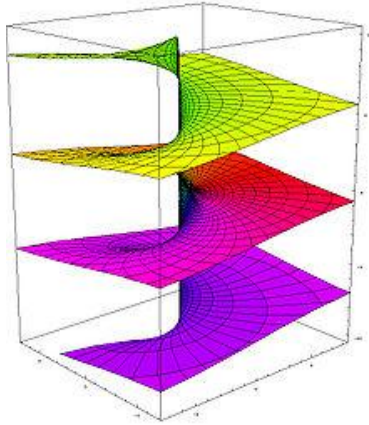
Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia	Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8	8	8	Si	8	3	
No				No		5	
Total							

5. Actividad 5

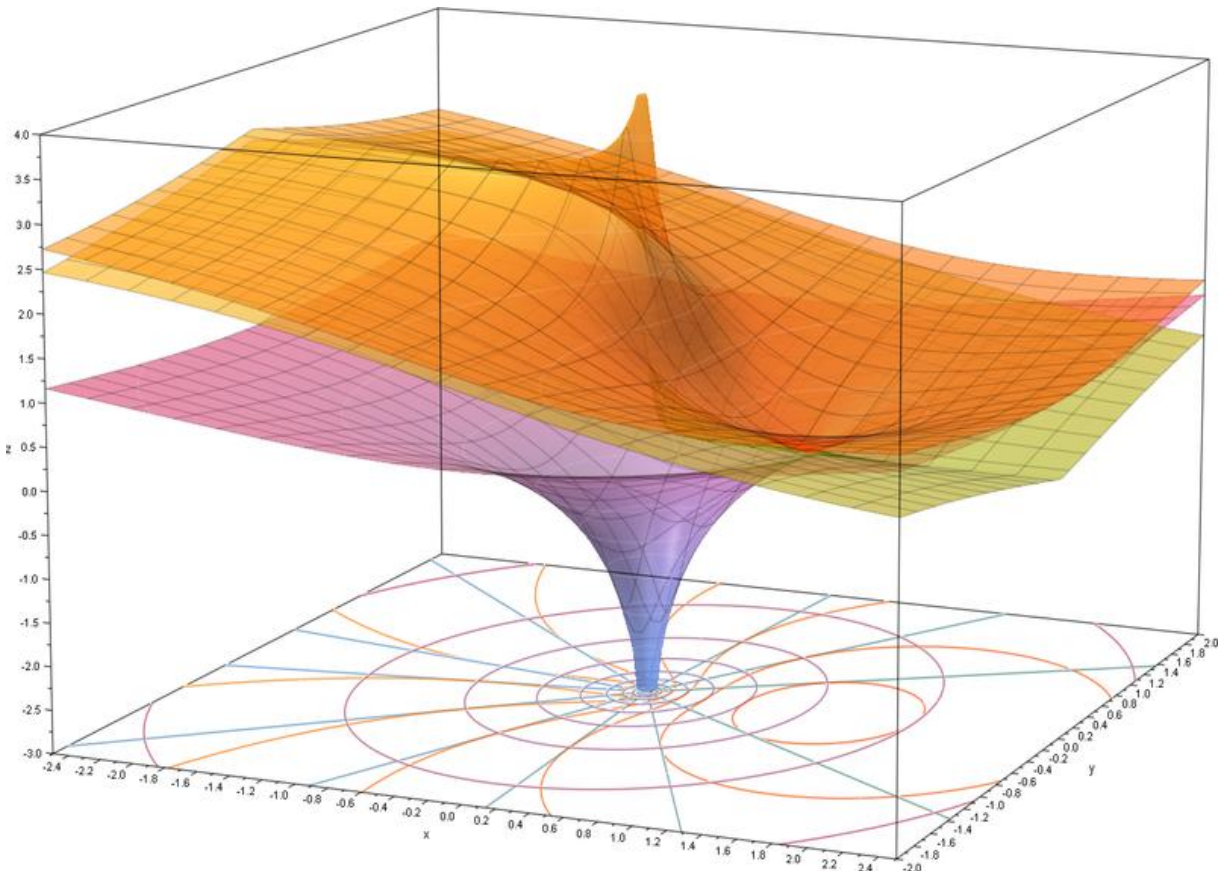
Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia	Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8	8	8	Si	8		
No				No		8	
Total							

6. Bibliografía

Criterio	Claridad	Pertinencia	Coherencia	Juicio	Aceptar	Modificar	Eliminar
Si	8	8	8	Si	8		
No				No		8	
Total							



Logaritmo y Aplicaciones



**LA ENSEÑANZA DEL LOGARITMO
EN EL CICLO DIVERSIFICADO
FUNDAMENTADO EN EL MODELO DE COMPETENCIAS**

Autores:

Montero Wendy

Pacheco. Derwin

Tutor: Prof. Adelfa Hernández.

UCV 2013

Índice de Contenido

	Pág.
Introducción.....	101
Objetivo General.....	104
Descripción.....	104
Programa.....	104
Problemas y Tendencias en Matemática.....	105
Historia de los Logaritmos.....	109
Algunas Aplicaciones.....	111
Actividad 1: La Función Logaritmo.....	114
Actividad 2: Propiedades de la Función Logaritmo.....	120
Actividad 3: Leyes de los Logaritmos.....	128
Actividad 4: Logaritmo Natural.....	133
Actividad 5: Resolución de Problemas.....	138
Bibliografía.....	147

Introducción.

Los orígenes de la matemática han estado llenos de misterios; desde la época antigua dicha ciencia ha sido utilizada en vaticinios entre los sacerdotes de los pueblos mesopotámicos y pitagóricos para acercarse a la divinidad. Está inmiscuida en casi todas las ciencias, y ha sido definida al comienzo como el saber de la cantidad y del espacio, es decir, la aritmética y la geometría. Luego, en el siglo XVII como la ciencia del orden y la medida, en el siglo XVIII ya Gauss la visionaba como la reina de las ciencias. Actualmente se aplica en cualquier otra área del saber y está presente en todos los avances que se realice en el mundo e indisolublemente a la vida cotidiana.

Todos los progresos de las artes e industrias han emergido de las aplicaciones de la matemática, cuanto ostenta el siglo actual de más maravilloso. Es consecuencia de la disciplina, de la aplicación de sus teorías a las potencias de los agentes con que la naturaleza brinda para reducirlas y dirigirlas en provecho del bienestar común. Desde su origen, la ciencia formal se ha utilizado para dar solución a necesidades sociales, económicas, políticas e incluso religiosas. La gravedad, la luz, el calor, la electricidad, son importantes descubrimientos cuyos aportes los ha dado la matemática.

La enseñanza de la matemática por su lado, es una actividad tan antigua como la propia ciencia. Pitágoras fue un prominente educador que fundó varias instituciones con el propósito de difundir sus conocimientos y construyó un riguroso método para conducir a sus discípulos al más alto nivel de la sabiduría.

Toda esta forma de visionar la ciencia en cuestión y su enseñanza ha cambiado de acuerdo con el paradigma con que se ha concebido, por un lado se tienen grandes avances de la matemática y su utilización. Pero los problemas de su enseñanza son cada vez más inminentes: gran deserción escolar, pocos estudiantes en las carreras de matemática y el problema filosófico de la relación sujeto-objeto en el aula de clase se siguen presentando, entre los docentes y estudiantes.

Aún en pasos a la posmodernidad la problemática en la enseñanza de dicha ciencia formal no se ha superado, el acondicionamiento desalmado que se presenta en el aula, donde el docente emite una teoría acabada y el estudiante debe aprender de manera mecánica, memorística y repetitiva ha llegado a considerar a los discentes como máquinas, o cosas programables o un ensamblaje industrial. Al respecto afirma Rodríguez (2011, p. 178) “también es causante del problema, en cuestión, la metodología deductiva, memorística, mecánica, reductora, instructiva y repetitiva, que renuncia y castra la creatividad y originalidad en la mayoría de los casos”.

Afortunadamente, existen desde hace varios años aportes importantes en la construcción de la relación epistemológica sujeto-sujeto como el de Freire (1972) quien rescata una propuesta pedagógica por una educación para la libertad, que denomina para el ser humano, protagonista de su propia historia, ser que siente y sufre las consecuencias de una educación bancaria en palabras de éste autor, que hace frente a la formación que él denomina “alineante”

Este material instruccional opta por una enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (caso específico la función logarítmica) basadas en el desarrollo de competencias. Tomando en cuenta que el educando de hoy en

día debe saber argumentar, analizar críticamente la información, representar y comunicar, resolver y enfrentarse a problemas, usar técnicas e instrumentos matemáticos, integrar los conocimientos adquiridos, entre otras cosas.

La resolución de problemas es el mejor camino para desarrollar estas competencias, ya que es capaz de activar las capacidades básicas del individuo, como son:

- Leer comprensivamente.
- Reflexionar.
- Establecer un plan de trabajo.
- Generar hipótesis.
- Verificar el ámbito de validez de las soluciones.
- Etc.

Centrar la actividad matemática en la resolución de problemas, es una buena forma de convencer al alumnado de la importancia de pensar en lo que hace y como lo hace. La resolución de problemas es el mejor camino para desarrollar las competencias matemáticas, ya que es capaz de activar las capacidades básicas del individuo, como son leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo, revisarlo, adaptarlo, generar hipótesis, verificar el ámbito de validez de las soluciones, etc.

Objetivo General

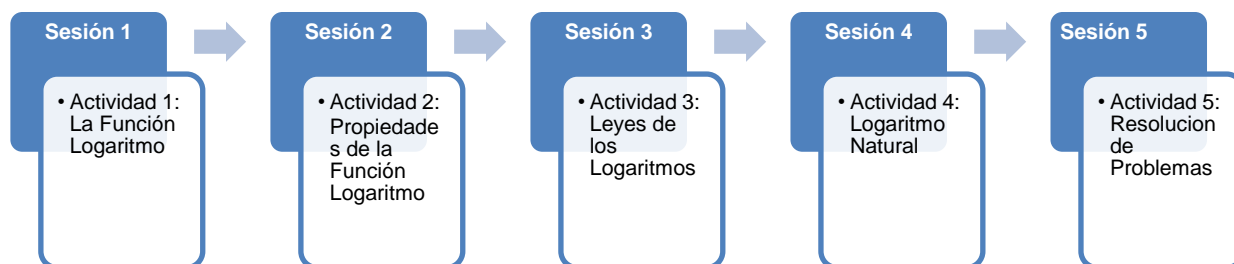
Estudiar, analizar y comprender la función logaritmo, a través de resolución de problemas utilizando el modelo de competencias.

Descripción

Este material está dirigido a docentes del área de matemática pertenecientes al ciclo diversificado y que laboren en instituciones educativas. Tendrá una duración de dos semanas dividido en cuatro sesiones.

Programa

	Actividades	Duración
Sesión 1	<ul style="list-style-type: none">• Palabras de bienvenida• Presentación de los facilitadores• Presentación de los participantes• Actividad 1: La Función Logaritmo	2 horas
Sesión 2	<ul style="list-style-type: none">• Actividad 2: Propiedades de la Función Logaritmo	2 horas
Sesión 3	<ul style="list-style-type: none">• Actividad 3: Leyes de los Logaritmos	2 horas
Sesión 4	<ul style="list-style-type: none">• Actividad 4: Logaritmo Natural	2 horas
Sesión 5	<ul style="list-style-type: none">• Actividad 4: Resolución de Problemas	2 horas
Total:	5 actividades	10 horas



Problemas y Tendencias en Matemática.

Los problemas que se presentan en la enseñanza de la matemática son diversos; por ejemplo, Álvarez (2005, p. 4) afirma que "hay un predominio de la memorización y la repetición como estrategia de estudio, y el docente mayoritariamente utiliza el monologo, el dictado y los símbolos en el dictado de sus clases" esto trae como consecuencias el rechazo o predisposición al estudio, bajo rendimiento y abandono de las carreras; se desatienden un poco de aspectos conceptuales, para dedicarse al mecanicismo de los procedimientos. Se sigue enseñando la matemática de la misma manera, formalista, mecanicista, rigurosa y abstracta, se desatiende el desarrollo del pensamiento. La lógica y las aplicaciones están descontextualizadas de la realidad, de la cotidianidad del estudiante.

Por ello, al tratar de enseñar matemáticas en todos los niveles, especialmente en las universidades venezolanas, se encuentra con una profunda predisposición a esta ciencia formal, una actitud que bloquea la condición inicial que toda persona posee para su estudio. No se debe olvidar que muchos docentes han estado involucrados a lo largo del proceso de tal predisposición y reconocer que tal problema existe sería el primer paso para disponerse a solucionarlo. Martínez (2006, p. 148) expresa que "el profesor de matemática raramente reconoce su deficiente didáctica, más bien, racionaliza el hecho achacando su fracaso a los estudiantes porque "son malos para la matemática"

Se necesita que los docentes se regresen críticamente sobre su praxis y actitud en el proceso enseñanza-aprendizaje a fin de minimizar los obstáculos que se presentan e introducir innovaciones que tiendan a

superarlos. La enseñanza creativa es una esperanza de acercamiento entre los educandos y educadores que ayudaría a romper la barrera de rechazo que le tienen a la matemática.

En las instituciones educativas de estos tiempos, donde las dificultades de aprender ciencias es latente, trae problemas al proyecto de la modernidad. En algunos casos se sigue proyectando la enseñanza de forma hegemónica en el proyecto cultural y social, y es pertinente la interrogante de porqué cuesta aprender matemáticas más que otras ciencias.

En cuanto a esta última situación descrita, se señalan que las causas son muy variadas, como la descontextualización y abstracción de los contenidos, la desatención del momento psicoevolutivo en que se encuentran los educandos, la consideración de que el punto de partida de todo conocimiento debe ser la práctica cotidiana. También es causante del problema en cuestión la metodología deductiva, memorística, mecanicista, reductora, instructiva y repetitiva, renunciando a la creatividad y originalidad en la mayoría de los casos.

Pero están surgiendo posturas y debates desde la óptica postmoderna, orientados a mejorar la enseñanza de las matemáticas. No cabe duda de que la acogida de cualquier opción debe incluir procesos de enseñanza-aprendizaje a través de la identificación de problemas relevantes para los estudiantes, de su cotidianidad.

Se deben superar los presupuestos métodos y modelos curriculares e instruccionales basados en el paradigma tradicional de la modernidad, por ejemplo la mecanización de los procedimientos y la rutina de los dictados en clases, en una relación sujeto-objeto; donde el estudiante no es partícipe del

proceso. Al respecto afirma Martínez (2006, p.149) cita que “los matemáticos deberán desarrollar una matemática esencialmente relacional y gestáltica, más acorde y en sintonía con el nuevo paradigma científico”.

En vista de tan complicado problema de la enseñanza de las matemáticas se han creado asociaciones y eventos que han estudiado el problema en Venezuela dando aportes significativos. Por ejemplo la Asociación Venezolana de Enseñanza de la Matemática (ASOVEMAT) ha producido una serie de textos asociados con los cursos, talleres y seminarios que se dictan en la Escuela Venezolana de Enseñanza de la Matemática. De igual forma, la Asociación Matemática

Venezolana (AMV) ha colaborado con la producción de muchos textos para cursos

Y talleres realizados en la Escuela Venezolana de Enseñanza de la Matemática.

Se destacan organizaciones de investigación en enseñanza de la matemática en la Universidad Central de Venezuela: el grupo de investigación y difusión de la enseñanza de la matemática, GIDEM, también en Universidad del Zulia, Instituto Pedagógico de Caracas, Barquisimeto, Maturín; la Universidad Nacional Abierta.

Es importante resaltar uno de los talleres más importantes del país como lo son los Talleres de Formación Matemática (TForMa), programa que pertenece a la AMV, creado el Año Mundial de las Matemáticas, 2000. Estas actividades se vienen realizando en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre. Más recientemente se llevó a cabo el I Seminario de Enseñanza de la Matemática: Realidades, Reflexiones

y Propuestas que tuvo por objetivo fomentar el desarrollo del ser humano integral desde la perspectiva de la enseñanza de la matemática.

Este material para la enseñanza de la función logaritmo, basado en el modelo de competencias le será de ayuda en el proceso de comprensión de este tema tan importante en matemática y sus aplicaciones a la vida cotidiana. Se introduce la información teórica de tal forma que el aprendizaje se realice a partir de la construcción de sus propias ideas se introduce una pequeña porción de ejercicios con ayuda de gráficos, trabajo práctico en la resolución de problemas de la vida cotidiana con el fin de aportar utilidad, comprensión e interés de este tema a lo largo de su vida.

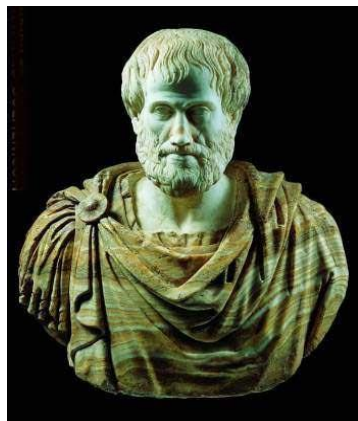
Historia los Logaritmos

¿Te imaginas quien descubrió los Logaritmos?

Arquímedes y Stifel, los precursores

Los orígenes del descubrimiento de los logaritmos se remontan hasta los estudios de Arquímedes referidos a la comparación de las sucesiones aritméticas con las geométricas. Para comprender tal comparación veamos, por ejemplo, las siguientes dos sucesiones

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024



Arquímedes de Siracusa

(287 A. C. – 212 A. C.)

A los números de la sucesión primera, que es aritmética, los llamaremos logaritmos; a los de la sucesión de abajo, que es geométrica, los llamo resultado del logaritmo (antilogaritmos)

Según la regla de Arquímedes, "para multiplicar entre sí dos números cualesquiera de la sucesión de abajo, debemos sumar los dos números de la sucesión de arriba situados encima de aquellos dos. Luego debe buscarse en la misma sucesión de arriba el número correspondiente a dicha suma. El número de la sucesión inferior que le corresponda debajo será el producto deseado".

Esta comparación de dos sucesiones vuelve a aparecer en el siglo XVI en los trabajos de un matemático alemán, Miguel Stifel (1487-1567), que publicó en Nuremberg su "Arithmetica integra" en 1544. En esta obra se encuentra por primera vez el cálculo con potencias de exponente racional cualquiera.



Miguel (Michel) Stifel

(1487-1567)

John Napier, cuyo nombre latinizado es Neper, trabajó en la deducción de un método sencillo

En los cálculos trigonométricos para las investigaciones astronómicas aplicables a la navegación, y el cálculo de las riquezas acumuladas en lo que se refiere a las reglas de interés compuesto. Ambos caminos lo inspiraron en el descubrimiento de los logaritmos.

Con las palabras del propio Napier: "... viendo que no hay nada más problemático en la práctica matemática y nada más molesto que hacer cálculos, multiplicaciones, divisiones, raíces cuadradas y cúbicas de números muy grandes... he trabajado arduamente en resolver esos problemas..."



John Napier
(1550-1617)



Henry Briggs
(1561 - 1630)

Un admirador de Napier, Henry Briggs (quien fue el primero que hizo las tablas logarítmicas en base 10), en el año 1631, en su obra *Logarithmical Arithmetike*, explica el objetivo de la invención de los logaritmos:

"Los logaritmos son números inventados para resolver más fácilmente los problemas de aritmética y geometría... Con ellos se evitan todas las molestias de las multiplicaciones y de las divisiones; de manera que, en lugar de multiplicaciones, se hacen solamente adiciones, y en lugar de divisiones se hacen sustracciones. La laboriosa operación de extraer raíces, tan poco grata, se efectúa con suma facilidad..."

En una palabra, con los logaritmos se resuelven con la mayor sencillez y comodidad todos los problemas, no sólo de aritmética y geometría, sino también de astronomía."

Algunas Aplicaciones.

A continuación algunas de las aplicaciones más resaltantes donde se evidencia la utilización de la función logaritmo.

- 1.** En la **Economía**: Se puede aplicar en la oferta y la demanda; que son dos de las relaciones fundamentales en cualquier análisis económico.
- 2.** En la **Banca**: Se utilizan los logaritmos para poder medir el crecimiento de los depósitos de acuerdo al tiempo.
- 3.** En la **Estadística**: Una de las aplicaciones es para calcular el crecimiento de la población.
- 4.** En la **Publicidad**: Cuando las campañas publicitarias van a lanzar un producto ó una promoción se toma en cuenta ciertos aspectos de estadísticas donde entran variados cálculos matemáticos, y de esos depende el éxito o fracaso de la misma.
- 5.** En la **Medicina**: Se aplica en el entendimiento de ciertos fenómenos. Ejemplo: podríamos ver el resultado del experimento psicológico de Stenberg, sobre recuperación de información.
- 6.** Aplicación del logaritmo en la **Psicología**: Se utiliza la ley de Weber-Fechner, de estímulo-respuesta, que dice que la respuesta (R) se relaciona con el estímulo (E). Ejemplo: A un levantador de pesas se le aplica un estímulo de electricidad (en Voltios) para alentarle a levantar más peso (Este método ha sido utilizado por algunos levantadores).
- 7.** En la **Física**: Ejemplo: la trayectoria de una pelota lanzada del aire, la trayectoria que describe un río al caer desde lo alto de una montaña, la forma que toma una cuerda floja sobre la cual se desplaza un equilibrista, el recorrido desde el origen con respecto al tiempo transcurrido cuando una partícula es lanzada con una velocidad inicial.

- 8.** En la **Ingeniería Civil**: Se pueden resolver problemas específicos tomando en cuenta un punto de apoyo de una ecuación de segundo grado. Ejemplo: Al construir un puente colgante que está amarrado a dos torres de sus cables.
- 9.** En la **Biología**: Los biólogos lo utilizan para estudiar los efectos nutricionales de los organismos. Se puede mostrar que se aplica en el cálculo del PH que es el logaritmo de la inversa de la concentración de iones de hidrógenos, y mide la condición llamada acides.
- 10.** En la **Geología**: Como ciencia las ecuaciones logarítmicas para la geología sirven para el cálculo de la intensidad de un evento. Ejemplo: El caso de sismo.
- 11.** En la **Astronomía**: Los astrónomos para determinar una magnitud estelar de una estrella ó planeta, utilizan ciertos cálculos de carácter logarítmico. La ecuación logarítmica les permite determinar la brillantes y la magnitud.
- 12.** En la **Química**: El PH es la concentración de H⁺, donde H⁺ una sustancia se define como: $H = - \text{Log} (\text{Iones})$ de unas sustancia expresada en moles por litro. El PH del agua destilada es 7. Una sustancia con un PH menor que 7, se dice que es acida, mientras que un PH es mayor que 7, se dice que es base. Ejemplo: Los ambientalistas miden constantemente el PH del agua de lluvia debido al efecto dañino de la "Lluvia acida" que se origina por las emisiones de dióxido de azufre de la fabrica y plantas eléctricas que trabajan con carbón.
- 13.** En la **Topografía**: se puede determinar la altura de un edificio, teniendo la base y el ángulo. Ejemplo: La torre de pizza, fue construida sobre una base de arena poco consistente; por lo tanto esta cada vez más inclinada verticalmente.

- 14.** En la **Aviación**: Si dos aviones parten de una base aérea a la misma velocidad formando un ángulo y siguiendo en trayectorias rectas se puede determinar la distancia que se encuentran entre los mismos.
- 15.** En la **Música**: Un ejemplo de escala logarítmica es el pentagrama utilizado para escribir música, la diferencia en altura del sonido es proporcional al logaritmo de la frecuencia (De un Do grave al Do siguiente más agudo la frecuencia se dobla, es decir, que la sucesión de frecuencias de las notas Do están en progresión geométrica).

Actividad 1: La Función Logaritmo.

A partir del siglo XVI, los cálculos que se precisaban hacer, debido principalmente a la expansión comercial y al perfeccionamiento de las técnicas de navegación, eran de tal magnitud que surgía la necesidad de encontrar algoritmos menos laboriosos que los utilizados hasta entonces, es decir, algoritmos de la multiplicación, de la división, etc.

El descubrimiento de los logaritmos no se produjo aisladamente, por un único proceso. Dos caminos condujeron a su hallazgo: los cálculos trigonométricos para las investigaciones astronómicas aplicables a la navegación, y el cálculo de las riquezas acumuladas en lo que se refiere a las reglas de interés compuesto. Ambos caminos inspiraron respectivamente a John Napier y a Jobst Bürgi en el descubrimiento de los logaritmos.

Competencia a Desarrollar: Analizar e interpretar los resultados obtenidos, mediante procedimientos matemáticos y comparar con modelos establecidos.

Conocimientos: Identifica la forma de funciones potencia y la definición de logaritmo.

Habilidades: Argumenta los resultados obtenidos de la función logaritmo.

Actitudes y valores: Presenta una actitud de apertura que favorece la solución de problemas.

Ejemplos de Indicadores de desempeño: A partir de la definición de la función logaritmo determina si el resultado obtenido requiere del uso de algún ordenador.

Sugerencias de evidencias de aprendizaje: Determina si la función logaritmo existe, dependiendo el argumento.

Si tenemos $2^3 = 8$

$$2^4 = 16$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

·
·
·

Podemos decir que el número 2 es la base y los números 3, 4, 5... son los exponentes. Otra forma de reescribir los potencias anteriores es mediante una función llamada logaritmo.

Definición.

El logaritmo de un número respecto a otro llamado base, es el exponente al que hay que elevar la base para obtener dicho número.

Ejemplo

$$2^3 = 8 \text{ entonces } \log_2 8 = 3$$

Diremos que siendo 2 la base, el logaritmo de 8 en base 2 es igual a 3.

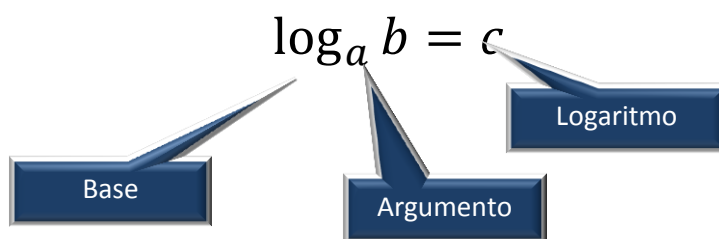
Por lo tanto para las otras potencias nombradas anteriormente, tenemos que:

$$2^4 = 16 \text{ entonces } \log_2 16 = 4$$

$$2^5 = 32 \text{ entonces } \log_2 32 = 5$$

$$2^6 = 64 \text{ entonces } \log_2 64 = 6$$

Podemos extender la definición para otras potencias utilizando el siguiente diagrama:



Ejemplo

$$3^3 = 27 \text{ entonces } \log_3 27 = 3$$

$$5^4 = 625 \text{ entonces } \log_5 625 = 4$$

$$11^2 = 121 \text{ entonces } \log_{11} 121 = 2$$

Función	Argumento	Base	Logaritmo
$\log_3 27 = 3$	27	3	3
$\log_5 625 = 4$	625	5	4
$\log_{11} 121 = 2$	121	11	2

Ejercicios

1. Para cada una de las siguientes igualdades, escribe la correspondiente igualdad logarítmica e identifica sus componentes

Potencia	Argumento	Base	Logaritmo	Función
$5^5 = 3125$			3125	
$10^3 = 1000$	1000			$\log_{10} 1000 = 3$
$6^3 = 256$		6		$\log_6 256 = 3$
$8^{1/3} = 2$			$1/3$	
$7^3 = 343$				
		3	4	$\log_3 81 = 4$
$2^7 = 128$	128			$\log_2 128 = 7$
$a^1 = a$		a		
	1			$\log_a 1 = 0$
	0	a		

2. Recordar que si $y = \log_2 8$ entonces $2^y = 8 = 2^3$ entonces $y = 3$. Realizar el cambio correspondiente y responde las tablas con los resultados

Función	Argumento	Base	Logaritmo
$y = \log_2 16$			
$y = \log_5 25$			
$y = \log_8 8$			
$y = \log_3 9$			
$y = \log_{10} 2$			

3. Halla el valor de la base en los siguientes casos:

Función	Argumento	Base	Logaritmo
$2 = \log_7 x$			
$0 = \log_a x$			
$\frac{1}{3} = \log_8 x$			

4. Hallar el valor de x en los siguientes casos

Función	Argumento	Base	Logaritmo
$x = \log_2 64$			
$x = \log_{11} 1331$			
$x = \log_7 343$			

5. Plantea en forma de logaritmo y resuelve los siguientes problemas

a) ¿A qué número se debe elevar 5 para obtener 8?

b) Para obtener 256, ¿a qué número se debe elevar 9?

c) Para obtener 32, ¿a qué número se debe elevar 6?

d) ¿A qué número se debe elevar 10 para obtener 3,45?

e) ¿A qué número se debe elevar $\frac{3}{4}$ para obtener $\frac{64}{27}$?

f) ¿A qué número se debe elevar $\frac{1}{2}$ para obtener 25?

g) ¿A qué número se debe elevar 32 para obtener 4?

h) ¿A qué número se debe elevar 12 para obtener 2?

i) ¿A cuánto se debe elevar $(p+q)$ para obtener $3pq$?

En conclusión.

¿Que son los Logaritmos?

El logaritmo de un número real positivo b en base a , positivo y distinto de 1, es un número m al que se debe elevar la base para obtener dicho número. Lo escribimos,

$$\log_a(b) = m \Leftrightarrow a^m = b, \text{ con } a, b \in \mathbb{R}^+ \text{ y } a \neq 1.$$

Se lee "El logaritmo de b en base a es m ". Al término b se le denomina el argumento del logaritmo.

Definición. Sea $a > 0$ y $a \neq 1$. Se llama Función logaritmo de base a , y se denota por \log_a , a la función inversa de la función exponencial.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, f(x) = a^x$$

$$\text{Esto es, } \log_a: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad \log_a = f^{-1}$$

Actividad 2: Propiedades de la Función Logaritmo.

Competencia a Desarrollar: Interpretar tablas, gráficas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Conocimientos: interpreta algebraica y gráficamente la función logaritmo.

Habilidades: Construye la función logaritmo a partir de valores iniciales.

Actitudes y valores: Presenta disposición al trabajo y trabajo colaborativo con sus compañeros.

Ejemplos de Indicadores de desempeño: Traza la grafica de función logaritmo tabulando valores y los utiliza para identificar si la función es creciente o decreciente.

Sugerencias de evidencias de aprendizaje: Elabora la grafica de la función logaritmo con tabulación de puntos y reflexiones sobre la recta $y=x$.

Veamos la gráfica de la función logaritmo en base 2 es decir $y = \log_2 x$

Asignando valores a la variable x tenemos que:

x	$y = \log_2 x$	$x = 2^y$	Cálculos	Resultado
1	$y = \log_2 1$	$1 = 2^y$	$2^0 = 1 = 2^y$	$y = 0$
2	$y = \log_2 2$	$2 = 2^y$	$2^1 = 2^y$	$y = 1$
4	$y = \log_2 4$	$4 = 2^y$	$2^2 = 4 = 2^y$	$y = 2$
8	$y = \log_2 8$	$8 = 2^y$	$2^3 = 8 = 2^y$	$y = 3$

Antes de graficar veamos dos casos importantes:

- Caso I. Evaluando un Número negativo en nuestra Función Logaritmo.

Para este caso vamos a evaluar el número -2 en la función que estamos utilizando en el ejercicio la cual es $y = \log_2 x$

x	$y = \log_2 x$	$x = 2^y$	Cálculos	Resultado
-8	$y = \log_2 -8$	$-8 = 2^y$	No Existe	No Existe

Leyes de Potencia: Si la base a la cual elevamos un exponente es positiva, no existe ningún exponente que me de como resultado un número negativo

Por tanto podemos decir que el logaritmo de un número negativo **No Existe**



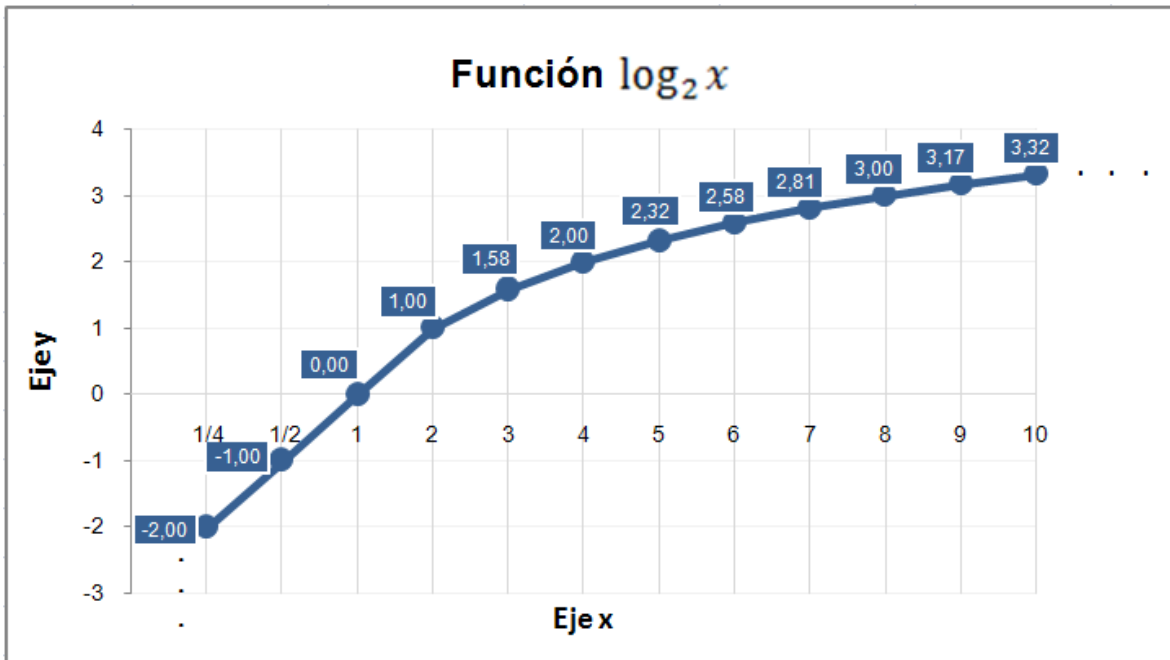
➤ Caso II. Evaluando el número cero en la función.

Para este caso vamos a evaluar el número 0 en la función $y = \log_2 x$ tenemos que:

x	$y = \log_2 x$	$x = 2^y$	Resultado
0	$y = \log_2 0$	$0 = 2^y$	No Existe

Leyes de Potencia: No existe ningún exponente tal que al elevar la base nos de como resultado cero.

Por tanto la gráfica de la función logaritmo en base 2 es:



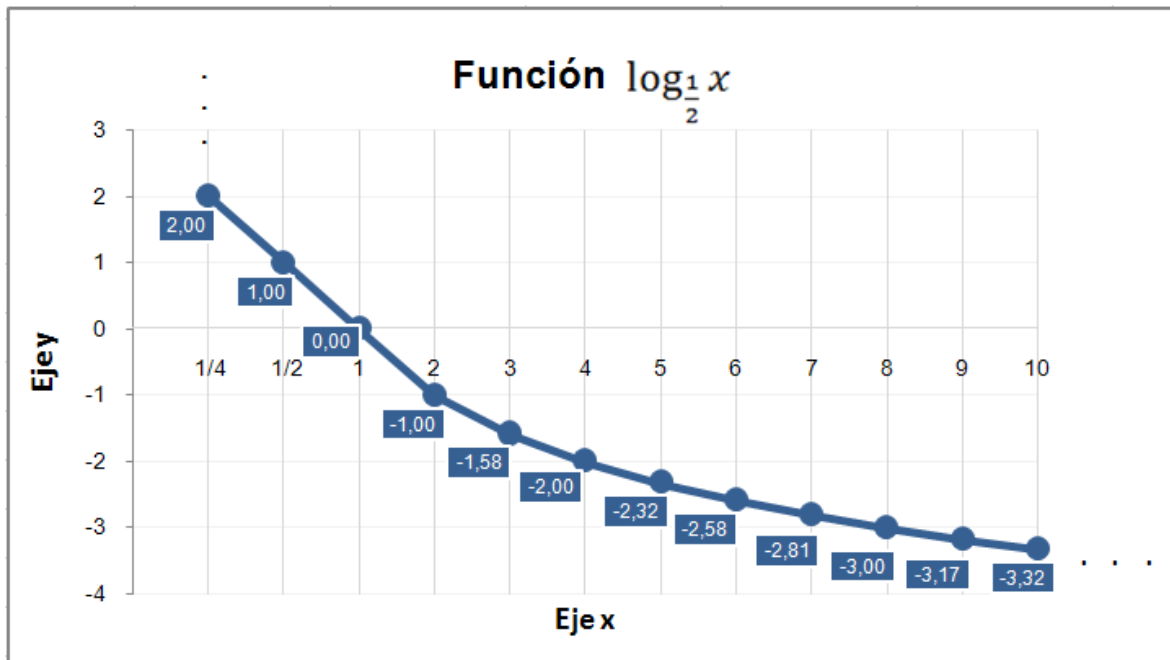
Ahora veamos la gráfica de la función logaritmo en base $\frac{1}{2}$ es decir $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

Recordar que:
 $(a)^{-p} = \left(\frac{1}{a}\right)^p$

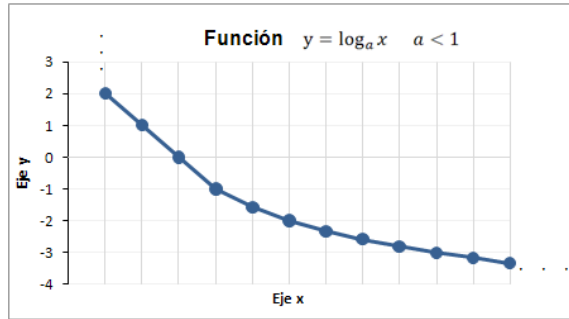
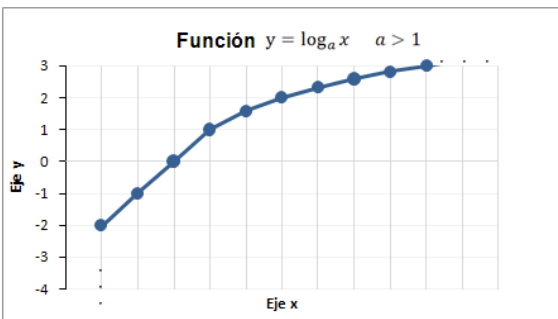
Ahora asignando valores a la variable x tenemos que.

x	$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	$x = \left(\frac{1}{2}\right)^y$	Cálculos	Resultado
1	$y = \log_{\frac{1}{2}} 1$	$1 = \left(\frac{1}{2}\right)^y$	$\left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^y$	$y = 0$
2	$y = \log_{\frac{1}{2}} 2$	$2 = \left(\frac{1}{2}\right)^y$	$2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^y$	$y = -1$
4	$y = \log_{\frac{1}{2}} 4$	$4 = \left(\frac{1}{2}\right)^y$	$4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^y$	$y = -2$
8	$y = \log_{\frac{1}{2}} 8$	$8 = \left(\frac{1}{2}\right)^y$	$8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^y$	$y = -3$

Por tanto la gráfica de la función logaritmo en base $\frac{1}{2}$ es:



En General tenemos que



Propiedades de la función Logaritmo.

La función logaritmo $y = \log_a(x)$ tiene las siguientes propiedades:

- Es **creciente** si $a > 1$ y **decreciente** si $a < 1$.
- **Dominio** = \mathbb{R}^+ , **Rango** = \mathbb{R} .
- Es **biyectiva**.
- La grafica de $y = \log_a(x)$ corta al eje X en $(1, 0)$. No corta al eje Y.
- $\log_a(1) = 0$. (Demostrada intuitivamente en la definición)
- $\log_a(a) = 1$. (Demostrada intuitivamente en la definición)

Ejercicios

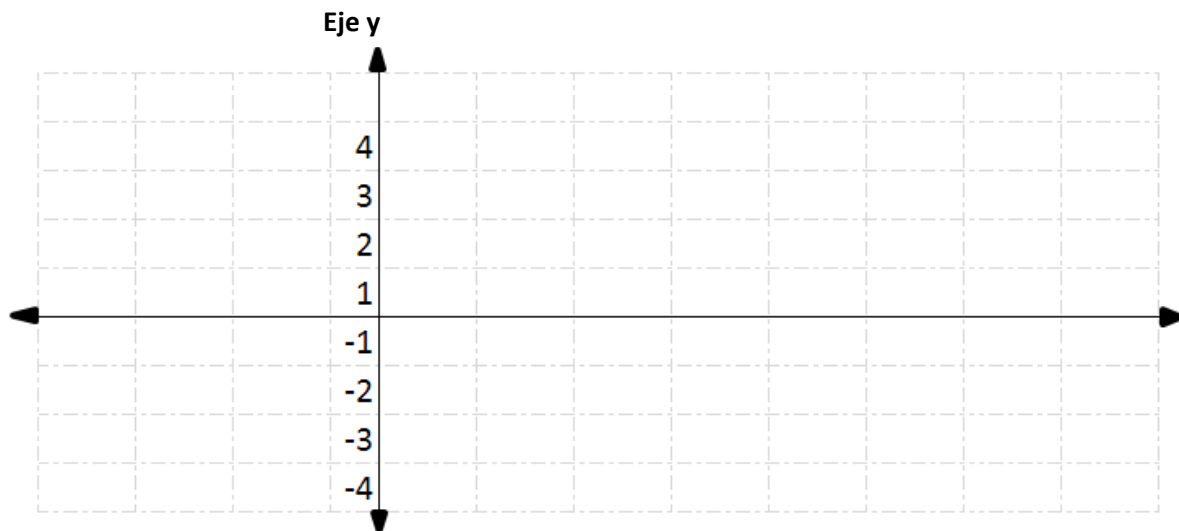
1. Dada la función determine si es creciente o decreciente, puntos de cortes, dominio, rango y por ultimo grafique.

Cálculos

x	$y = \log_3 x$	$x = 3^y$	Cálculos	Resultado
1	$y = \log_3 1$	$1 = 3^y$	$3^0 = 1 = 3^y$	$y=0$
3				
9				
27				

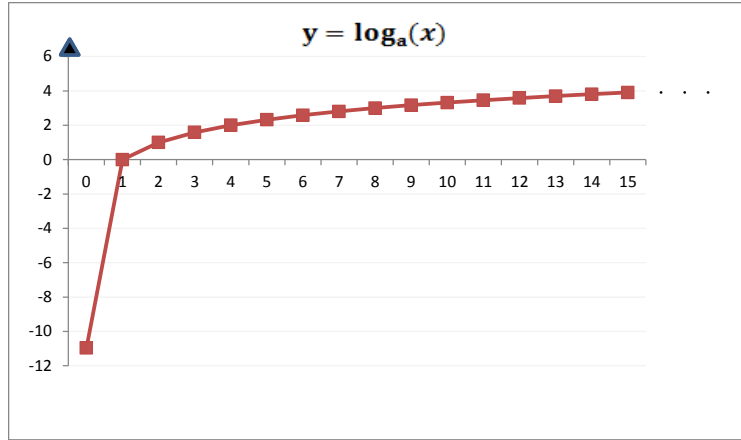
Propiedades

Creciente o Decreciente	
Punto de corte con el eje x	
Punto de corte con el eje y	

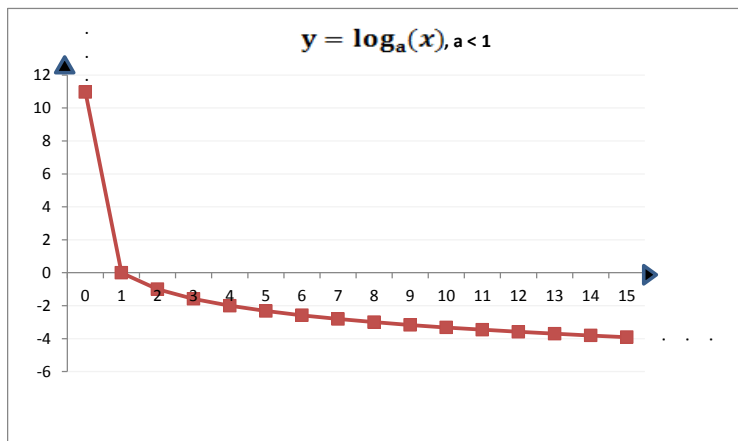


Grafica de $y = \log_3 x$

2. Según los gráficos mostrados a continuación identifique cada una de las propiedades.

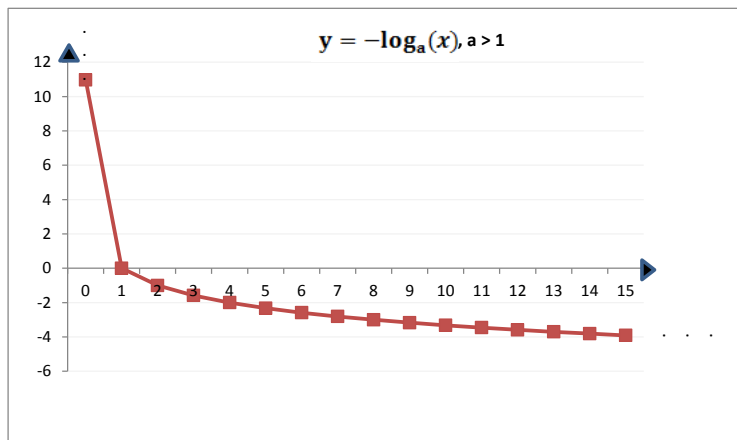


Creciente o Decreciente	
Punto de corte con el eje x	
Punto de corte con el eje y	
Dominio	
Rango	

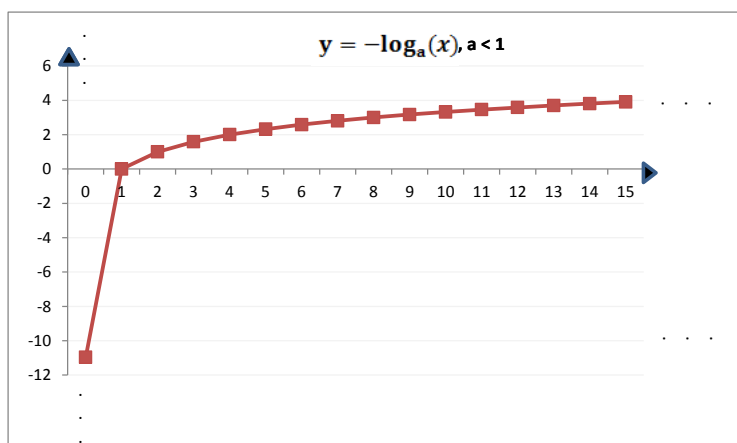


Creciente o Decreciente	
Punto de corte con el eje x	
Punto de corte con el eje y	

Dominio	
Rango	



Creciente o Decreciente	
Punto de corte con el eje x	
Punto de corte con el eje y	
Dominio	
Rango	



Creciente o Decreciente	
--------------------------------	--

Punto de corte con el eje x	
Punto de corte con el eje y	
Dominio	
Rango	

Actividad 3: Leyes de los Logaritmos.

Competencia a Desarrollar: Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

Conocimientos: Comprende las leyes de la función logaritmo.

Habilidades: Opera con la función logaritmo y resuelve ecuaciones.

Actitudes y valores: Participa a resolver los ejercicios planteados.

Ejemplos de Indicadores de desempeño: Utiliza las leyes de los logaritmos para resolver ecuaciones propuestas.

Sugerencias de evidencias de aprendizaje: Resuelve ecuaciones logarítmicas reescribiendo exponentes como logaritmos.

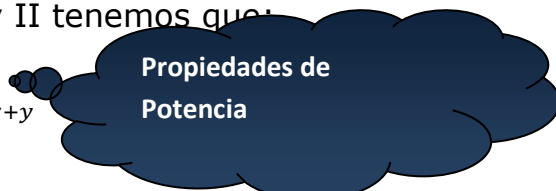
Supongamos que $x = \log_a(b)$ e $y = \log_a(c)$, entonces por la definición de los logaritmos tenemos que: $a^x a^y = a^{x+y}$.

$$\text{I. } x = \log_a(b) \text{ entonces } b = a^x$$

$$\text{II. } y = \log_a(c) \text{ entonces } c = a^y$$

Ahora si multiplicamos bc de las ecuaciones I y II tenemos que:

$$bc = a^x a^y = a^{x+y}$$



Propiedades de
Potencia

Aplicando logaritmo a la última igualdad y usando propiedades de la función logaritmo obtenemos:

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(a^{x+y}) = x + y$$

Pero sabemos que $x + y = \log_a(b) + \log_a(c)$

Por tanto

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(a^{x+y}) = x + y = \log_a(b) + \log_a(c)$$


$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$$

Ahora supongamos que queremos calcular $\log_a\left(\frac{b}{c}\right)$

Por la parte I y II sabemos que $b = a^x$ y $c = a^y$ por tanto al dividir nos queda:

$$\frac{b}{c} = \frac{a^x}{a^y} = a^x \cdot a^{-y} = a^{x-y}$$



Propiedades de
Potencia

Luego si aplicamos la función logaritmo en base a tenemos

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(a^{x-y}) = x - y = \log_a(b) - \log_a(c)$$


$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

Por último calculemos $m \cdot \log_a(b)$

Por definición de logaritmo sabemos que

$$m \cdot \log_a(b) = \underbrace{(\log_a(b) + \log_a(b) + \dots + \log_a(b))}_{m \text{ veces}} = \log_a(b \cdot b \dots b) = \log_a(b)^m$$

Por tanto


$$\log_a(b)^m = m \log_a(b)$$

Ecuaciones Logarítmicas

Son aquellas ecuaciones donde la incógnita aparece sometida a la operación de logaritmación. La igualdad de los logaritmos de dos expresiones implica la igualdad de ambas. (principio en el que se fundamenta la resolución de ecuaciones logarítmicas, también se llama "tomar antilogaritmos"). Frecuentemente se resuelven aplicando las propiedades de los logaritmos antes enunciadas, en orden inverso, simplificando y realizando transformaciones oportunas.

$$\log_a u = \log_a v, \quad \text{entonces } u = v$$

Ejemplos

1. Resuelva la ecuación $\log_a a = \log_a b + \log_a c - \log_a d$

$$\begin{aligned} &= \log_a b \cdot c - \log_a d \\ &= \log_a \frac{b \cdot c}{d} \end{aligned}$$

Por tanto tenemos que $\log_a a = \log_a \frac{b \cdot c}{a}$

$$a = \frac{b}{c}$$

2. Resolver la ecuación $\log_a a - \log_a a = 3b$

$$\log_a \frac{a}{a} = 3b$$

$$\log_a(1) = 3b$$

$$0 = 3b$$

$$b = 0$$

3. Resolver la ecuación $2^{8x-1} = 64$.

Solución: Aplicamos Log_2 a ambos lados de la ecuación, es decir,

$$2^{8x-1} = 64 \Rightarrow \log_2(2^{8x-1}) = \log_2(64)$$

$$\Rightarrow \log_2(2^{8x-1}) = \log_2(2^6)$$

$$\Rightarrow 8x - 1 = 6$$

$$\Rightarrow 8x = 7$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{8}$$

4. Sean x, y, z , números reales positivos. Expresar en términos de los logaritmos de x, y, z la siguiente expresión:

$$\log_a \left(\frac{x^4 \sqrt{z}}{y^3} \right)$$

Solución: Aplicando propiedades de logaritmo, se tiene:

$$\begin{aligned}\log_a\left(\frac{x^4\sqrt{z}}{y^3}\right) &= \log_a\left(\frac{x^4z^{\frac{1}{2}}}{y^3}\right) = \log_a\left(x^4z^{\frac{1}{2}}\right) - \log_a(y^3) \\ &= \log_a(x^4) + \log_a\left(z^{\frac{1}{2}}\right) - \log_a(y^3) \\ &= 4\log_a(x) + \frac{1}{2}\log_a(z) - 3\log_a(y).\end{aligned}$$

Ejercicios

Resolver las siguientes ecuaciones.

1. $\log_a(a) + \log_a(b + c) - \log_a(z) = 0$

2. $\log_a(x^2 - 9) + \log_a(x + 3) = \log_a(x - 5)$

3. $\log_a(2x - 3) = 0$

4. $\log_a\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + \log_a(x + 1) = \log_a(1)$

Actividad 4: Logaritmo Natural.

Competencia a Desarrollar: Habilidad para utilizar números y realizar operaciones, formas de expresión y razonamiento matemático para producir e interpretar informaciones. Utilización de la tecnología (calculadoras) para la resolución de cálculos matemáticos.

Conocimientos: Comprende las propiedades y técnicas de resolución de ecuaciones logarítmicas.

Habilidades: Reconoce situaciones que pueden modelarse a partir de funciones logarítmicas.

Actitudes y valores: Propone maneras creativas de solucionar problemas matemáticos.

Ejemplos de Indicadores de desempeño: Aplica las propiedades y relaciones de la función logaritmo para modelar y resolver problemas.

Sugerencias de evidencias de aprendizaje: Aplica propiedades exponenciales y logarítmicas para modelar situaciones diversas.

Dada una función definida de la siguiente forma:

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

La aplicación de esta función está relacionada con la curva que forma un cable flexible suspendido de dos puntos de la misma altura. Supongamos que la flexibilidad del cable es $f(x) = 1$ y queremos saber el punto x en el cual se realizó este movimiento; es decir, necesitamos despejar x de la ecuación

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = 1, \text{ dado que sabemos que } f(x) = 1$$

Por tanto tenemos que: $1 = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

Despejando tenemos que $2 = e^x - e^{-x}$

$$2 = e^x - \frac{1}{e^x}$$

$$2 = \frac{(e^x)^2 - 1}{e^x}$$

$$2e^x = (e^x)^2 - 1$$

$$2e^x - (e^x)^2 + 1 = 0$$

Ordenando de acuerdo a los exponentes tenemos

$$-(e^x)^2 + 2e^x + 1 = 0$$

Ahora debemos calcular las raíces del polinomio de anterior

Sabemos que para calcular las raíces de un polinomio debemos utilizar la siguiente formula

$$p(x) = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

Donde tenemos que $a = -1$, $b = 2$ y $c = 1$ en nuestro polinomio inicial

Ahora

$$e^x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(-1)(1)}}{2(-1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$e^x = -1 \pm \sqrt{2}$$

Por tanto tenemos dos valores de e^x

- $e^x = 1 + \sqrt{2}$
- $e^x = 1 - \sqrt{2}$

En cualquiera de las dos ecuaciones debemos despejar el valor de x así encontrar el valor donde se realizó el movimiento del cable. Por conveniencia vamos a calcular x de la ecuación

$$e^x = 1 + \sqrt{2}$$

x es el argumento de la función exponencial, por lo que necesitamos una función que sea el inverso de la función e^x tal que al aplicarla a la ecuación se pueda determinar el valor de x .

Portanto

$$e^x = 1 + \sqrt{2}$$

$$\log_e(e^x) = \log_e(1 + \sqrt{2})$$

$$x = \log_e(1 + \sqrt{2})$$

Donde $\log_e(1 + \sqrt{2})$ podemos llamarlo $\ln(1 + \sqrt{2})$, el cual se define como logaritmo Natural o Neperiano. Para facilitar los cálculos podemos utilizar la calculadora.

Definición

La función logaritmo natural es la función logaritmo con base **e**. A esta función se le denota por $y = \ln x$. O sea,

$$\ln x = \log_e x$$

La función $y = \ln x$ es la inversa de la función exponencial $y = e^x$. Por lo tanto:

- i.** $e^{\ln x} = x$.
- ii.** $\ln e^x = x$.
- iii.** $y = \ln x \Leftrightarrow e^y = x$.

Ejemplo. Resolver la ecuación $3^{2x+1} = 5^{3x+1}$

Solución: Aplicamos logaritmo natural en ambos lados:

$$\begin{aligned}3^{2x+1} = 5^{3x+1} &\Rightarrow \ln(3^{2x+1}) = \ln(5^{3x+1}) \\&\Rightarrow (2x + 1) \ln(3) = (3x + 1) \ln(5) \\&\Rightarrow 2x \ln(3) + \ln(3) = 3x \ln(3) + \ln(5) \\&\Rightarrow 2x \ln(3) - 3x \ln(3) = \ln(5) - \ln(3) \\&\Rightarrow x(2 \ln(3) - 3 \ln(3)) = \ln(5) - \ln(3) \\&\Rightarrow x = \frac{\ln(5) - \ln(3)}{2 \ln(3) - 3 \ln(3)}\end{aligned}$$

Observación. Los logaritmos más usuales son los naturales (Base e) y los decimales (Base 10). Tratándose de los logaritmos decimales, es común omitir la base y escribir, simplemente, $\log x$ en lugar de $\log_{10} x$.

Ejercicios

En los siguientes problemas, calcule el valor de la variable x

1. $e^{\ln(3)}$

2. $e^{-3\ln(2)-2\ln(3)}$

3. $(3x - 1) = e^3$

4. $e^{(\ln(3))/2}$

5. $e^{x+3} = 3^{5x+1}$

6. $3^{2x} = e^0$

Actividad 5: Resolución de Problemas.

Competencia a Desarrollar: Construye e interpreta modelos logarítmicos aplicando las propiedades propias de esta función para representar situaciones y resolver problemas teóricos, prácticos de la vida cotidiana que le permiten aprender y transformar su realidad.

Conocimientos: Comprende las propiedades y técnicas de resolución de ecuaciones logarítmicas.

Habilidades: Reconoce situaciones que pueden modelarse a partir de funciones logarítmicas.

Actitudes y valores: Propone maneras creativas de solucionar problemas matemáticos.

Ejemplos de Indicadores de desempeño: Aplica las propiedades y relaciones de la función logaritmo para modelar y resolver problemas.

Sugerencias de evidencias de aprendizaje: Aplica propiedades exponenciales y logarítmicas para modelar situaciones diversas.

❖ Resolución de Problemas en la Química

El PH de una solución es $-\log(c) = \log(x)$ donde c es la concentración de hidronio por litro de solución y $\log(x)$ es el PH. Calcula lo indicado a continuación:

a) El PH de la solución cuya concentración es $3,7 \times 10^{-5} \text{ m/l}$

Como c concentración de hidronio, entonces $c = 3,7 \times 10^{-5} \text{ m/l}$

Sustituimos el valor de c en la fórmula del PH, $-\log(c) = \log(x)$, y obtenemos:

$$-\log(3,7 \times 10^{-5}) = \log(x)$$

La expresión anterior es equivalente a la siguiente expresión:

$$(-1) \cdot \log(3,7 \times 10^{-5}) = \log(x)$$

Utilizando las propiedades del logaritmo tenemos que

$$\log(3,7 \times 10^{-5})^{-1} = \log(x)$$

Igualando tenemos que

$$(3,7 \times 10^{-5})^{-1} = x$$

Por lo tanto el valor del PH de la solución es el siguiente:

$$\frac{1}{3,7 \times 10^{-5}} = x$$

b) El PH de la solución cuya concentración de hidronio es $7,8 \times 10^{-9} \text{ m/l}$

Aplicando de nuevo la fórmula dada anteriormente, pero ahora el valor de c es:

$$7,8 \times 10^{-9} \text{ m/l}$$

Sustituimos el valor de c en la fórmula del PH, $-\log(c) = \log(x)$, y obtenemos:

$$-\log(7,8 \times 10^{-9}) = \log(x)$$

La expresión anterior es equivalente a la siguiente expresión:

$$(-1) \cdot \log(7,8 \times 10^{-9}) = \log(x)$$

Utilizando las propiedades del logaritmo tenemos que

$$\log(7,8 \times 10^{-9})^{-1} = \log(x)$$

Igualando tenemos que

$$(7,8 \times 10^{-9})^{-1} = x$$

Por lo tanto el valor del PH de la solución es el siguiente:

$$\frac{1}{7,8 \times 10^{-9}} = x$$

c) La concentración de hidronio de una solución cuyo PH es $\log(7,44)$

Esta vez nuestro único dato es la concentración de hidronio. Sustituyendo en la ecuación principal $-\log(c) = \log(x)$, obtenemos:

$$-\log(c) = \log(7,44),$$

La expresión anterior es equivalente a la siguiente expresión:

$$\log(c)^{-1} = \log(7,44),$$

Por tanto

$$(c)^{-1} = 7,44,$$

Despejando la variable c tenemos

$$\frac{1}{c} = 7,44 \quad \Leftrightarrow \quad c = \frac{1}{7,44}$$

Ejercicios

Dado que el PH de una solución es $-\log(c) = \log(x)$ donde c es la concentración de hidronio por litro de solución y $\log(x)$ es el PH. Calcula lo indicado a continuación:

(a) El PH de la solución cuya concentración es $5,4 \times 10^{-7} \frac{m}{l}$

(b) El PH de la solución cuya concentración es $9,1 \times 10^{-8} m/l$

(c) La concentración de hidronio de una solución cuyo PH es $\log(8,36)$

❖ Resolución de Problemas en las Finanzas

Si un capital se deposita en una cuenta de activos líquidos al $r\%$ anual sobre saldos diarios, donde c_0 es el capital inicial depositado, al cabo de t días se tendría un capital c expresado mediante la siguiente fórmula:

$$c = c_0 \left(1 + \frac{r}{36500} \right)^t$$

- Cual sería el capital que se tendría si se depositan Bs. 1.000.000 al 24% anual durante un tiempo de 180 días?.

Datos

$c_0 = 1.000.000$, capital Inicial

$r \% = 24\%$ anual sobre saldos diarios

$$t = 180$$

Sustituyendo en la formula anterior tenemos que:

$$c = 1.000.000 \left(1 + \frac{24}{36500} \right)^{180}$$

Simplificando

$$c = 1.125.601,17$$

es el capital que se tendría al cabo de 180 días.

- Cuánto tiempo se necesitaría para duplicar el capital?

La pregunta anterior nos quiere decir que, cuanto tiempo se necesitaría para tener un capital de $2.100000 = 2000000$.

Para lograr esto utilizamos la fórmula dada:

$$c = c_0 \left(1 + \frac{r}{36500} \right)^t$$

Nuestros datos son:

$$c_0 = 1000000$$

$$r = 24$$

$$c = 2000000$$

Sustituyendo en la fórmula anterior se tiene:

$$2000000 = 1000000. \left(1 + \frac{24}{36500}\right)^t$$

Nuestra incógnita es el valor de t. Aplicamos el logaritmo a ambos lados de la igualdad para despejar el valor de t, por tanto tenemos:

$$\ln(2000000) = \ln\left(1000000. \left(1 + \frac{24}{36500}\right)^t\right)$$

Por propiedades de la función logarítmica

$$\ln(2000000) = \ln(1000000) + \ln\left(\left(1 + \frac{24}{36500}\right)^t\right)$$

Luego

$$\ln(2000000) = \ln(1000000) + t. \ln\left(1 + \frac{24}{36500}\right)$$

Despejando el valor de t:

$$t = \frac{\ln(2000000) - \ln(1000000)}{\ln\left(1 + \frac{24}{36500}\right)}$$

Donde

$$t = 1066.38$$

Lo que quiere decir que en 1066.38 días el capital estaría duplicado con respecto al valor inicial.

Ejercicios

- 1.** Si se invierten P bolívares al $i\%$ de interés compuesto anual, al cabo de n años se tendrá una cantidad

$$A = P \left(1 + \frac{i}{36500} \right)^n$$

Determine:

- a)** ¿Cuál será la tasa de interés para que Bs. 1000000 se transforme en

Bs. 1.440.000 en dos años?

- b)** Si decido invertir Bs.200000 al 36% de interés anual, ¿Cuál es la cantidad final después de 10 años?

c) ¿En cuánto tiempo debo invertir Bs.100.000 para producir Bs.12300000 al 33%?

2. En un proyecto de grupo sobre la teoría del aprendizaje, se encontró como modelo matemático para dar el porcentaje P de respuestas correctas después de x intentos, este modelo se representa por:

$$P(x) = \frac{0.83}{1 + e^{-0.2x}}$$

a) Si el porcentaje es de 65%, ¿Cuántos intentos fueron realizados Aproximadamente?

b) Si el porcentaje es de 90%, ¿Cuántos intentos fueron realizados Aproximadamente?

c) Calcule la razón a la cual crece $P(x)$ después de $x = 3$ y $x = 10$ intentos.

Bibliografía

González, Miguel. (1992). Las raíces del cálculo infinitesimal en el siglo XVII. Editorial Alianza Universidad, Madrid, España.

Guzmán, Miguel De (2002). La Enseñanza de Las Ciencias y La Matemática: Tendencias e Innovaciones. Editorial Popular, Madrid, España.

Matemáticas (2002).Referencia electrónica [en línea].Recuperado el 15 de octubre de 2005, de:

Ausubel, David; Novak, Joseph; Hanesian, Helen (1983). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. Editorial Trillas, México.

Boyce, W; Di Prima, R (1979).Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. Editorial. Limusa, México.

Chadwick, Qlifton; Joao, R. (1992).Tecnología Educacional. Teorías de Instrucción. Editorial Paidos. Buenos Aires. Argentina.

Díaz Barriga, F; Hernández G.(1998). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Editorial McGraw-Hill, Mexico.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Después de haber finalizado este trabajo de investigación orientado a diseñar y validar un material instruccional dirigido a la enseñanza de la función logaritmo fundamentado en el modelo de competencias en el ciclo diversificado, se puede señalar como conclusión global, que los objetivos propuestos en la investigación fueron alcanzados.

Los resultados del análisis de validez del material instruccional para la enseñanza de la función logaritmo fundamentado en el modelo de competencias empleadas son alentadores. Los resultados obtenidos sugieren que el instrumento posee consistencia interna y constituye una medida adecuada para el aprendizaje de este importante tema.

La metodología de investigación empleada permitió trabajar con un mayor énfasis en aquellos aspectos que inicialmente presentaron mayores retos, tenían poca motivación de parte de los estudiantes y confusión en los docentes a la hora de enseñar el tema, ya que los materiales de apoyo y la escasa información del tema no sólo podían realizar comprensiones limitadas relativas al contenido de logaritmo, sino también un desconocimiento de competencias necesarias para enseñar dicho tema. Por ello, en el desarrollo del material instruccional se incorporaron herramientas conceptuales provenientes del modelo de competencias y competencias matemáticas asociadas a la función logaritmo que facilitaron la adquisición de conocimiento y habilidades necesarios para el diseño y desarrollo de tareas matemáticas escolares.

Con este material se permitirá ayudar al docente a aprender nuevas formas de procesamiento de información, cambios en la perspectiva de la enseñanza de la matemática, brindar ayuda a los estudiantes a desarrollar su capacidad creativa y evitar así el mecanicismo y provocando de esa forma el aprendizaje significativo.

Este material instruccional les muestra a los docentes que la resolución de problemas no está orientada por actividades de memoria o repetición, provee motivación al tema de la función logaritmo y sus aplicaciones y h de facilitar el logro de los objetivos en esta etapa.

Los problemas desarrollados en este material por medio del modelo de competencias, evitan que los problemas se resuelvan a modo de ejercicio, ya que involucra al alumno en la resolución, impide que el profesor realice los problemas por ellos, sino que los hace con ellos. Ya el estudiante al tener una orientación de cómo hacer uso del material, por medio del autodescubrimiento dado en el proceso de solución de problemas, podrá construir algunos mecanismos de decisión en una situación del problema presentado.

Los resultados arrojados nos permiten concluir que los docentes están dispuestos a reformar su trabajo educativo y lo expresamos así ya que en la fase de evaluación de la factibilidad los resultados fueron óptimos. Muchas veces como docentes no contamos con estrategias didácticas que nos permitan desarrollar el tema Logaritmo de una forma innovadora y esta realidad es la que se ve marcada en la detección de las necesidades, ya que se hace evidente que se quiere un cambio, si se quiere explicar la asignatura matemática y en especial la función logaritmo de una forma diferente, orientada a la motivación del alumno, pero la mayoría de las veces no se cuenta con un material que nos de las pautas de, como llevar a cabo cambios en el aula de clase, que nos permitan mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje. Por esta razón se consideró positiva la participación e integración de los docentes ya que dentro de esta perspectiva, la técnica juicio de experto permitió validar las etapas de diseño y realización que comprende el proceso de producción de este material instruccional; aspirando que sean ellos los promotores de trabajos como estos, dirigidos a desarrollar estrategias didácticas para el mejoramiento de nuestro rol como docentes y en consecuencia la formación de mejores ciudadanos.

Recomendaciones generales:

- Continuar la línea de investigación, no solo en este tópico matemático sino todos los contenidos darlos en un enfoque útil para el estudiante de manera tal que su interés por la materia se incremente en medida que la materia avanza.
- Incluir la propuesta didáctica en los cursos de matemática actuales de manera que el enfoque general cobre otra visión.
- Estimular a nuevos tesisistas en el área de educación matemática a trabajar en el tema de los logaritmos, ya que en la actualidad es muy poco el material con una nueva corriente de este tema, que se puede conseguir para los estudiantes.

BIBLIOGRAFIA

Alsina, C., Fortuna, J. y Pérez, R. (1997). ¿Por qué Geometría? Propuesta Didáctica para la ESO. Madrid: Síntesis.

Arias, F. (1999). El Proyecto de Investigación, Guía para su elaboración. Caracas: Espíteme.

Hoffmann, J. (1999). Matemática. Sphinx, Caracas.

Bell, J. (2002) Cómo hacer tu primer trabajo de investigación. Barcelona-España: Gedisa.

González, F (1997). Paradigmas en la Enseñanza de la Matemática. Fundamentos Epistemológicos y Psicológicos. Caracas: FEDEUPEL.

Ministerio de Educación, Dirección de Educación Básica. (1997). Programa de Matemática: Segunda Etapa: Cuarto Grado. Caracas:

Coello, C. (2006). Material Instruccional Para la enseñanza del Número “e” en el Ciclo Diversificado de la Educación Media. Tesis de grado. Universidad Central de Venezuela.

Sabino, C. (1995). El proceso de investigación. Bogotá, Colombia: Edit. Panamericana.

Shaughnessy, J. (1986). Structure and insight. New York, USA: Academic Press.

Guzmán, M. Enseñanza de la Matemática. Revista Iberoamericana de Educación N° 43. Oei. Enero-Abril 2007. Revista Digital, disponible en:
<http://www.rieoei.org/rie43a02.htm>

Universidad Pedagógica Experimental Libertador. (2006): Manual de Trabajos de Grado de Especialización y Maestría y Tesis Doctorales.FEDUPEL. Caracas

Matemáticas IV, Serie Programas de Estudio. Recuperado el 15 de diciembre de 2010 http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion_academica/programasdeestudio/cfb_4osem/Matematicas-IV.pdf

Competencias genéricas en el estudiante de bachillerato en general. Recuperado el 06 de Octubre de 2010 http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion_academica/pdf/cg-e-bg.pdf

Proyecto Pisa. Ejemplos de ítems de Matemáticas y Solución de Problemas. Instituto Vasco de Evaluación e Investigación Educativa. 2003. Referencia Electrónica disponible en:

<http://www.isei-ivei.net/cast/pub/pisaitemscastellano.pdf>.

Polo, M. Informe Proyecto Alfa-Tuning America Latina (2005) disponible en:

<http://www.nva.ula.ve/node/63>

Polo, M. Las competencias en el Curriculum de la Educacion Superior (2011) disponible en

http://servidor-opsu.tach.ula.ve/7jornadas_i_h/paginas/doc/JIHE-2011-C03.pdf

ANEXOS

APENDICE A

(Prueba diagnóstica y validación del cuestionario
ítem por ítem)

CUESTIONARIO (PRUEBA DIAGNÓSTICA).

Instrucciones: Lea detenidamente cada ítem, una vez analizada la pregunta marque cuidadosamente su posición de acuerdo a la siguiente escala:

- a) Totalmente de acuerdo.
- b) De acuerdo.
- c) Indeciso.
- d) Desacuerdo.
- e) Totalmente en desacuerdo.

PREGUNTAS	a	b	c	d	e
1. Entiendo y analizo sin problema alguno, la función logaritmo.					
2. Utilizo la función logaritmo o las propiedades del mismo en la resolución de problemas.					
3. Al leer o si se me presenta un problema de la vida diaria en general identifico cuando puedo utilizar los logaritmos para resolver el mismo.					
4. Aplica diferentes recursos para enseñar la función logaritmo y sus propiedades.					
5. Es necesario saber alguna aplicación de la función logaritmo para poderlo enseñar.					
6. Cuando mis estudiantes se enfrenta a una problemática en donde se pueda dar solución con la función logaritmo, realmente saben cómo hacerlo.					
7. Si en algún mis estudiantes me preguntan ¿Para qué sirven los logaritmos?, sé cómo responder.					
8. Cree usted que si se entendiera el uso en aplicaciones de la función logaritmo, el estudiante se sentiría mucho más motivado a aprenderlo.					

9. ¿Indique de forma dicotómica (Si ó No) si ha participado en cursos referente a didáctica de la matemática o talleres en matemática? ¿De haber participado indique en cuál y explique lo referente al mismo?

VALIDEZ DEL CUESTIONARIO ITEM POR ITEM.

Instrucciones: En el siguiente formato exprese su opinión marcando con la letra “x” en la casilla correspondiente a SI o NO, según lo considere.

Nro.	Criterio.						Juicio.					
	Claridad.		Pertinente.		Coherencia.		Eliminar.		Modificar.		Aceptar.	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												

Pertinencia: Correspondencia de la pregunta con respecto a los propósitos de la investigación.

Claridad: Formulación de la pregunta.

Coherencia: Relación o conexión de una cosa con otra.

Observaciones: _____

Profesor: _____

Cedula de identidad: _____

Firma: _____

APENDICE B

**(Validez de la propuesta, de la evaluación ítem
por ítem y constancia de validación)**

CUESTIONARIO (VALIDEZ DE LA PROPUESTA).

Instrucciones: Lea detenidamente cada ítem, según su criterio marque con una letra “x” si desea eliminar, modificar o validar la actividad y especifique sus observaciones de manera clara.

PREGUNTAS		JUICIOS			OBSERVACIONES
		Eliminar	Modificar	Validar	
Titulo					
Objetivo General					
Actividad N°1.	Objetivo específico				
	Claridad y coherencia				
	Realmente se desarrolla la competencia				
	Tiempo				
Actividad N° 2.	Objetivo específico				
	Claridad y coherencia				
	Realmente se desarrolla la competencia				
	Tiempo				
Actividad N° 3.	Objetivo específico				
	Claridad y coherencia				
	Realmente se desarrolla la competencia				
	Tiempo				
Actividad N° 4.	Objetivo específico				
	Claridad y coherencia				
	Realmente se desarrolla la competencia				
	Tiempo				
Actividad N° 5.	Objetivo específico				
	Claridad y coherencia				
	Realmente se desarrolla la competencia				
	Tiempo				
Bibliografía					

VALIDEZ DEL CUESTIONARIO ITEM POR ITEM.

Instrucciones: En el siguiente formato exprese su opinión marcando con la letra “x” en la casilla correspondiente a SI o NO, según lo considere.

Nro.	Criterio.						Juicio.					
	Claridad.		Pertinente.		Coherencia.		Eliminar.		Modificar.		Aceptar.	
	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO	SI	NO
1												
2												
3												
4												
5												
6 (Bibliografía)												

Pertinencia: Correspondencia de la pregunta con respecto a los propósitos de la investigación.

Claridad: Formulación de la pregunta.

Coherencia: Relación o conexión de una cosa con otra.

Observaciones: _____

Profesor: _____

Cedula de identidad: _____

Firma: _____

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN

Yo, _____ titular de la cédula de identidad N° _____ de profesión _____, en mi carácter de experto en el área de _____ considero que el taller titulado “Logaritmo y aplicaciones” diseñado en el trabajo de grado titulado “La enseñanza del logaritmo en ciclo diversificado basado en el modelo de competencia”, cumple con la validez de contenidos por la claridad y congruencia de los ítems.

En la ciudad de Caracas a los ____ días del mes de _____ de 2012 .

Firma_____

APENDICE C

(Certificado de asistencia al taller)



Universidad Central de Venezuela
Certificado de Finalización

se concede a

Daniela Torrealba

Por su asistencia al taller:

**LA ENSEÑANZA DEL LOGARITMO EN EL CICLO DIVERSIFICADO
FUNDAMENTADO EN EL MODELO DE COMPETENCIAS**

**Realizado en la Escuela de Educación
FHYE - UCV**

Caracas Junio 2012

